

К. Эндрюс
Д. Дайсон
С. Киоун

ЭЛЕКТРОНОГРАММЫ
И ИХ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ

INTERPRETATION OF
ELECTRON DIFFRACTION PATTERNS

by

K. W. ANDREWS,

D. Phil, D.Sc., F.I.M., F. Inst. P.

D. J. DYSON,

B. Sc., A. Inst. P.

S. R. KEOWN,

A. Met., A.I. M.

Second impression

LONDON 1968

К. Эндрюс,
Д. Дайсон,
С. Киоун

ЭЛЕКТРОНОГРАММЫ И ИХ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ

Перевод с английского

М. П. УСИКОВА

Под редакцией

Л. Г. ОРЛОВА

ИЗДАТЕЛЬСТВО «МИР»

МОСКВА 1971

УДК 537.533.35

В настоящее время эффективное использование просвечивающей электронной микроскопии для исследования металлических объектов немислимо без применения микродифракции, дающей обширную информацию о фазовом составе, тонкой кристаллической структуре, наличии и распределении дефектов в решетке.

Данная книга посвящена вопросам получения и интерпретации микроэлектрограмм и написана как практическое руководство без детального рассмотрения теоретических положений. В книге описаны особенности электрограмм от тонких монокристаллических и поликристаллических объектов, подробно проанализированы ошибки, возможные при определении по электрограммам межплоскостных расстояний, рассмотрены эффекты, возникающие на сложных электрограммах из-за наличия упорядоченных фаз, выделений малых размеров, двойников и т. д., указаны приемы получения микроэлектрограмм, обеспечивающие наибольшую точность соответствия дифракционной картины выбранному на объекте участку и точность производимых при расшифровке измерений расстояний и углов. Приведен большой справочный материал: таблицы межплоскостных расстояний и углов, стереографические проекции для металлов и соединений с различной кристаллической структурой.

Книга предназначена для научных работников и инженеров, применяющих электронную микроскопию для исследования металлов, а также преподавателей и студентов — металлоседов и металлофизиков — в качестве дополнительного пособия по методам интерпретации электрограмм.

Редакция литературы по физике

Инд. 2-3-7 и 3-1-5
№ 58-71

ПРЕДИСЛОВИЕ

Электронная микроскопия позволяет решать разнообразные и сложные задачи металловедения и физики металлов. Это происходит благодаря значительному усовершенствованию конструкции электронного микроскопа, уникальному сочетанию возможностей прямого и дифракционного исследования самых тонких деталей морфологии металлов и сплавов, дефектов кристаллической решетки, кристаллографической структуры малых локальных областей, динамики различных процессов (при охлаждении, нагреве, деформации, наложении магнитного поля и др.), а также достижениям в методической области и, конечно, успешному развитию теории формирования дифракционного изображения структуры кристаллических объектов.

В нашей стране непрерывно растет парк электронных микроскопов, причем этот рост связан главным образом с появлением новых исследовательских групп не только в институтских, но и в заводских лабораториях. Соответственно к электронно-микроскопическим исследованиям привлекается все большее число научных работников и инженеров. Многим из них приходится осваивать метод и вести работу целиком самостоятельно без непосредственного руководства со стороны более квалифицированных специалистов. В этих условиях особенно важно иметь в своем распоряжении такую учебно-справочную литературу, в которой можно было бы найти не только изложение фундаментальных положений теории и общих принципов проведения эксперимента, но и конкретные указания по выполнению тех или иных практических операций при работе на микроскопе, описание приемов расшифровки микрофотографий и электрограмм, типичные примеры различных расчетов, справочные таблицы, графики и т. п.

Подобные данные бывают постоянно нужны и достаточно квалифицированному исследователю как для облегчения проведения массовых, рутинных исследований, так и особенно при переходе к решению новых для него задач.

Вышедшая в русском переводе монография Хирша и др. «Электронная микроскопия тонких кристаллов» (изд-во «Мир», 1968) может быть названа сейчас настольной книгой специалиста, работающего в области электрон-

ной микроскопии, поскольку она дает возможность весьма полно познакомиться с различными аспектами теории формирования и интерпретации электронно-дифракционных изображений кристаллических твердых тел, а также с вопросами техники эксперимента — от методики приготовления образцов до принципов расшифровки электронограмм. Однако в книге такого широкого плана не может, естественно, детализироваться и доводиться до практического примера каждый вопрос. Для этого было бы необходимо иметь специальное руководство, содержащее описание последовательных стадий работы и разбор по возможности всех типичных случаев и задач электронно-микроскопического исследования, например, металлических образцов. Такого руководства, к сожалению, пока нет.

Предлагаемая читателю книга «Электронограммы и их интерпретация» Эндрюса, Дайсона и Кьюна, трех английских металлослов, занимавшихся электронно-микроскопическими исследованиями различных металлических материалов, главным образом сталей, частично восполняет указанный пробел — в основном по вопросам получения и расшифровки электронограмм от малых выбранных участков объекта. Книга включает материал, накопленный авторами в своей работе: опыт методики, результаты собственных исследований, собранные из различных источников таблицы, графики, стереографические проекции. Наибольшую ценность представляют в книге справочные данные, в частности обширные и точные таблицы углов между плоскостями и направлениями в кубических кристаллах, таблицы для тетрагональных и гексагональных кристаллов, таблицы межплоскостных расстояний для некоторых металлов и соединений, стереографические проекции для различных кристаллов, в том числе двойные, представляющие ориентационные соотношения двух фаз. Весьма полезны сведения, содержащиеся в главах, посвященных методическим вопросам (определение постоянной прибора, точность соответствия микродифракционной картины выбранному на объекте участку, влияние различных физических и инструментальных факторов на угловые и размерные соотношения на электронограмме), а также правилам и приемам индентирования электронограмм, определению ориентационных соотношений фаз, проведению анализа следов и некоторым другим вопросам. Меньший интерес представляет описание общих принципов дифракции электронов и соотношения между прямой и обратной решетками. Этот материал изложен весьма схематично, и даже для первого знакомства с указанными вопросами, несомненно, лучше обратиться к более солидным источникам. В связи с этим необходимо отметить следующее. Упрощенное изложение теоретических основ дифракции и принципов соответствующих методов исследования может быть, конечно, вполне оправдано в книге такого практического уклона. Но это совершенно не означает, что «облег-

ченный» уровень знаний достаточен для творческой, результативной работы исследователя «даже» в заводской металлургической лаборатории.

Хотя задачи данной книги сознательно ограничены вопросами получения и интерпретации микроэлектронограмм от различных металлических материалов, важно иметь в виду то обстоятельство, что дифракционная картина, возникающая в электронном микроскопе, дает не только непосредственные кристаллографические и иные структурные данные, но и определяет контраст на соответствующем электронно-микроскопическом изображении кристаллического объекта. Таким образом, для полного анализа тех или иных описываемых в книге структурных особенностей материала (анализ следов и определение габитуса, идентификация фаз и др.), безусловно, необходим соответствующий анализ электронно-микроскопического изображения при должным образом меняемых дифракционных условиях. Поэтому анализ некоторых из приведенных авторами примеров является либо недостаточно полным, либо не вполне однозначным, а иногда — даже не совсем точным. В этих случаях мы по возможности старались делать примечания.

В целом книга, несомненно, является полезным пособием в работе для всех металлургов, использующих метод электронной микроскопии для решения самых разнообразных задач.

*Л. Орлов
М. Усиков*

ИЗ ПРЕДИСЛОВИЯ АВТОРОВ

Назначение данного руководства и круг затрагиваемых вопросов указаны во введении. Авторы выражают надежду, что эта книга станет частью «лабораторного оборудования» для исследователей, использующих электронные микроскопы с дифракцией. Хотя книга была задумана прежде всего с этой целью, а не как учебник или справочник, тем не менее мы надеемся, что и начинающий читатель сможет найти здесь для себя много полезного. Объяснительный и вводный материал в 1-й части дает некоторые наиболее основные сведения, которые необходимы исследователям (прежде всего металловедам), использующим метод дифракции электронов. Неизбежный уклон данного руководства в сторону металловедческих задач не препятствует, однако, его применению в других областях. Необходимость создания подобной книги мы почувствовали тогда, когда стали собирать для себя таблицы, диаграммы и соответствующий описательный материал. Продолжить начатое нас побудила поддержка созданного в 1965 г. Комитета по электронной микроскопии, группы структурного анализа Института физики и Физического общества.

Некоторый представленный здесь материал, конечно, очень хорошо знаком рентгенографам и имеется в книгах по электронной микроскопии ¹⁾. Понятно, что теория дифракции электронов все еще развивается, но здесь нужны лишь некоторые рабочие основы, из которых исследователи, работающие в данной области, могли бы извлечь для себя «первую помощь» при получении из своих электронограмм как можно больше необходимой информации и ее интерпретации. Определенные аспекты теории дифракции электронов, включающие физические и математические представления, не вошли в эту книгу, в чем и не было явной необходимости. Однако представлялось полезным ввести в элементарном изложении те положения, которые приводят к практическим следствиям в рамках общих целей книги. В частности, по возможности наиболее просто были изложены некоторые «геометрические эффекты», поскольку хотелось показать, как

¹⁾ Наиболее фундаментальной книгой по теории и практике дифракционной электронной микроскопии является монография Хирша и др. «Электронная микроскопия тонких кристаллов» (изд-во «Мир», 1968). Имеется также более элементарный учебник Г. Томаса «Электронная микроскопия металлов» (ИЛ, 1963).— *Прим. ред.*

и насколько подобные эффекты могут влиять на точность измерения расстояний или углов на электрограммах. В других случаях приводимая информация должна помочь понять и объяснить появление более тонких эффектов, которым можно дать иногда не единственное толкование. Действительно, в настоящее время трудно ожидать, чтобы в каждом случае все такие эффекты можно было бы полностью объяснить. Такое положение не должно нас обескураживать; наоборот, оно побуждает к дальнейшему углублению физических представлений и к превращению основных результатов физических исследований в рабочие концепции.

Мы полагаем, что те, кто будет использовать это руководство, будут собирать и свои собственные данные. И если они решат, что эти данные представляют интерес для других, пусть предоставят их для возможного включения в следующее издание этой книги. Будет весьма полезно, если они при этом обратят наше внимание на какие-либо ошибки или упущения и предложат улучшения в пределах поставленных в этой книге задач.

Мы с удовольствием приносим благодарность членам Комитета по электронной микроскопии за их поддержку и ценные предложения, а также Ф. Пикерингу, который дал ряд полезных советов относительно общего плана книги. Мы рады особо поблагодарить проф. Дж. Наттинга, д-ра П. Келли и их коллег из Лидского университета за предоставленный материал, проф. В. Хирса и его коллег из Маркеттского университета (штат Висконсин) за использование их таблиц и госпожу Кэтрин Лонсдейл за разрешение использовать материал из Международных таблиц по кристаллографии. Мы проверили и откорректировали новую расширенную таблицу углов между плоскостями в кубических кристаллах, построенную Р. Пивлером и Дж. Ленуски, и снабдили ее дополнительной информацией.

Ротерем,
март, 1967 г.

*К. Эндрюс
Д. Дайсон
С. Киоун*

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	5
Из предисловия авторов	9
Стереографические проекции	15
Таблицы	17
Примечания	19
Обозначения	20
Введение	21

Часть 1. ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ

<i>Глава 1. Основы дифракции электронов</i>	<i>27</i>
§ 1. Электроны как волны	27
§ 2. Закон Брэгга	27
§ 3. Образование дифракционных картин	29
<i>Глава 2. Связь между кристаллической решеткой, стереографической проекцией и обратной решеткой</i>	<i>31</i>
§ 1. Обратная решетка	31
§ 2. Стереографическая проекция	34
§ 3. Сводка кристаллогеометрических соотношений	37
§ 4. Обобщение уравнения зоны	38
<i>Глава 3. Индексирование электронограмм от поликристаллов и монокристаллов</i>	<i>39</i>
§ 1. Общие замечания	39
§ 2. Точность метода	41
1. Точность соответствия при микродифракции: процедура ее достижения	42
2. Точность определения постоянной прибора	43
Влияние инструментальных изменений на величину $2\lambda L$	43
Влияние некоторых физических факторов	46
Колебания величины $2\lambda L$ вследствие неточных измерений на электронограммах	48
Колебания видимых диаметров колец вследствие эффекта формы пятен	50

3. Практические приемы точного определения величины $2\lambda L$	55
4. Сводка правил, необходимых для получения точных результатов при определении межплоскостных расстояний	56
§ 3. Поликристаллические образцы	57
1. Основные этапы расфигуровки кольцевых электронограмм	59
§ 4. Электронограммы от монокристаллов	59
1. Общие положения	59
2. Индицирование «несовершенных» электронограмм	64
Процедура индицирования «несовершенных» электронограмм	64
3. Лауэ-зоны	65
4. Исследование неизвестных структур	68
5. Сводка основных практических приемов для индицирования точечных электронограмм от монокристаллов	72
§ 5. Дополнительные указания	74
1. Общие замечания	74
2. Нестрогое выполнение условий Лауэ, многоточечные электронограммы и толщина фольги	75
3. Центрированные решетки	76
 <i>Глава 4. Ориентационные соотношения, анализ следов и некоторые другие структурные или дифракционные явления</i>	 79
§ 1. Ориентационные соотношения	79
1. Сводка приемов для установления ориентационных соотношений	81
§ 2. Анализ следов	81
1. Сводка приемов для анализа следов	85
§ 3. Интерпретация тяжей, наблюдаемых на электронограммах	86
§ 4. Двойникование и связанные с ним явления	88
1. Общие принципы	88
2. Некоторые соотношения для кубических кристаллов	89
3. Практические приемы	91
4. Явления, сопутствующие наличию двойников	92
§ 5. Упорядоченные фазы, или сверхструктуры	92
1. Общие принципы	92
2. Причины возникновения экстра-рефлексов	93
3. Причины возникновения двойных или множественных ячеек	95
§ 6. Двойное отражение	98
1. Общие положения	98
2. Ложные погасания	101
§ 7. Кикучи-линии	102
 <i>Глава 5. Геометрические эффекты</i>	 106
§ 1. Наклон образца и эффекты, возникающие на электронограмме	106
§ 2. Эффект конечной длины волны и конечного размера рефлекса	110
§ 3. Эффект наличия лауэ-зон и обнаружение изгиба или искривления решетки	113
1. Эффект наличия лауэ-зон	113
2. Искривление образца или разориентировка зерен	115

Часть 2. ТАБЛИЦЫ И ДИАГРАММЫ ДЛЯ РАСЧЕТОВ ОБЩЕГО ХАРАКТЕРА

<i>Глава 6. Общие замечания</i>	121
<i>Глава 7. Расчет межплоскостных расстояний и углов</i>	123
<i>Глава 8. Тетрагональная система</i>	124
§ 1. Углы и другие данные	124
<i>Глава 9. Гексагональная и ромбоэдрическая системы</i>	130
§ 1. Углы и другие данные	130
§ 2. Замечания к индизированию электронограмм от гексагональных кристаллов	141
1. Система с тремя индексами	141
2. Система с четырьмя индексами	142
3. Практические указания по индизированию электронограмм	150
<i>Глава 10. Кубическая система</i>	151
§ 1. Углы и другие данные	151
<i>Глава 11. Эталонные электронограммы</i>	181
Кубические кристаллы	181
Гексагональные кристаллы	184
Распространение приведенных схем на другие случаи	185
<i>Глава 12. Двойники в кубических кристаллах</i>	186
<i>Глава 13. Составные электронограммы и проекции (для случая мартенситных превращений и др.)</i>	194

Часть 3. ДАННЫЕ ДЛЯ КОНКРЕТНЫХ МАТЕРИАЛОВ

<i>Глава 14. Общие замечания</i>	211
<i>Глава 15. Карбиды</i>	212
§ 1. Цементит, Fe_3C	212
1. Межплоскостные расстояния	212
2. Углы между плоскостями	212
3. Углы между направлениями	225
§ 2. Межплоскостные расстояния карбида на основе хрома, M_7C_3	225
§ 3. Межплоскостные расстояния железо-молибденового карбида, $\text{M}_6\text{C}_6 = \text{Fe}_2\text{MoC}$	225
§ 4. Межплоскостные расстояния кубических карбидов, M_{23}C_6 и M_6C	233
§ 5. Межплоскостные расстояния карбида молибдена, Mo_2C	235
§ 6. Межплоскостные расстояния карбида ниобия, NbC	237

<i>Глава 16. Металлы</i>	238
§ 1. Межплоскостные расстояния алюминия, меди и γ -железа	238
§ 2. Межплоскостные расстояния α -железа	239
§ 3. Межплоскостные расстояния α -титана	239
<i>Глава 17. Интерметаллиды</i>	241
§ 1. Межплоскостные расстояния Ni_3Ti	241
§ 2. Сигма-фазы; межплоскостные расстояния σ -фазы Fe — Mo	242
§ 3. Межплоскостные расстояния χ -фаз	245
<i>Приложение. Простой стол для работы со стереографическими проекциями</i>	246
<i>Литература</i>	251
<i>Предметный указатель</i>	253

СТЕРЕОГРАФИЧЕСКИЕ ПРОЕЦИИ

Ф и г. 25. Стереографическая проекция для гексагональных кристаллов на плоскость $(00.1) = (0001)$ с отношением осей $c/a = 1,633$	146
Ф и г. 26. Стереографическая проекция для гексагональных кристаллов на плоскость $(1\bar{2}10)$ с отношением осей $c/a = 1,633$	147
Ф и г. 27. Вспомогательная проекция для гексагональных кристаллов с отношением осей $c/a = 1,633$	148
Ф и г. 28. Вспомогательная проекция для гексагональных кристаллов с отношением осей $c/a = 1,633$	149
Ф и г. 29. Стереографическая проекция для кубических кристаллов на плоскость (001)	153
Ф и г. 30. Стереографическая проекция для кубических кристаллов на плоскость (111)	154
Ф и г. 31. Стереографическая проекция для кубических кристаллов на плоскость (011)	155
Ф и г. 35. Стереографическая проекция, представляющая двойниковые соотношения в объемноцентрированных и гранецентрированных кубических кристаллах	187
Ф и г. 43. Стереографическая проекция, представляющая ориентационное соотношение Курдюмова — Закса между объемноцентрированными и гранецентрированными кубическими кристаллами	204
Ф и г. 44. Стереографическая проекция, представляющая ориентационное соотношение Нишиямы — Вассермана между объемноцентрированными и гранецентрированными кубическими кристаллами	205
Ф и г. 45. Стереографическая проекция, представляющая соотношение Бейна между объемноцентрированными и гранецентрированными кубическими кристаллами	206
Ф и г. 46. Стереографическая проекция цементита, Fe_3C , на плоскость (100)	226
Ф и г. 47. Стереографическая проекция цементита, Fe_3C , на плоскость (001)	227
Ф и г. 48. Стереографическая проекция, представляющая ориентационное соотношение Багаряцкого между цементитом и ферритом	228
Ф и г. 49. Стереографическая проекция, представляющая ориентационное соотношение Питча между цементитом и ферритом	229

Ф и г. 50.	Стереографическая проекция карбида M_7C_3 на плоскость (0001) с отношением осей $c/a \approx 0,32$	231
Ф и г. 51.	Стереографическая проекция карбида $M_aC_b = Fe_2MoC$ на плоскость (100)	232
Ф и г. 52.	Стереографическая проекция карбида Mo_2C с ферритом, основанная на ориентационном соотношении Питча и Шрадер между ε -карбидом и α -фазой	236
Ф и г. 53.	Стереографическая проекция для тетрагональной σ -фазы в системе Fe—Mo на плоскость (001) с отношением осей $c/a \approx 0,524$	244

ТАБЛИЦЫ

Таблица 1.	Сводка кристаллгеометрических соотношений, следующих из уравнения $hu + kv + lw = 0$	37
Таблица 2.		54
Таблица 3.	Формулы для определения межплоскостных расстояний и углов между плоскостями и между направлениями	66—67
Таблица 4.		67
Таблица 5.		97
Таблица 6.	Углы для построения стереографических проекций тетрагональных кристаллов	125
Таблица 7.	Углы между плоскостями для некоторых тетрагональных материалов	126
Таблица 8.	Углы между плоскостями в тетрагональных кристаллах	127
Таблица 9.	Углы для построения стереографических проекций гексагональных и ромбоэдрических кристаллов	131
Таблица 10.	Углы между плоскостями в гексагональных кристаллах	134
Таблица 11.	Углы между плоскостями для некоторых элементов с гексагональной решеткой	140
Таблица 12.	Обозначение направлений с помощью систем с тремя и четырьмя индексами	145
Таблица 13.	Возможные индексы для кубических кристаллов	152
Таблица 14.	Углы между плоскостями или направлениями в кубических кристаллах	156
Таблица 15.		188
Таблица 16.	Положение двойниковых рефлексов в обратном пространстве . . .	189
Таблица 17.		203
Таблица 18.	Межплоскостные расстояния цементита, Fe_3C	213
Таблица 19.	Углы между кристаллографическими плоскостями в цементите, Fe_3C	214
Таблица 20.	Углы между кристаллографическими направлениями в цементите, Fe_3C	224
Таблица 21.	Межплоскостные расстояния карбида $M_7C_3 = (Cr, Fe)_7C_3$. . .	230

Таблица 22. Межплоскостные расстояния карбида $M_4C_6 = Fe_2MoC$ (по данным рентгеноструктурного анализа)	233
Таблица 23. Межплоскостные расстояния карбида $M_{23}C_6$	234
Таблица 24. Межплоскостные расстояния карбида M_6C	234
Таблица 25. Межплоскостные расстояния карбида Mo_2C	235
Таблица 26. Межплоскостные расстояния карбида ниобия, NbC	237
Таблица 27. Межплоскостные расстояния алюминия	238
Таблица 28. Межплоскостные расстояния меди	238
Таблица 29. Межплоскостные расстояния γ -железа	239
Таблица 30. Межплоскостные расстояния α -железа	239
Таблица 31. Межплоскостные расстояния α -титана	240
Таблица 32. Межплоскостные расстояния соединения Ni_3Ti	241
Таблица 33.	242
Таблица 34. Межплоскостные расстояния σ -фазы в системе $Fe-Mo$	242
Таблица 35.	245
Таблица 36. Межплоскостные расстояния χ -фазы $Re-Ta$	245

ПРИМЕЧАНИЯ

1. Как правило, значения углов мы указываем в градусах с двумя десятичными знаками, однако в некоторых таблицах мы приводим их с тремя знаками или в градусах и минутах, т. е. в том виде, в каком они даны в оригинале.

2. В кристаллографических исследованиях при работе со стереографическими проекциями используются стандартные сетки трех или даже четырех различных размеров. Мы настоятельно рекомендуем пользоваться наибольшей из имеющихся в распоряжении, а именно сеткой диаметром 30 см. Стереографические проекции, воспроизведенные в книге, имеют диаметр 127 мм (5 дюймов), что является наименьшим стандартным размером¹⁾. Нет необходимости подчеркивать преимущества использования проекций большого размера—наиболее очевидным является то, что увеличение размера дает возможность наносить точки с гораздо большей точностью (например, $\pm 1/2^\circ$ или лучше).

3. Чтобы содействовать применению 30-сантиметровых проекций, мы изучили возможность использования соответствующих сеток Вульфа, имевшихся в наличии в Великобритании, но узнали, что они больше не печатаются. Поэтому мы позаимствовали отличную копию на стабильной основе прямо из оригинального источника: Океанографического управления военно-морских сил США в Вашингтоне. Получение этой карты явилось для нас весьма ценным приобретением. Первоначальная копия была использована для изготовления последующих хороших копий, включая сетки точно 30-сантиметрового размера. Эти карты послужили основой для изготовления прозрачной сетки Вульфа, которую выпустила компания «Полярон Лимитед оф Финчли» в Лондоне. Последняя изготовила также на стабильной прозрачной основе полярную сетку и стандартные копии основных проекций, приведенных в этой книге. (Мы сочли излишним воспроизводить здесь сетку Вульфа или полярную сетку.) Кроме того, были напечатаны на бумаге копии большинства других имевшихся в наличии проекций. Производство и продажу таких сеток следует рассматривать как составную часть общего обслуживания необходимыми принадлежностями исследователей, использующих электронные микроскопы и другую кристаллографическую технику. Это полезное мероприятие прямо перекликается с задачами данной книги, и мы благодарим Г. Кайе («Полярон Лимитед») за его осуществление.

¹⁾ В СССР обычно используются сетки диаметром 20 см.—Прим. ред.

ОБОЗНАЧЕНИЯ

a, b, c — длины ребер элементарной ячейки — параметры решетки.	H — гексагональная система.
d — межплоскостное расстояние.	H, K, L — индексы плоскости двойникования или габитусной плоскости.
e — заряд электрона.	I — вектор кристаллической решетки; сила тока в линзах; интенсивность отражения.
f — фокусное расстояние; фактор атомного рассеяния.	L — длина камеры; число.
h, k, l — миллеровские индексы.	M — атом какого-нибудь металла.
h — постоянная Планка.	M — увеличение; число.
l — индекс Миллера — Бравэ.	$N = \sum h^2$ — сумма квадратов индексов.
m — символ пространственной группы; масса электрона; размер домена; увеличение.	O — источник; центр; начало координат.
n — целое число.	P, Q — какие-либо точки.
p — фактор повторяемости.	R — ромбоэдрическая система; расстояние; расстояние между кикучи-линиями.
p, r, q, s — индексы Миллера — Бравэ для направления в кристалле.	U, V, W — индексы нормали к плоскости двойникования.
r — длина вектора; радиус кольца на электронограмме; радиус лауэ-зоны.	V — напряжение.
s — малое отклонение от центра узла обратной решетки.	X, Y, Z — кристаллографические оси.
t — толщина.	α, β, γ — углы между осями; дробные величины.
u, v, w — индексы для направления в кристалле.	δ — малая величина (например, $\delta\theta$).
v — скорость электронов.	θ — брэгговский угол.
x, y, z — координаты атома.	λ — длина волны.
$\text{\AA}$ — ангстрем.	$\lambda, \rho, \psi, \phi$ — какие-либо углы.
A, B — числа.	ν — частота.
A, D, L — типы структур.	ρ — угол между направлениями.
C — целое число; константа; номер слоя обратной решетки.	Φ — внутренний потенциал.
D — диаметр кольца на электронограмме.	a^*, b^*, c^* — параметры обратной решетки.
F — структурный фактор.	d^* — межплоскостное расстояние в обратной решетке.
F, I, P — символы пространственной группы.	X^*, Y^*, Z^* — оси обратной решетки.

Введение

Современные электронные микроскопы обычно приспособлены для получения электронограмм и микроскопических изображений от одного и того же участка образца. Чем полнее используется сочетание этих возможностей, тем лучше получаемые результаты. Они могут дать точную информацию относительно природы присутствующих фаз, их ориентационных соотношениях, образования зон, атомного упорядочения, двойникования, дефектной структуры, характеристик роста и т. д.

Таблицы, диаграммы и другие представленные здесь данные найдут применение прежде всего при анализе электронограмм, полученных именно с помощью электронного микроскопа, хотя их также могут использовать исследователи, работающие с другими электронно-дифракционными приборами. Металлофизики особенно оценили возможности дифракции, и хотя наши данные имеют уклон в сторону металловедческих приложений, их можно использовать и более широко; исследователи могут добавить к ним собственные стандартные данные и другие таблицы, если таковые имеются в их распоряжении. Таким путем можно будет составить полезное справочное руководство.

В 1-й части изложены некоторые важные основные принципы и приводится достаточно полное, хотя и упрощенное, описание методов интерпретации электронограмм, а также даются необходимые для этого кристаллографические сведения. Эти сведения даны с той степенью приближения, которая может быть практически полезной в металловедческой исследовательской лаборатории, исходя из чего всюду, где это только возможно, мы ограничивались мерой достаточности, а не полноты. Поэтому широта охвата материала и глубина подхода в этой книге иные, чем в строгом учебнике. Мы не стали вдаваться в подробности излагаемого предмета, да и люди, работающие на электронных микроскопах, не испытывают в общем надобности в большей детализации вопросов, чем это сделано здесь. Справки по фундаментальным вопросам теории дифракции электронов можно получить, например, в монографии Пинскера [1], а по различным кристаллографическим аспектам — в ряде других изданий, например [2—5].

Во 2- и 3-й частях содержатся главным образом таблицы межплоскостных расстояний для металлов и соединений, а также некоторые стандарт-

ные стереографические проекции. Эти таблицы относятся к наиболее часто встречающимся фазам в продукции черной металлургии и охватывают различные кристаллические структуры. Представлены одинарные и двойные стереографические проекции: последние определяют ориентационные соотношения, которые обычно имеют место между двумя данными кристаллическими структурами. Одинарные проекции имеют различные применения; о некоторых из них говорится в сопроводительном тексте.

Для успешного проведения структурных исследований; связанных с развитием разнообразных типов материалов, требуется использовать всю информацию, получаемую различными методами. Точно так же, как оптическая и электронная микроскопия перекрывают вместе большую область увеличений, рентгеновская и электронная дифракция дополняют и расширяют возможности друг друга. Авторы по собственному опыту знают, что рентгеновская дифракция часто оказывается наиболее полезным методом решения многих металловедческих задач, а точность этого метода такова, что мы можем уловить различия в параметре решетки в третьем или четвертом знаке после запятой. С помощью электронно-дифракционного анализа такой точности достичь нельзя. Однако при использовании рентгеновских лучей в обычных стандартных условиях эксперимента более или менее равномерные по интенсивности кольца получаются от образцов, содержащих частицы, размер которых порядка 1 мк (10^4 Å), в то время как для дифракции электронов верхний предел размера кристаллических частиц, дающих кольцевую картину, составляет примерно 10^{-5} — 10^{-6} см (10^3 — 10^2 Å).

Для кристаллитов, размеры которых находятся между этими двумя пределами, рентгеновские лучи дают широкие диффузные кольца наподобие тех, которые получаются на электронограммах от углеродных реплик, тогда как электроны создают точечную картину рефлексов. Поэтому для таких кристаллитов исследования с помощью дифракции электронов при использовании как метода экстракционных углеродных реплик, так и метода тонких фольг как бы продолжают область применения рентгеновского анализа и позволяют обнаружить присутствие промежуточных или метастабильных фаз и эффектов упорядочения в стадии «предвыделения», до того как образуются частицы достаточно большого размера. Относительные достоинства двух указанных методик, используемых при исследованиях методом дифракции электронов, обсуждались в работе [6]. Поскольку разрешающая способность дифракционной камеры пропорциональна длине волны излучения (т. е. для электронов она мала, а для рентгеновских лучей гораздо выше), то из кольцевых рентгенограмм можно получить более точные результаты, чем из электронограмм. Если в образце присутствуют две фазы с одинаковой кристаллической струк-

турой и близкими параметрами решетки, их очень трудно различить методом дифракции электронов особенно тогда, когда структура сложна. Значительно более определенно различить такие фазы можно по кольцевым рентгенограммам от порошков.

Электроннограммы от малых выбранных участков тонких металлических фольг (микроэлектроннограммы) часто получаются только от одного кристалла или небольшого числа кристаллов и являются фактически точечными электроннограммами от монокристаллов. Точность измерений на таких электроннограммах примерно такая же, как и на подобных точечных рентгенограммах от монокристаллов. По этим дифракционным картинам можно измерять и углы между плоскостями и межплоскостные расстояния. Но опять-таки для схожих кристаллических структур может получаться некоторая неоднозначность результата.

Часть 1
ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ

1. Основы дифракции электронов

§ 1. ЭЛЕКТРОНЫ КАК ВОЛНЫ

Дифракция электронов возможна вследствие присущих им волновых свойств; при этом их поведение определяется соотношением

$$\lambda = \frac{h}{mv}, \quad (1)$$

где λ — длина волны электронов, h — постоянная Планка и mv — импульс частицы.

Электроны, ускоряемые разностью потенциалов V (в *вольтах*), имеют кинетическую энергию, равную $\frac{1}{2}mv^2$, причем

$$\frac{1}{2}mv^2 = Ve,$$

где e — заряд электрона. Используя это выражение, заменим v в уравнении (1), тогда получим

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meV}} \text{ (в } \text{\AA}) = \frac{12,236}{\sqrt{V}} \text{ (в } \text{\AA}). \quad (2)$$

Эта формула определяет длину волны электрона с массой m (в *граммах*), движущегося со скоростью v (в *см/сек*). Поскольку в реальных условиях необходимо учитывать релятивистскую поправку, зависящую от используемого ускоряющего напряжения, формула (2) в действительности будет несколько сложнее¹⁾.

В электронном микроскопе, работающем при 100 кВ, излучаемые электроны имеют длину волны 0,037 Å.

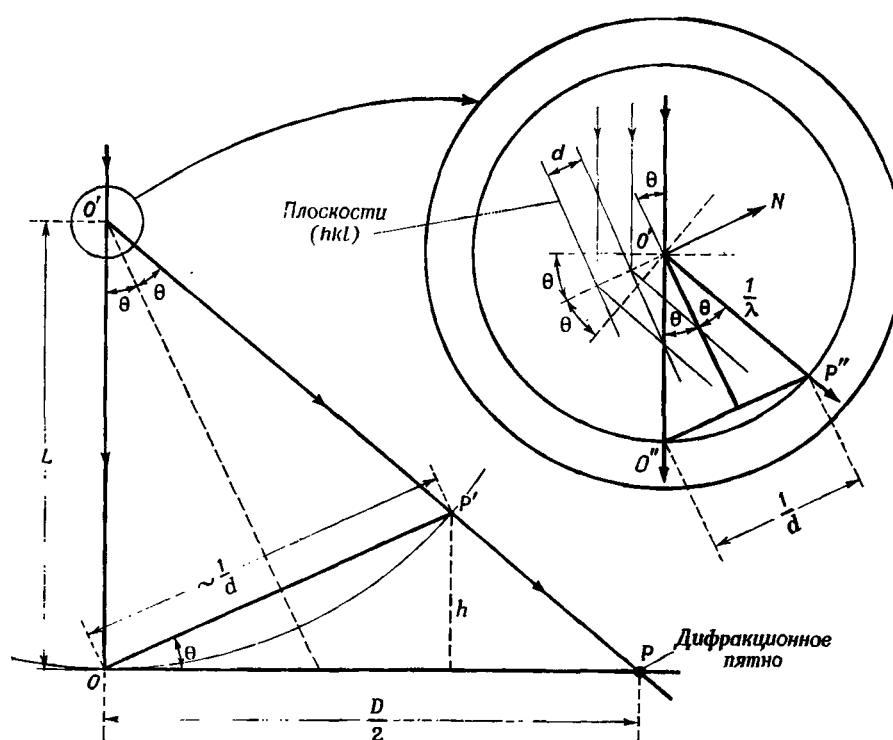
§ 2. ЗАКОН БРЭГГА

Когда соответствующим образом сфокусированный пучок электронов проходит через кристалл, дифракция происходит в том случае, если одновременно удовлетворяются три условия Лауэ. Эти условия таковы:

$$\begin{aligned} a(\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) &= n_1 \lambda, \\ b(\cos \beta_1 - \cos \beta_2) &= n_2 \lambda, \\ c(\cos \gamma_1 - \cos \gamma_2) &= n_3 \lambda; \end{aligned} \quad (3)$$

¹⁾ То есть в формулу (2) войдет множитель $1/(1 + 0,9788 \cdot 10^{-8} V)$. — *Прим. перев.*

здесь a , b и c — параметры кристаллической решетки, а n_1 , n_2 и n_3 — порядки лауэвской дифракции. Косинусы углов определяют направления падающего и дифрагированных пучков. Условия для дифракции в более общем виде представляются законом Брэгга, который, можно сказать, содержит условия Лауэ. Это положение иллюстрируется на фиг. 1. Как



Ф и г. 1. Основная геометрия дифракции.

В случае дифракции электронов угол θ мал и точка P' очень близка к точке P .

показано в кружке справа, параллельный пучок электронных волн падает на кристалл под углом θ к системе кристаллографических плоскостей с межплоскостным расстоянием d и миллеровскими индексами hkl . Из фигуры видно, что дифракция происходит тогда, когда пути лучей, отраженных от последовательно расположенных плоскостей данной системы, отличаются друг от друга на целое число длин волн. Дифрагиро-

ванный луч уходит от отражающей плоскости под углом θ и, значит, составляет с падающим пучком угол 2θ . Если выполняется это условие, разность хода лучей $n\lambda$, которая отвечает избыточному пути каждого последующего луча относительно предыдущего, будет равна $2d \sin \theta$, т. е.

$$n\lambda = 2d \sin \theta. \quad (4)$$

На практике в обычных задачах рентгеновской и электронной дифракции не делают различия между n -м порядком отражения от системы плоскостей с расстоянием d и первым порядком отражения от параллельных им плоскостей с расстоянием d/n . Для всех регистрируемых межплоскостных расстояний d считается, что $n = 1$, однако индексы Миллера тогда могут иметь общий множитель.

§ 3. ОБРАЗОВАНИЕ ДИФРАКЦИОННЫХ КАРТИН

Другая форма соотношения (4) при $n = 1$ имеет вид

$$\frac{1}{d} = 2 \frac{1}{\lambda} \sin \theta. \quad (5)$$

На фиг. 1 построена сфера радиусом $1/\lambda$ с центром в точке O' . Она пересекает прямой пучок в точке O'' , а дифрагированный — в точке P'' . Расстояние $O''P''$ составляет $(2 \sin \theta)/\lambda$ и поэтому равно $1/d$. Направление $O''P''$ параллельно направлению $O'N$, которое перпендикулярно плоскостям (hkl) . «Сфера отражения», или «сфера Эвальда» (изображенная на фиг. 1), представляет собой хорошо известное построение, которое позволяет интерпретировать электронограммы, и будет рассмотрено ниже.

Соотношение (5) в той форме, как оно здесь записано, является удобным для анализа электронограмм от монокристаллов. Картина регистрируется на плоской пленке или пластинке, которая обычно располагается нормально направлению падающего пучка $O'O$ (фиг. 1). Дифрагированный пучок идет вдоль направления $O'P'$ и создает дифракционное пятно на пленке в точке P .

Примем, что отрезок $O'O$ равен L , т. е. эффективной длине камеры, и отложим отрезок $O'P'$, также равный L . Тогда треугольник $O'OP'$ будет подобен треугольнику $O'O''P''$ (см. в кружке справа). Если L приравнять $M(1/\lambda)$, где M — масштаб, или коэффициент увеличения, то можно записать

$$OP' = M \frac{1}{d} = Md^*.$$

Использование d^* вместо $1/d$ является общепринятым. Вектор d^* есть вектор обратной решетки (см. § 1 гл. 2), перпендикулярный соответствующей

щей плоскости. Значит, все отрезки, подобные OP' , параллельны по направлению и пропорциональны векторам обратной решетки d^* . На фиг. 1

$$\begin{aligned} OP &= L \operatorname{tg} 2\theta, \\ OP' &= 2L \sin \theta. \end{aligned} \quad (6)$$

На электрограммах благодаря малой длине волны электронов угол θ также мал ($< 3^\circ$), и поэтому точка P' расположена очень близко к P , а расстояния OP' и OP приблизительно равны $2L\theta$ (на фиг. 1 масштаб намеренно увеличен).

Отсюда следует, что, если фотопластинку наклонить на угол θ , точки P и P' действительно совпадут, но расстояния от других дифракционных пятен до центра могут увеличиться. Если падающий пучок *точно перпендикулярен* какому-то слою обратной решетки, возникает картина пятен (точечная электрограмма), поскольку расстояние от какого-либо узла слоя до сферы — папример h на фиг. 1 — меньше, чем копечный размер дифракционного пятна ¹⁾. Чем меньше длина волны, тем легче выполняется это условие.

Для симметричной электрограммы (от монокристаллов) ²⁾ имеется поэтому тенденция к ослаблению и полному погасанию рефлексов при возрастании угла θ . Рефлексы могут возникать и вдали от центральной области электрограммы, если сфера отражения пересекает второй (или третий) слой обратной решетки (см. § 3 гл. 5) или если в кристалле имеются слегка разориентированные фрагменты или границы субзерен. Полностью разделенные зерна могут давать наложенные друг на друга картины — либо сразу от центра электрограммы, либо только на ее периферии. Строго симметричные электрограммы далеко не всегда удается получить без специальных усилий.

Кольцевые электрограммы от поликристаллов возникают вследствие того, что зерна различных ориентировок имеют плоскости, находящиеся в правильном для дифракции положении, и дифрагированные лучи образуют поверхность копуса (например, такую поверхность можно было бы получить, вращая $O'P'$ вокруг $O'O$, см. фиг. 1).

¹⁾ Правильнее говорить не о размере дифракционного пятна, а о размере узла обратной решетки.— *Прим. ред.*

²⁾ Речь идет о «симметричности» по интенсивности одноименных, но противоположных по знаку рефлексов, что имеет место, например, в том случае, когда просвечиваемый кристалл находится в положении точной ориентировки, т. е. когда ось кристаллографической зоны строго параллельна падающему пучку.— *Прим. ред.*

2. Связь между кристаллической решеткой, стереографической проекцией и обратной решеткой

Анализ и интерпретация электронограмм существенно облегчаются при использовании обратной решетки и стереографической проекции.

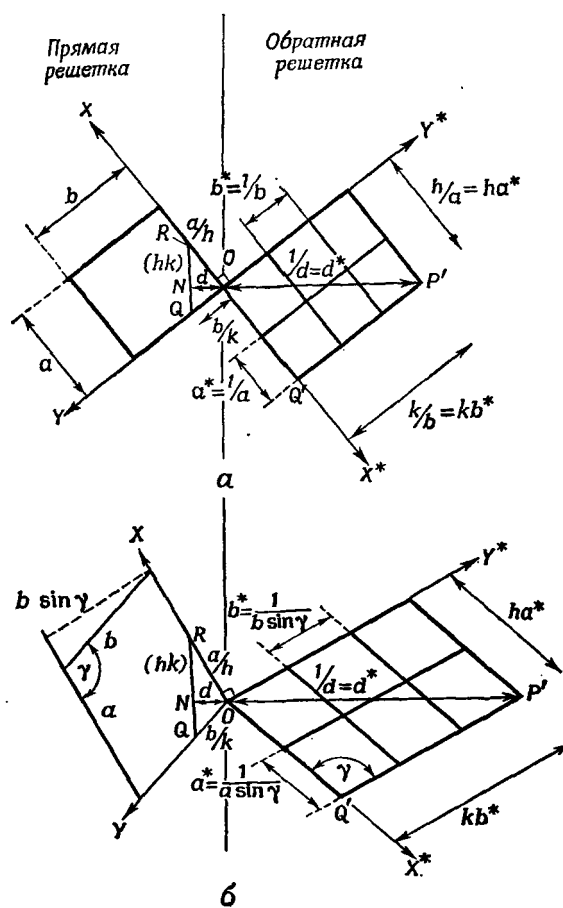
§ 1. ОБРАТНАЯ РЕШЕТКА

Величину $1/d$, т. е. обратную длину (или вектор $\mathbf{d}^*$), которая уже фигурировала в соотношении (5), можно лучше понять в связи с общим представлением об обратной решетке.

Очевидно, что точечная электронограмма от монокристалла подобна (и при уменьшении длины волны это подобие становится все более близким) сетке узлов, расположенных от центра электронограммы (O на фиг. 1) на расстояниях, пропорциональных $1/d$ или d^* . Линия, соединяющая точку O с каким-нибудь пятном, параллельна также нормали к дифрагирующей плоскости и отвечает, таким образом, вектору $\mathbf{d}^*$ в соответствующем масштабе. Следовательно, положение пятен определяет величину и направление векторов, проведенных из центра O (нулевого узла). Поскольку при этом получается правильная сетка, ее можно рассматривать как плоскость (слой) обратной решетки. Обратная решетка представляет собой правильную трехмерную картину узлов; она связана с трехмерной кристаллической решеткой так, что удовлетворяется определенное требование: векторы обратной решетки $\mathbf{d}_{hkl}^*$ должны быть перпендикулярны плоскостям (hkl) прямой решетки, а их длины d_{hkl}^* обратно пропорциональны соответствующим межплоскостным расстояниям d_{hkl} .

Из упомянутой связи этих двух решеток следует, например, что вектор $\mathbf{d}_{100}^*$ должен быть перпендикулярен плоскостям (100) и $(\bar{1}00)$, являющимся двумя противоположными гранями трехмерной элементарной ячейки прямой решетки. Величина d_{100}^* обратно пропорциональна величине d_{100} , которая не обязательно равна длине ребра a элементарной ячейки. Однако плоскость (100) содержит два других ребра ячейки $[010]$ и $[001]$, так что отрезок d_{100}^* перпендикулярен осям OY и OZ в кристаллической решетке. Это условие является достаточным для того, чтобы определить полное соотношение между прямой и обратной решетками для всех случаев, за исключением наиболее общего (триклинной решетки), как поясняется на фиг. 2.

На фиг. 2, а изображены двумерные решетки с прямоугольными осями, а на фиг. 2, б — с косоугольными. Трехмерные решетки (за



Ф и г. 2. Соотношение между прямой и обратной решетками.

а — прямоугольные оси; б — косоугольные оси.

Отсюда можно получить аналогичные соотношения для всех трехмерных решеток, за исключением триклинной.

исключением триклинной) получатся, если провести ось Z нормально плоскости чертежа; для них также можно применить формулы, аналогич-

ные формулам для двумерного случая. На фиг. 2, а и б ON есть перпендикуляр к плоскости (hk) или $(hk0)$ кристаллической решетки. Ребра элементарной ячейки обратной решетки построены так, чтобы удовлетворялось вышеупомянутое условие для d_{100}^* и d_{010}^* , т. е. $a^* = d_{100}^*$, $b^* = d_{010}^*$; например, OX^* есть перпендикуляр к OY , а OY^* — перпендикуляр к OX .

Формулу для вычисления межплоскостных расстояний в случае, представленном на фиг. 2, а, т. е. для прямоугольных осей, можно легко вывести или взять из литературы [2—5] (случай орторомбической решетки при $l = 0$). Ее можно записать в таком виде:

$$\frac{1}{d^2} = \frac{h^2}{a^2} + \frac{k^2}{b^2}. \quad (7)$$

Это в точности соответствует результату, который получается в обратной решетке: так как $d^* = 1/d$, $a^* = 1/a$, $b^* = 1/b$, то по теореме Пифагора имеем

$$(OP')^2 = (d^*)^2 = h^2 (a^*)^2 + k^2 (b^*)^2. \quad (8)$$

Таким образом, решетка будет состоять из узлов, находящихся на расстояниях a^* , $2a^*$, $3a^*$ и т. д. вдоль оси OX^* и на расстояниях b^* , $2b^*$ и т. д. вдоль оси OY^* . На фиг. 2, а для $h = 2$ и $k = 3$ показан вектор d^* длиной OP' .

Трехмерная орторомбическая решетка получается при добавлении в формулу (8) члена $l^2 (c^*)^2 = l^2/c^2$ и описывается простой пифагоровой суммой в трех измерениях. Для тетрагональной решетки $a = b$, $a^* = b^*$, а для кубической $a = b = c$, $a^* = b^* = c^*$. С помощью элементарной геометрии можно доказать, что треугольники HON и $P'OQ'$ подобны, откуда следует, что линии OP' и ON параллельны.

Согласно фиг. 2, б, формула для определения межплоскостного расстояния в кристаллической решетке будет иметь вид

$$\frac{1}{d^2} = \frac{h^2}{(a \sin \gamma)^2} + \frac{k^2}{(b \sin \gamma)^2} - \frac{2hk}{a \sin \gamma b \sin \gamma} \cos \gamma, \quad (9)$$

что эквивалентно обычной формуле для моноклинной решетки [2] при $l = 0$, за исключением того, что обычно принимают неравным 90° угол β [в формуле (9) для удобства вместо c стоит b].

Полагая в формуле (9) $h = 1$, $k = 0$ или $h = 0$, $k = 1$, получаем $a^* = d_{100}^* = 1/(a \sin \gamma)$ или $b^* = d_{010}^* = 1/(b \sin \gamma)$. Отсюда соответствующая формула в обратной решетке должна иметь вид

$$(d^*)^2 = h^2 (a^*)^2 + k^2 (b^*)^2 - 2hka^*b^* \cos \gamma, \quad (10a)$$

или

$$(d^*)^2 = h^2 (a^*)^2 + k^2 (b^*)^2 + 2hka^*b^* \cos \gamma^*, \quad (10б)$$

где $\gamma^* = X^*OY^* = 180^\circ - \gamma$.

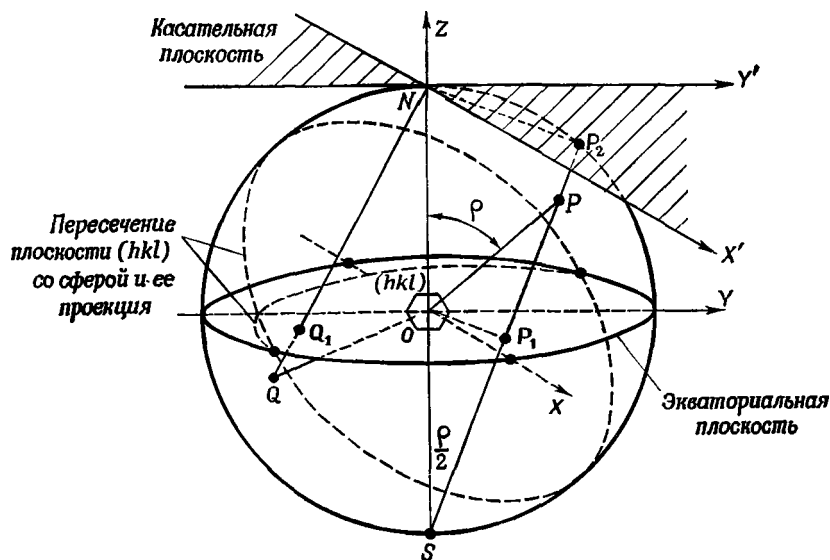
Поэтому, если a^* и b^* являются ребрами элементарной ячейки, узлы обратной решетки составляют такую картину, какая показана на правой

половине фиг. 2, б; в данном случае OP' отвечает $h = 2, k = 3$. Формула (10а) также непосредственно следует из формулы косинусов для треугольника $P'OQ'$, что подтверждает правильность данного построения. А поскольку треугольники $P'OQ'$ и OQR подобны, легко показать, что линия OP' параллельна ON .

Проведя ось OZ или OZ^* перпендикулярно этой диаграмме, получим моноклинную решетку, а если угол $\gamma = 120^\circ$, то будем иметь гексагональную решетку. Полагая $\gamma = 90^\circ$, можно получить все случаи прямоугольных решеток.

§ 2. СТЕРЕОГРАФИЧЕСКАЯ ПРОЕКЦИЯ

Стереографическая проекция, или стереограмма (фиг. 3 и 4), является по существу способом представления трехмерных угловых соотношений на плоскости (что можно сравнить с изображением земного шара на круглой карте).



Фиг. 3. Основы построения стереографической проекции.

На фиг. 3 показан помещенный в центр сферы кристалл, в котором выбрана некоторая плоскость, обозначенная (hkl) . Эту плоскость можно представить одним из двух способов:

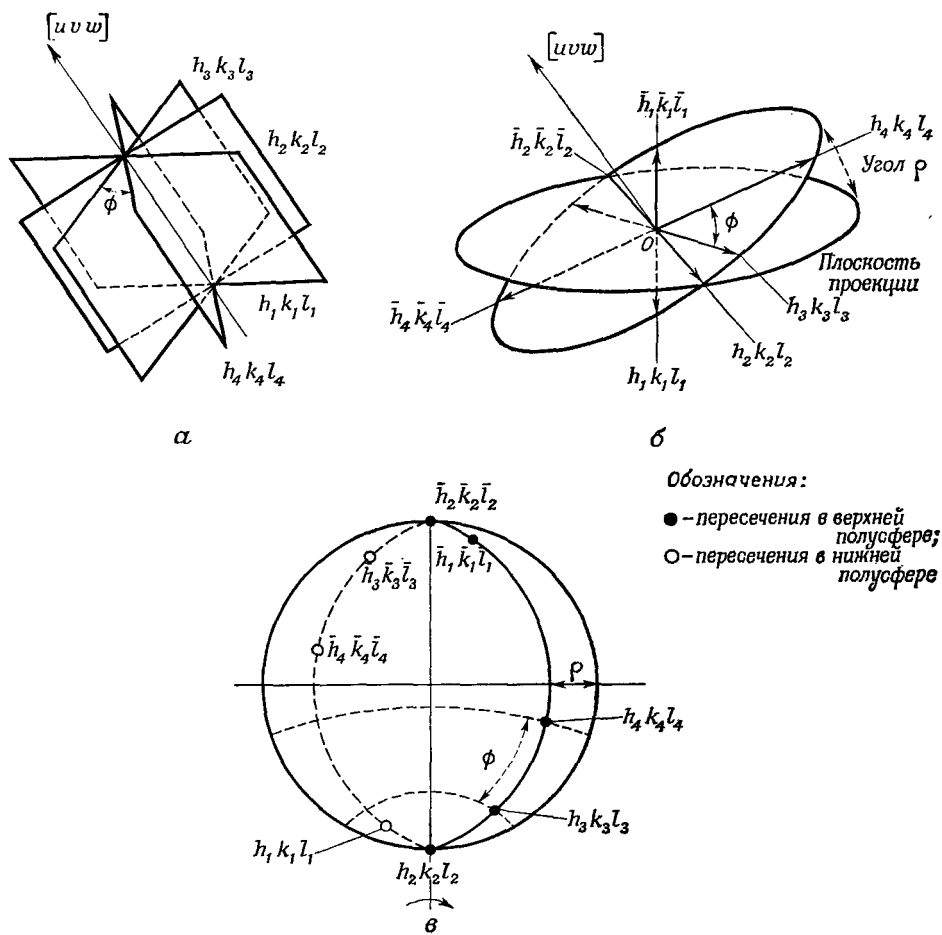
- а. Путем изображения нормали OP к данной плоскости. Искомую проекцию P найдем, соединяя точки P и S ; тогда соответствующей точкой на стереографической проекции будет точка P_1 . При этом за плоскость проекции принимается экваториальная плоскость. Точка P_1 , являясь проекцией точки P , есть *полюс* плоскости (hkl).
- б. Путем продолжения данной плоскости как диаметральной до пересечения со сферой по большому кругу. Это представление плоскости, которое в дальнейшем здесь не потребуется, можно получить, продолжая плоскость hkl до пересечения со сферой по кругу и затем проектируя точки этого круга на плоскость проекции. Соответствующее построение показано пунктирными кривыми на фиг. 3. Плоскость проекции на этой диаграмме перпендикулярна оси OZ и поэтому для кристаллов любой структуры, за исключением триклинной, будет отвечать плоскости (001) моноклинной решетки при условии, что $\gamma \neq 90^\circ$.

В некоторых случаях вместо экваториальной плоскости ¹⁾ берется плоскость $X'Y'$, касательная к сфере в точке N . При этом получается тот же результат, но только меняется масштаб. Так, точка P проектируется в точку P_2 , а поскольку такие треугольники, как SOP_1 и SNP_2 , подобны, сохраняется пропорциональность проекций: в данном случае $NP_2 = 2OP_1$.

На фиг. 4, а показано несколько плоскостей (hkl), принадлежащих зоне $[uvw]$. Очевидно, что нормали к этим плоскостям перпендикулярны направлению $[uvw]$ и расходятся от него по радиусам, подобно спицам в колесе (фиг. 4, б). Значит, по аналогии с проектированием плоскости (hkl) зону $[uvw]$ и плоскости, принадлежащие ей, можно также представить большим кругом или его полюсом $[uvw]$. Проекция большого круга на экваториальную плоскость показана на фиг. 4, в. Из этих построений следует, что проекцию можно использовать для того, чтобы представить а) плоскость с помощью большого круга u (или) его полюса, расположенного под углом 90° к кругу, б) зону (направление) с помощью ее полюса u (или) большого круга, расположенного под углом 90° к нему. Полюсы всех плоскостей одной зоны лежат на одном большом круге. Таким же образом на большом круге, лежащем в плоскости чертежа, находятся точки, которые отвечают полюсам направлений, содержащихся в данной плоскости. В *каждом случае* должно удовлетворяться уравнение

$$hu + kv + lw = 0. \quad (11)$$

¹⁾ Здесь имеется в виду, что экваториальная плоскость используется в качестве плоскости проекции.— *Прим. ред.*



Ф и г. 4. Связь стереографической проекции с плоскостями и направлениями.
 а — плоскости, принадлежащие одной зоне; б — нормали к плоскостям расходятся по радиусам больших кругов сферы; в — проекция круга на экваториальную плоскость.

§ 3. СВОДКА КРИСТАЛЛГЕОМЕТРИЧЕСКИХ СООТНОШЕНИЙ

Полезно привести (табл. 1) кристаллгеометрические соотношения между двумя решетками ¹⁾ и стереографической проекцией, следующие из уравнения (11). Так, плоскость (hkl) кристалла изображается большим кругом или проекцией его полюса. Нормаль к плоскости параллельна вектору $\mathbf{d}^*$ обратной решетки, и этот вектор соединяет нулевой узел с узлом, представляющим (hkl) . Для оси зоны $[uvw]$ ситуация будет обратной: в прямой решетке — направление, а в обратной — плоскость, но стереографическая проекция может представлять и то и другое.

Таблица 1

СВОДКА КРИСТАЛЛГЕОМЕТРИЧЕСКИХ СООТНОШЕНИЙ, СЛЕДУЮЩИХ ИЗ УРАВНЕНИЯ $hu + kv + lw = 0$

Символы или соотношение	Прямая решетка	Стереографическая проекция	Обратная решетка
(hkl)	Плоскость	$\leftrightarrow$ Большой круг или Точка — проекция его полюса	$\leftrightarrow$ Узел решетки или, более точно, вектор, соединяющий нулевой узел с данным узлом
$[uvw]$	Ось зоны	$\leftrightarrow$ Полюс или Большой круг	$\leftrightarrow$ Плоскость
$hu + kv + lw = 0$ а) $[uvw] = \text{const}$	Уравнение определяет плоскости зоны	$\leftrightarrow$ Плоскости, представляемые точками на большом круге для этой зоны	$\leftrightarrow$ Уравнение определяет узлы, которые лежат в данной плоскости обратной решетки
б) $(hkl) = \text{const}$	Уравнение определяет оси зон (направления), содержащиеся в плоскости	$\leftrightarrow$ Точки, отвечающие этим направлениям, лежат на большом круге для данной плоскости	$\leftrightarrow$ Уравнение определяет плоскости, которые содержат данный вектор обратной решетки

Уравнению (11) определяет плоскости (hkl) , принадлежащие зоне $[uvw]$. Эти плоскости изображаются обычно точками на большом круге для данной зоны. Большой круг представляет собой плоскость, параллель-

¹⁾ Имеются в виду прямая и обратная решетки. — Прим. ред.

ную плоскости в обратном пространстве, которая содержит все узлы hkl обратной решетки, удовлетворяющие уравнению (11). С другой стороны, уравнение (11) описывает направления в кристалле, лежащие в данной плоскости (hkl) или плоскости в обратном пространстве, которые пересекаются по направлению вектора обратной решетки, отвечающего плоскости (hkl).

§ 4. ОБОБЩЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ЗОНЫ

Уравнение (11) есть частный случай уравнения

$$hu + kv + lw = \pm C, \quad (12)$$

где C — целое число. Это уравнение выражает:

- а. *В прямом пространстве при условии, что h, k, l постоянные:* координаты u, v, w узлов решетки, которые лежат в C -й параллельной плоскости по счету от начальной с индексами hkl .
- б. *В обратном пространстве при условии, что u, v, w постоянные:* координаты h, k, l узлов обратной решетки, которые лежат в C -й параллельной плоскости по счету от начальной с индексами uvw .

Соотношение для случая «б» имеет самое непосредственное применение при расшифровке электронограмм.

3. Индицирование электронограмм от поликристаллов и монокристаллов

§ 1. ОБЩИЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Тип электронограммы, получаемой в дифракционной камере «на просвет», зависит прежде всего от размера кристаллов дифрагирующей среды и в несколько меньшей степени от размера используемой селекторной диафрагмы. Эти два фактора определяют число кристаллов, которые вносят вклад в наблюдаемую картину.

Современные электронные микроскопы позволяют получать электронограммы от избранных участков образца. Промежуточная линза дает возможность передать в увеличенном виде на флюоресцирующий экран изображение дифракционной картины, получаемое объективной линзой (фиг. 5). Эту картину можно непосредственно наблюдать и, если требуется, сфотографировать. В плоскость предмета промежуточной линзы можно ввести микродифракционную (селекторную) диафрагму для того, чтобы выделить ограниченную область на микроскопическом изображении. Дифракционная картина образуется в плоскости пересечения лучей между промежуточной и проекционной линзами. Если изменить фокусировку промежуточной линзы, эта картина смещается вниз, до совпадения с плоскостью предмета проекционной линзы, и поэтому может быть сфокусирована этой линзой на флюоресцирующем экране или на фотографической пластинке.

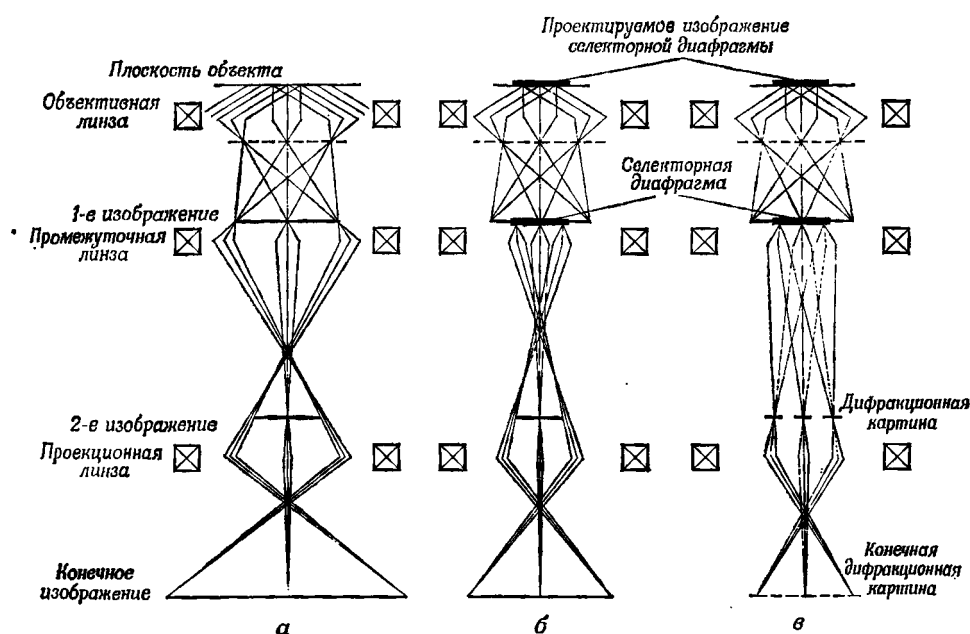
Если селекторная диафрагма охватывает большое количество произвольно ориентированных кристаллов, то аналогично случаю рентгеновской дифракции от порошка возникнет кольцевая картина (по Дебаю — Шерреру). Сплошные (замкнутые) кольца образуются тогда, когда имеется достаточное количество кристаллов, подходящих для того, чтобы

- а) удовлетворялись дифракционные условия для каждой системы плоскостей $\{hkl\}$;
- б) возникали произвольно распределенные отражения для определенных значений угла θ , при этом все лучи, дифрагированные под одним и тем же углом θ , составят конус, который пересечет флюоресцирующий экран по окружности.

При наличии небольшого количества кристаллов на участке, ограниченном селекторной диафрагмой, условие «а» может выполняться,

а условие «б» — нет. Кольца в этом случае перестают быть сплошными; они становятся «пятнистыми» (состоящими из отдельных точек).

Монокристалл при облучении электронами даст картину более или менее регулярно и идеально симметрично ¹⁾ расположенных пятен, каждое



Ф и г. 5. Формирование изображения в электронном микроскопе.

а — обычное изображение; б — изображение от выбранного участка; в — электронограмма от выбранного участка.

из которых имеет отличные от других значения hkl . Пятна, расположенные диаметрально противоположно и на равных расстояниях от центра электронограммы, связаны с одной и той же системой кристаллических плоскостей и имеют индексы hkl и $\bar{h}\bar{k}\bar{l}$. Их одновременное возникновение является следствием малой длины волны электронов, наличием расходи-

¹⁾ Имеется в виду расположение каждой пары пятен hkl и $\bar{h}\bar{k}\bar{l}$ относительно центра. — Прим. ред.

мости электронного пучка и других инструментальных факторов. С другой стороны, кривизна сферы отражения благоприятствует получению дифракции от слегка различающихся зон, поскольку угол θ увеличивается с удалением от центра картины в любую сторону. Если имеется много плоскостей $\{hkl\}$, не удовлетворяющих условию «а», то картина становится более «монокристаллической» и некоторые кольца исчезают. Получаются электронограммы точечного типа, уже рассмотренные в § 3 гл. 1.

Расшифровка этих электронограмм позволяет идентифицировать выбранный участок образца по его кристаллической структуре. Электронограммы расшифровываются, исходя из соотношений расстояний и углов в кристаллической решетке. Из фиг. 1 и соотношения (6) следует

$$\frac{D}{2L} = \operatorname{tg} 2\theta, \quad (13)$$

где D — диаметр кольца, $D/2$ — расстояние от какого-либо рефлекса до центра электронограммы и L — эффективная длина камеры. Полагая, что угол θ мал, т. е.

$$\operatorname{tg} 2\theta \approx 2 \sin \theta \approx 2\theta,$$

и используя брэгговское соотношение, можно исключить θ из формулы (13):

$$D = 2L \cdot 2\theta = 4L \frac{\lambda}{2d}.$$

Отсюда

$$\frac{Dd}{2} = L\lambda = \text{Постоянная камеры (или прибора)}. \quad (14)$$

Постоянную прибора можно найти путем калибровки, используя образец с известными параметрами кристаллической решетки, который дает четкую кольцевую или точечную электронограмму. Первая предпочтительнее, поскольку дает возможность производить измерения во всех направлениях относительно центра. Эта процедура устраняет трудности точного определения L . Инструментальные изменения и колебания эффективной длины камеры обычно не позволяют достичь высокой точности при использовании дифракции электронов в электронном микроскопе. Обсудим теперь методы достижения наибольшей возможной при этом точности.

§ 2. ТОЧНОСТЬ МЕТОДА

Неточности в интерпретации электронограмм, даже если они не усложнены двойной дифракцией, таяжами и т. д., могут возникать тогда, когда не полностью учитываются следующие два важных фактора:

- а) точность, с которой электронограмма действительно отвечает тому участку изображения, от которого ее желательно получить;
- б) точность определения межплоскостных расстояний, зависящая от изменений постоянной прибора λL .

1. ТОЧНОСТЬ СООТВЕТСТВИЯ ПРИ МИКРОДИФРАКЦИИ: ПРОЦЕДУРА ЕЕ ДОСТИЖЕНИЯ

Агар [7] описал процедуру получения электронограммы, точно соответствующей выбранному участку образца; эта процедура включает в себя следующие стадии.

- а. Отрегулировать ток промежуточной линзы таким образом, чтобы селекторная диафрагма была сфокусирована на экране. У большинства выпускаемых электронных микроскопов эта диафрагма фокусируется при увеличении от 20 000 до 60 000. В этом случае плоскость диафрагмы совпадает с плоскостью предмета промежуточной линзы.
- б. Отрегулировать ток объективной линзы так, чтобы сфокусировать изображение образца. Изображение образца окажется в плоскости селекторной диафрагмы.
- в. Изменить (уменьшить) ток промежуточной линзы для получения на экране дифракционной картины. У некоторых моделей микроскопов эта операция легко осуществляется ступенчатым переключением из положения «изображение» в положение «дифракция» с последующей тонкой регулировкой тока линзы. Этой регулировкой нужно добиться такого положения, чтобы центральное пятно было как можно меньшего размера или чтобы кольца на электронограмме от поликристалла были хорошо сфокусированы. Дифракционная картина из задней фокальной плоскости объективной линзы передается в плоскость предмета промежуточной линзы и затем изображается в увеличенном виде на флуоресцирующем экране.
- г. Расфокусировать конденсорную линзу так, чтобы образец освещался почти параллельным пучком электронов ¹⁾. При этом уменьшается интенсивность дифракционной картины на экране, и для ее фотографирования часто требуются экспозиции порядка от $\frac{1}{2}$ до 2 мин.

Агар показал, что вторая стадия этой процедуры (регулировка тока объективной линзы) является источником наиболее серьезных ошибок,

¹⁾ Иначе говоря, необходимо уменьшить угол сходимости пучка. — *Прим. перев.*

если не позаботиться о тщательности ее выполнения. Очевидно, что для получения максимальной точности необходимо строго соблюдать все стадии этой процедуры. Филлипс [8] предложил стадии «в» и «г» взаимно поменять местами для того, чтобы легче было произвести окончательную регулировку промежуточной линзы.

2. ТОЧНОСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОСТОЯННОЙ ПРИБОРА

В формуле (14) предполагалось, что величина постоянной прибора $2\lambda L$ является фактически константой. Однако небольшие изменения этой величины будут происходить вследствие колебаний напряжения питания прибора, неточной процедуры получения дифракционной картины, изменений положения образца по высоте, ошибок измерения и т. д. Если ошибки, связанные с этими различными отклонениями, свести к минимуму или устранить, как здесь будет указано, возможно, что полная ошибка в определении постоянной прибора позволит измерить межплоскостные расстояния d с точностью, достигающей 0,1%. Хотя это не столь высокая точность, какую можно получить с помощью рентгеновской дифракции, она позволяет различить фазы с подобной кристаллической структурой и несколькими различными параметрами решетки. Следует, однако, подчеркнуть, что такую точность можно достигнуть только при тщательных измерениях и внесении соответствующих поправок.

Влияние инструментальных изменений на величину $2\lambda L$

Величина λL будет изменяться, если в высоковольтной цепи электронного микроскопа происходят ощутимые колебания. Сейчас достигаются коэффициенты стабилизации порядка $100000:1$ ¹⁾, что сводит эти колебания к минимуму. Формула (2) показывает, что длина волны электронов λ обратно пропорциональна корню квадратному из ускоряющего напряжения. Для электронов при ускоряющем напряжении 100 кВ, коэффициенте стабилизации $100000:1$ (минимальное значение) и длине камеры 400 мм постоянная прибора будет изменяться приблизительно на $1/250\,000$, чем вполне можно пренебречь. При этом предполагается, конечно, что вольтметр откалиброван и с его помощью можно точно установить величину

¹⁾ Обычно стабильность высокого напряжения или тока определяется как отношение величины максимального отклонения за данный промежуток времени от номинального значения к этому последнему. Коэффициентом стабилизации называется отношение стабильности напряжения или тока на входе стабилизатора к стабильности на выходе.— *Прим. ред.*

энергии электронов, которая соответствует какому-либо значению ускоряющего напряжения. Это не всегда так, но может быть легко проконтролировано.

Отклонения в режимах работы линз, если не соблюдать точную процедуру получения электронограмм, будут изменять величину $2\lambda L$. Филлипс [8] показал, что

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta f_0}{f_0} + \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta M}{M}, \quad (15)$$

где $\Delta L/L$ — относительное изменение длины камеры L , $\Delta f_0/f_0$ — относительное изменение фокусного расстояния f_0 объективной линзы, $\Delta m/m$ — относительное изменение увеличения промежуточной линзы, а $\Delta M/M$ — проекционной ¹⁾.

В некоторых приборах увеличение проекционной линзы постоянно, так что $\Delta M/M = 0$. Однако в тех микроскопах, в которых ток проекционной линзы изменяется, точность его регулировки обычно ощутимо влияет на величину $2\lambda L$ [8]. Ошибка, связанная с величиной $\Delta m/m$, возникает при переключении регулятора тока промежуточной линзы для передачи на экран изображения дифракционной картины, возникающей в задней фокальной плоскости объективной линзы (стадия «в» рекомендованной выше процедуры). Такую регулировку можно сделать достаточно точно, так что величина $\Delta m/m$ обычно очень мала.

Как указывалось выше, изменение $\Delta f_0/f_0$ может возникать при фокусировании изображения в плоскости селекторной диафрагмы (стадия «б» рекомендованной выше процедуры) или при колебаниях положения образца по высоте. Филлипс [8] установил, что изменения величины λL от отношения $\Delta f_0/f_0$ могут составлять около 3% при изменении тока объективной линзы на 9 ма от общего значения 500 ма (т. е. на $\sim 1,4\%$).

Поскольку эффективная длина камеры определяется как

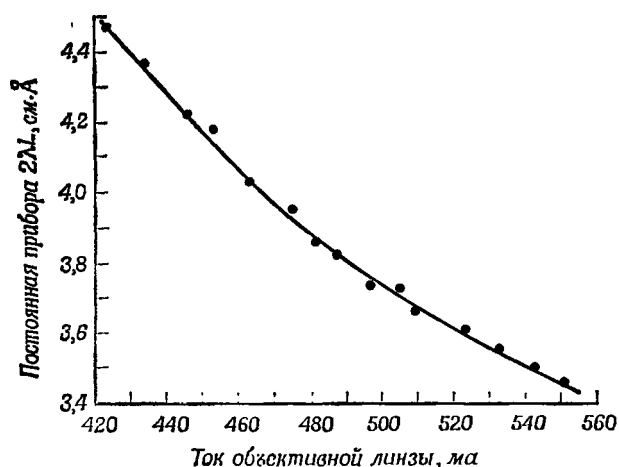
$$L = f_0 \times m \times M,$$

где m — увеличение промежуточной линзы, а M — увеличение проекционной линзы, фокусное расстояние объективной линзы f_0 является наиболее чувствительным фактором, влияющим на воспроизводимость величины L . В свою очередь f_0 зависит от положения плоскости объекта. Последнее может изменяться вследствие различной длины объектодержателей, использования неплоской поддерживающей сетки, изменения толщины или прогиба образца, а также при его наклоне в микроскопе.

¹⁾ Имеются в виду колебания этих величин в режиме микродифракции при многократном переходе от изображения к дифракционной картине. — *Прим. перев.*

Изменение величины L в микроскопе из-за изменения положения фотопластинок должно быть очень мало и определяется величиной «люфта» (по высоте) пластинки в кассете.

На фиг. 6 (взятой из работы Армитажа и Макконейли [9]) показан пример типичного изменения постоянной прибора при изменении тока



Ф и г. 6. Зависимость постоянной прибора от тока объективной линзы [9].

объективной линзы. Кривая соответствует изменению положения образца по высоте, приблизительно равному 0,8 мм. Видно, что величина $2\lambda\lambda$ при этом изменяется от 3,4 до 4,5 см·Å, или на 25%. Такая ошибка недопустима, ее нужно уменьшить. Если объективная линза тонкая¹⁾, относительное изменение длины камеры в таком случае будет связано с фокусным расстоянием и током линзы соотношением

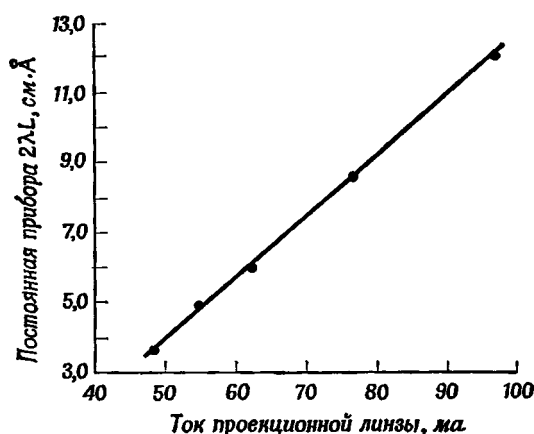
$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta f_0}{f_0} \approx -\frac{2\Delta I}{I}, \quad (16)$$

так что относительные изменения постоянной прибора должны быть приблизительно вдвое больше, чем колебания величины тока в линзе. Однако экспериментальным фактам это не соответствует, и причины этого были объяснены в работах [10, 11].

¹⁾ Такая линза имеет небольшую оптическую силу. — *Прим. перев.*

Электронный микроскоп АЕИ-ЕМ6 обычно работает при постоянном токе проекционной линзы ¹⁾, так что масштаб электронограмм и постоянная прибора неизменны.

Однако несомненным достоинством микроскопа является возможность плавно изменять масштаб (размер) электронограммы путем изменения



Ф и г. 7. Зависимость постоянной прибора от тока проекционной линзы.

тока проекционной линзы. Если постоянную прибора представить как функцию тока проекционной линзы, то получится линейная зависимость (фиг. 7), и такой график можно использовать для определения постоянной прибора в широком диапазоне масштабов электронограмм.

Влияние некоторых физических факторов

Кристаллической дифрагирующей средой электроны рассеиваются как упруго, так и неупруго. Считается, что электрон испытывает упругое соударение тогда, когда он претерпевает изменение импульса и направления движения; это изменение будет сбалансировано отдачей частиц внутри дифрагирующей среды как целого. Такое рассеяние под брэгговским углом происходит когерентно, и в направлении дифрагированного пучка отраженные электроны совпадают по фазе. Упругое, или когерентное, рассеяние главным образом ответственно за интенсивность наблюдаемых отра-

¹⁾ Речь идет о режиме микродифракции.— *Прим. перев.*

жений. Различные побочные эффекты типа «галло»¹⁾ или интенсивность фона указывают на неупругое рассеяние [12], хотя упругое рассеяние от несовершенств может также дать вклад в интенсивность фона между рефlekсами. В случае тонких кристаллов наблюдается малая интенсивность фона, что говорит о преимущественно упругом рассеянии. Чем толще кристалл, тем более существенным становится неупругое рассеяние. Неупруго рассеянные электроны претерпевают такое изменение импульса и энергии, которое может быть причиной изменения внутренней электронной структуры рассеивающих атомов. Неупругое рассеяние ограничено в основном малыми углами и оказывает небольшое влияние на вид электронограмм или контраст изображения.

Пинскер [1] провел полное рассмотрение упругого взаимодействия пучка электронов с образцом, в частности, в связи с эффектами преломления и влиянием внутреннего потенциала. Благодаря потенциальному полю решетки электроны будут получать дополнительное ускорение, которое приведет к изменению длины волны согласно соотношению

$$\lambda' = \frac{h}{\sqrt{2me(\varphi + V)}}, \quad (17)$$

где φ — внутренний потенциал решетки [ср. с формулой (2)]. В соответствии с этим брэгговский угол для любой системы плоскостей также будет изменяться, поскольку $n\lambda' = 2d \sin \theta'$ [соотношение (4)].

Отсюда следует, что, хотя падающий пучок одинаков для эталонного и исследуемого образцов (см. следующий параграф), разные значения φ для двух фаз приведут к различным длинам выходящих волн и возможной ошибке при расчете межплоскостных расстояний. Однако, поскольку значения внутренних потенциалов порядка 10 э, ошибка в определении d составит приблизительно 0,01 %, если полностью пренебречь величиной φ .

Для быстрых электронов, входящих и выходящих нормально поверхностям кристалла, эффект преломления пренебрежимо мал. При благоприятных условиях преломление можно наблюдать для углов падения, близких к 45° [13]. Таким образом, действительная величина эффекта при работе «на просвет» зависит в основном от изменения пути электронов и в меньшей степени от изменения длины волны. В обычных электронно-микроскопических исследованиях «на просвет» обоими эффектами можно пренебречь в целом ряде практических приложений, о которых мы здесь говорим.

¹⁾ Имеется в виду повышенная интенсивность фона вблизи брэгговских рефlekсов.— *Прим. перев.*

Колебания величины $2\lambda L$ вследствие неточных измерений на электронограммах

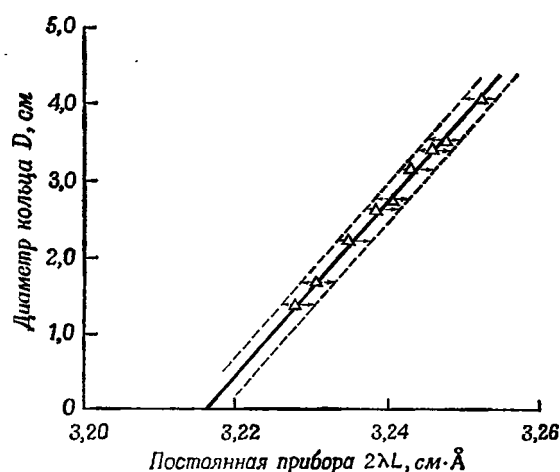
Большинство ошибок при определении величин λ или L можно лишь оценить, а не установить точно. Поэтому для расчета постоянной прибора необходим еще один метод. Он состоит в измерении диаметров колец на электронограмме, полученной от поликристаллического образца эталонного вещества с известными параметрами решетки. Лучше всего, если такая кольцевая электронограмма будет наложена¹⁾ на точечную электронограмму исследуемого материала. Типичный пример представлен на фото 1: эталонное вещество дает кольцевую электронограмму, а исследуемое — точечную. Если же и от того и от другого получаются кольцевые электронограммы, возникает явное усложнение. В таком случае для калибровки кольцевой электронограммы можно использовать стандартное вещество, которое даст четкую точечную электронограмму, например хлорид таллия. Ясно, что по такому эталону нельзя определить постоянную прибора вдоль любого радиального направления от центра, но его все-таки можно использовать с той же самой степенью точности.

Рассмотрим теперь ошибки, которые возникают при измерении расстояний по кольцам или пятнам. Ширина дифракционного кольца зависит от конечной ширины дифракционных пучков, размера зерен образца, его напряженного состояния и толщины, дрейфа высокого напряжения во время экспозиции и размера зерен эмульсии на фотопластинке. Желательно, чтобы ширина линий (колец) была по возможности наименьшей, но, как установили авторы на образце поликристаллического алюминия, диаметр колец можно измерить с точностью $\pm 0,01$ мм, если использовать измерительный микроскоп (компаратор) или микродепситометр. Точность определения постоянной прибора зависит как от этой ошибки, так и от ошибок, указанных в предыдущем разделе и связанных с различием внутренних потенциалов исследуемого и стандартного образцов и возможными колебаниями длины камеры при съемке не на одну и ту же фотопластинку.

В некоторых микроскопах аберрации в линзах могут приводить к искажению колец: они становятся эллипсами. В таком случае, поскольку диаметр «колец» в различных направлениях неодинаков, величина $2\lambda L$ в разных точках вдоль кольца не будет постоянной. Разброс значений $2\lambda L$, возникающий вследствие таких колебаний, показан на фиг. 8, где пунктирные линии отвечают максимальному и минимальному значениям величины $2\lambda L$ данного кольца. Из этой же фигуры видно, что постоянная

¹⁾ То есть снята на одну и ту же пластинку. — *Прим. перев.*

прибора приблизительно линейно возрастает с увеличением диаметра колец, т. е. расстояния от центра электронограммы. Поэтому подобные графики необходимо строить для того, чтобы при расшифровке электронограммы от неизвестного материала использовать значение постоянной прибора, соответствующее измеренным величинам D . При расшифровке электронограмм от неизвестного вещества также допускаются эти



Ф и г. 8. Зависимость постоянной прибора от диаметра кольца на электронограмме.

ошибки. Они накладываются на ошибки, возникшие при определении величины $2\lambda L$, и дают некоторую результирующую ошибку при вычислении межплоскостных расстояний d .

Приведем теперь более строгие доказательства, вскрывающие достаточно подробно причину того, что с увеличением диаметра колец D на электронограмме величина $2\lambda L$ растет. Как уже отмечалось, это связано с тем, что с увеличением угла отражения становится менее правильным приближение

$$\operatorname{tg} 2\theta \approx 2 \sin \theta \approx 2\theta.$$

Из геометрии на фиг. 1 видно, что разность $OP - OP'$ все более возрастает с увеличением D . На это можно сделать поправку с помощью формулы (18).

Используя брэгговское соотношение при $n = 1$ и выражение (13) и полагая $x = \operatorname{tg} 2\theta = D/2L$, получаем формулу

$$\begin{aligned}\frac{\lambda}{2d} = \sin \theta &= \left(\frac{1 - \cos 2\theta}{2} \right)^{1/2} = \left\{ \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{1}{1+x^2} \right)^{1/2} \right] \right\}^{1/2} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} [1 - (1+x^2)^{-1/2}]^{1/2},\end{aligned}$$

которая при разложении вначале выражения $(1+x^2)^{-1/2}$, а затем и всей функции в степенные ряды принимает следующий вид:

$$\frac{\lambda}{2d} = \frac{1}{2} x \left(1 - \frac{3}{8} x^2 + \text{Члены с } x^4, x^6 \text{ и т. д.} \right).$$

Таким образом, с хорошим приближением можно записать

$$d = \frac{2\lambda L}{D} \left(1 + \frac{3D^2}{32L^2} \right). \quad (18)$$

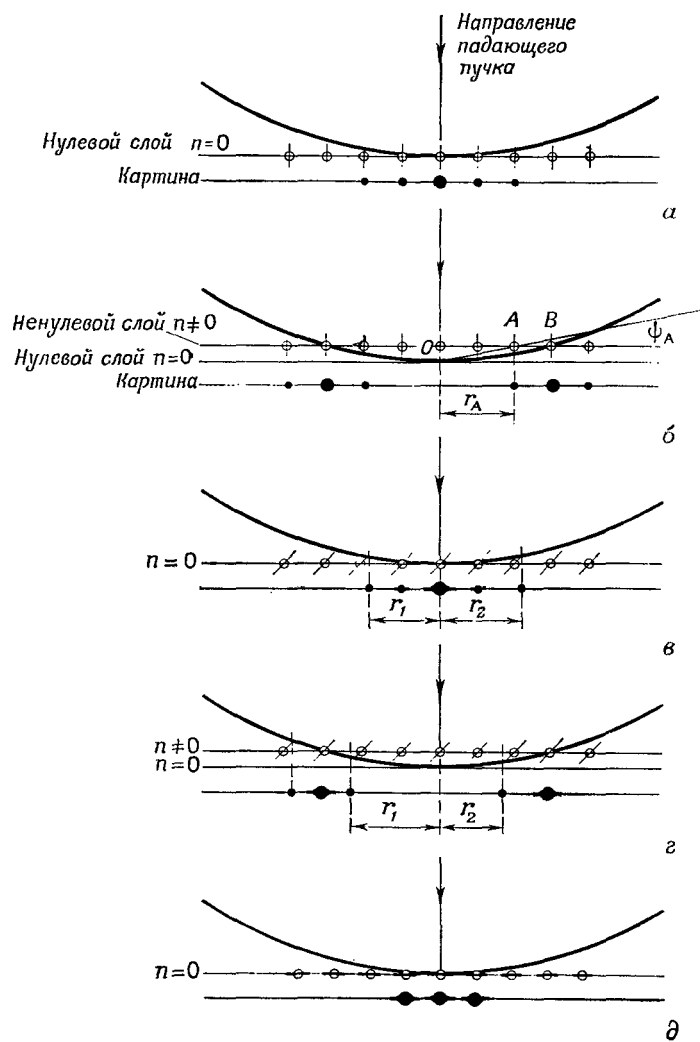
Если $D = 5$ см и $L = 40$ см, поправка для d составит $\sim 0,15\%$. Эта величина вычитается¹⁾.

Колебания видимых диаметров колец вследствие эффекта формы пятен

Для образцов, в которых имеются дефекты упаковки или сами они имеют малые размеры в одном направлении (пластины и т. п.), в обратном пространстве возникает эффект растяжения дифракционных узлов в направлении, перпендикулярном плоскости дефекта или пластины. Общая интерпретация образующихся при этом тяжей на электронограммах дается ниже (§ 3 гл. 4), но здесь необходимо провести некоторое элементарное рассмотрение условий, благодаря которым наличие тяжей, подобных показанным на фото 2, может повлиять на правильность измерения расстояний. Этот раздел в какой-то степени предвосхищает общий анализ точечных электронограмм (§ 4 гл. 3).

На фиг. 9, а изображен ряд узлов, которые вытянуты нормально плоскости нулевого слоя, проходящего через нулевой узел обратной решетки. В этом случае растяжение узлов приводит просто к расширению области проявления дифракционной картины, поскольку сфера Эвальда может пересекаться более далекими от центра стержневидными узлами. Межплоскостные расстояния при этом оказываются лишь слегка искаженными. На фиг. 9, б показан ряд стержневидных узлов, расположенных

¹⁾ Авторы имеют в виду, что неучет данной поправки приводит к завышенному значению величины d при их вычислении.—Прим. перев.



Ф и г. 9. Влияние формы узлов обратной решетки на дифракционную картину.

не в нулевом слое [$C \neq 0$ в уравнении (12)]. Может случиться так, что в нулевом слое нет узлов или они не растянуты. В этом случае рефлекс от ненулевого слоя появится на электронограмме на меньших от центра расстояниях, чем действительные расстояния от соответствующих им узлов до нулевого узла в обратной решетке. При этом будут проявляться также более далекие от центра узлы. Это отметил Бендлер [14]. Так, например, узел A , если он лежит точно на сфере отражения, оказывается расположенным на направлении, составляющем угол ψ_A с плоскостью проекции. Если истинное расстояние OA равно $D_A/2$, то измеренное r_A будет равно $(D_A/2) \cos \psi_A$. Точно так же $r_B = (D_B/2) \cos \psi_B$. Значит, данный ряд рефлексов обусловит кажущееся систематическое изменение величины λL , которое на самом деле вызвано искажением действительных расстояний r .

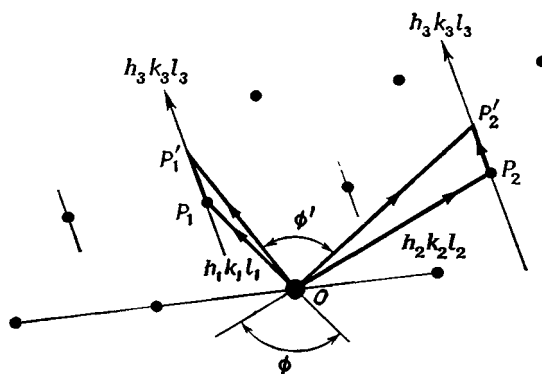
На фиг. 9, ϵ и $г$ представлены случаи наклонно расположенных по отношению к плоскости электронограммы стержней — узлов обратной решетки. В этих случаях стержневидные узлы также дают дифракционную картину, причем рефлекс будут расположены либо дальше, либо ближе к центру электронограммы в соответствии с углом, который стержни составляют с электронным пучком. Таким образом, видимое на электронограмме положение рефлексов будет все больше отличаться от истинного с увеличением расстояния от центра электронограммы, и в общем случае $r_1 \neq r_2$. Однако для случая, представленного на фиг. 9, ϵ , сумма $r_1 + r_2$, вообще говоря, приблизительно равна D . Из фиг. 9, $д$ видно, что при расположении стержней почти параллельно плоскости электронограммы расстояние r от рефлекса до центра O или расстояние D между соответствующими рефлексами нельзя измерить достаточно точно.

На фиг. 9, $а$, $в$ и $д$ данный ряд узлов проходит через центр дифракционной картины O . На фиг. 9, $б$ и $г$ показан более сложный случай: ряд узлов не проходит через центр. Для интерпретации таких электронограмм от металлов с кубической структурой авторы использовали следующее рассмотрение. На фиг. 10 изображено построение для двух узлов P_1 и P_2 , возникающих от плоскостей с индексами $(h_1 k_1 l_1)$ и $(h_2 k_2 l_2)$ соответственно. Предполагается, что дефекты упаковки (или тонкие пластинки) параллельны плоскостям с индексами $(h_3 k_3 l_3)$. Плоскость электронограммы не проходит через P_1 и P_2 , а проходит, например, через точки P'_1 и P'_2 в соответствии с направлением ее наклона. Эти точки представляются в обратном пространстве векторами, компоненты которых будут

$$\text{для } P'_1: \quad h_1 \pm \alpha h_3, \quad k_1 \pm \alpha k_3, \quad l_1 \pm \alpha l_3;$$

$$\text{для } P'_2: \quad h_2 \pm \beta h_3, \quad k_2 \pm \beta k_3, \quad l_2 \pm \beta l_3,$$

где α и β — дробные числа. По сути дела мы производим просто векторное сложение индексов, как это делается при индцировании электронограмм от монокристаллов (§ 4 гл. 3).



Ф и г. 10. Наблюдаемые изменения расстояний и углов на электронограмме, возникающие вследствие стержнеобразной формы узлов в обратном пространстве.

В общем случае имеем

$$|d^*|^2 = \sum h^2 a^{*2} + \sum 2klb^*c^* \cos \alpha^* \quad (19)$$

и

$$\cos \phi = \frac{[\sum h_1 h_2 a^{*2} + \sum (k_1 l_2 + l_1 k_2) b^* c^* \cos \alpha^*]}{|d_1^*| |d_2^*|}, \quad (20)$$

[Выражение (19) — обобщенная формула (10).] В случае кристаллов с кубической структурой выражение (20) переходит в тривиальную формулу

$$\cos \phi = \frac{h_1 h_2 + k_1 k_2 + l_1 l_2}{\sqrt{(h_1^2 + k_1^2 + l_1^2)(h_2^2 + k_2^2 + l_2^2)}}, \quad (21)$$

а выражение (19) приобретает вид

$$|d^*|^2 = |a^*|^2 (h^2 + k^2 + l^2). \quad (22)$$

Если же сфера отражения пересекает узел P'_1 несколько дальше от его центра, то

$$|d_1^*|^2 = |a^*|^2 (\sum h_i^2 \pm 2\alpha \sum h_i h_3 + \alpha^2 \sum h_3^2),$$

откуда получаем

$$\frac{\Delta |d_1^*|^2}{|d_1^*|^2} = \frac{\alpha^2 \sum h_3^2 \pm 2\alpha \sum h_i h_3}{\sum h_i^2}. \quad (23)$$

Для малых значений α это можно приближенно записать как

$$\frac{2\Delta d_1^*}{d_1^*} = -2 \frac{\Delta d}{d}.$$

Аналогично

$$\cos \phi_1 = \frac{\sum (h_1 \pm \alpha h_3) (h_2 \pm \beta h_3)}{\sqrt{\sum (h_1 \pm \alpha h_3)^2} \sqrt{\sum (h_2 \pm \beta h_3)^2}}. \quad (24)$$

Приведенная ниже табл. 2 иллюстрирует величину таких эффектов для рефлексов от семейства плоскостей $\{111\}$ металла с гранецентрированной кубической решеткой и параметром $\sim 3,6$ Å. Ось зоны в данном случае — $[110]$, дефекты упаковки лежат в плоскости (111) ; таким образом, $(h_1 k_1 l_1) = (\bar{1}11)$, $(h_2 k_2 l_2) = (1\bar{1}1)$, $(h_3 k_3 l_3) = (111)$.

В табл. 2 показано влияние изменения значений α и β на величины d и ϕ .

Таблица 2

α	β	$h_1 \pm \alpha h_3$	d_1'	$h_2 \pm \beta h_3$	d_2'	ϕ или ϕ'
0	0	$\bar{1} \ 1 \ 1$	2,079	$1 \ \bar{1} \ 1$	2,079	$70^\circ 32'$
$+\frac{1}{6}$	$+\frac{1}{6}$	$\bar{5} \ \bar{7} \ \bar{7}$	1,948	$\bar{7} \ \bar{5} \ \bar{7}$	1,948	$80^\circ 10'$
$+\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{6}$	$\bar{5} \ \bar{7} \ \bar{7}$	1,948	$\bar{5} \ \bar{7} \ \bar{5}$	2,171	$69^\circ 18'$
$-\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{6}$	$\bar{7} \ \bar{5} \ \bar{5}$	2,171	$\bar{5} \ \bar{7} \ \bar{5}$	2,171	$62^\circ 54'$

Отсюда видно, что эффекты могут быть весьма ощутимыми, и это следует учитывать при анализе электронограмм от кристаллов, для которых узлы обратной решетки могут иметь вид стержней. Подобные эффекты вполне могут привести к путанице при идентификации электронограмм, но этого, конечно, не произойдет, если электронограммы будут должным образом проанализированы. Кроме того, там, где это возможно, следует использовать приставку для наклона образца в микроскопе, чтобы проверить влияние небольших наклонов на вид электронограммы.

3. ПРАКТИЧЕСКИЕ ПРИЕМЫ ТОЧНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕЛИЧИНЫ $2\lambda L$

Чтобы достаточно точно определить постоянную прибора $2\lambda L$, необходимо получить электронограмму от известного стандартного вещества, как; например, алюминия, золота, хлорида таллия и т. д. Величина $2\lambda L$ вычисляется из соотношения $Dd = 2\lambda L$.

Наилучшим способом является нанесение стандартного вещества на образец путем вакуумного напыления, так что оба материала оказываются практически в одной плоскости и обе электронограммы получаются на одной и той же пластинке. Пример показан на фото 1. Однако иногда частицы малого размера маскируются таким напыленным слоем и не дифрагируют.

Другим возможным методом может быть нанесение стандартного вещества не на весь образец, а на некоторый его участок и последовательное фотографирование на две пластинки «чистого» участка образца и прилегающего к нему участка с нанесенным слоем. При этом важно избежать каких-либо изменений режима работы микроскопа, особенно перефокусировки изображения.

В лаборатории, где работают авторы, используются два различных способа нанесения эталонного вещества на объектную сетку с исследуемым образцом.

- а. Стандартное вещество напыляется на стеклянную пластинку, и получающаяся пленка отделяется и всплывает в воде. Маленький кусочек пленки стандартного вещества вылавливается на погружаемую в воду объектную сетку так, чтобы он занял подходящее место рядом с исследуемым образцом ¹⁾.
- б. Стандартное вещество напыляется только на часть образца. Существует простой способ защиты участков образца от попадания напыляемого вещества: для этого нужно наклонить объектную сетку так, чтобы испаряемый металл падал на реплику под скользящим углом. Прутья сетки экранируют от напыления прилегающие к ним участки реплики, и, таким образом, можно получить соседствующие области «чистой» реплики и реплики со стандартным веществом.

Чтобы учесть малые изменения величины $2\lambda L$ в зависимости от расстояния диаметра колец D , как показано на фиг. 8, желательно рассчитать неизвестные значения межплоскостных расстояний d , используя величину $2\lambda L$, полученную из измерения расстояний на кольцевой или

¹⁾ Речь идет о случае, когда исследование проводится с помощью реплик.—
Прим. ред.

точечной электронограмме стандартного вещества, имеющей приблизительно то же значение D .

При исследовании тонких фольг металл основы сам выступает в роли «опорного» стандарта, однако, учитывая высокую интенсивность и возникающее из-за этого размытие некоторых матричных рефлексов, трудно определить величину $2\lambda L$ с высокой степенью точности.

Существует и другая методика определения постоянной прибора, но маловероятно, что она может обеспечить высокую точность [9]. Эта методика уже упоминалась в связи с рассмотрением фиг. 6, где показано изменение величины $2\lambda L$ в зависимости от соответствующих изменений тока объективной линзы, необходимых для фокусировки образца при различных его положениях по высоте. Указанный способ может быть полезен для быстрого определения постоянной прибора, но при проведении точного исследования рекомендуется использовать эталоны.

4. СВОДКА ПРАВИЛ, НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ ТОЧНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ МЕЖПЛОСКОСТНЫХ РАССТОЯНИЙ

Поместить исследуемое вещество в объектодержателе в одну плоскость с эталоном.

Следовать точно правилам, сформулированным Агаром ¹⁾ для получения электронограммы от выбранного участка. Лучше всего иметь «двойные» электронограммы, т. е. наложенные друг на друга электронограммы от эталонного и исследуемого веществ.

Установить зависимость изменения величины $2\lambda L$ от диаметра D различных колец, полученных на электронограмме от эталонного вещества. При этом удобно выбрать такие значения диаметров, которые соответствуют заметным рядам рефлексов на электронограмме от исследуемого материала.

Таким образом, значения $2\lambda L$ для нескольких точек на фотопластинке будут известны. Их можно скорректировать, принимая во внимание, что внутренние потенциалы эталонного и исследуемого материалов разные.

Самым тщательным образом измерить расстояния до каждого рефлекса или диаметры всех колец на электронограмме от исследуемого образца. Сумма ошибки при измерении расстояний на электронограмме и ошибки при установлении величины $2\lambda L$ определяет конечную ошибку при вычислении межплоскостных расстояний d .

Влияние малого размера кристаллов можно свести к минимуму, если получить профили интенсивности колец или рефлексов, чтобы более точно определить положение максимума интенсивности.

¹⁾ См. стр. 42.— *Прим. перев.*

§ 3. ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКИЕ ОБРАЗЦЫ

Предполагается, что поликристаллический образец содержит большое количество отдельных, случайно ориентированных зерен, или кристаллитов. Некоторые из них ориентированы так, что удовлетворяют условиям дифракции (см. фиг. 1), и на расстоянии $R \operatorname{tg} 2\theta$ от точки O возникает дифракционное пятно. Следовательно, все дифракционные пучки, удовлетворяющие этому условию, лежат на конусе, половина угла при вершине которого равна 2θ и который можно получить, вращая $O'P$ вокруг $O'O$. Таким образом, эти пучки отражаются от плоскостей с одним и тем же межплоскостным расстоянием d . Конус будет пересекать плоскость фотопластины по окружности. Это эквивалентно вращению вектора обратной решетки вокруг O , и дифракционные условия для этого конуса не позволяют сделать вывод о каком-то определенном положении обратной решетки или о соответствующей ориентировке кристалла. Более того, из-за симметрии кристалла может быть несколько комбинаций одних и тех же индексов, отвечающих одинаковым межплоскостным расстояниям d , а значит, и одинаковым d^* . Количество таких комбинаций называется фактором повторяемости p . В качестве примера рассмотрим плоскости типа $\{711\}$ в тетрагональной решетке, межплоскостные расстояния в которой выражаются следующей формулой:

$$\frac{1}{d^2} = \frac{h^2 + k^2}{a^2} + \frac{l^2}{c^2}. \quad (25)$$

Два первых индекса и знаки «+» и «-» можно менять местами, т. е.

$$\pm h \pm k \pm l \quad \text{и} \quad \pm k \pm h \pm l,$$

что даст $p = 16$. Следует заметить, однако, что плоскости типа $\{551\}$ также имеют то же самое межплоскостное расстояние, так как $5^2 + 5^2 = 7^2 + 1^2$. В случае тетрагональной решетки при $h = k$ перемена местами h и k не приводит к новому результату (меняются только знаки «+» и «-»), и поэтому фактор повторяемости p уменьшается до $2^3 = 8$. Однако в соответствующем случае для кубической решетки, где $a = b = c$, можно переставить все три индекса, так что для обеих систем плоскостей ¹⁾ $p = 24$. Поэтому для тетрагональных кристаллов одно и то же дифракционное кольцо формируется при отражении от $16 + 8 = 24$ плоскостей, а для кубических — от $24 + 24 = 48$ плоскостей.

Иногда на электронограммах вместо сплошных колец получаются четко выраженные дуги, что связано с наличием какой-то преимуществен-

¹⁾ Имеются в виду плоскости $\{711\}$ и $\{551\}$.— *Прим. перев.*

ной ориентировки в образце. В прокатанных металлических образцах или осажденных в вакууме пленках часто обнаруживают, что каждый кристаллит ориентируется таким образом, что определенное направление становится нормальным к поверхности образца. Это почти равнозначно уменьшению числа кристаллитов, так как утрачивается некоторая «произвольность» ориентировок. Некоторые из колец исчезнут, а длина дуг будет зависеть от степени упорядочения расположения кристаллитов.

Возможность разделения линий от плоскостей с близкими межплоскостными расстояниями ограничена малой длиной волны электронов и вследствие этого малой величиной углов θ . Условия для разрешения двух значений межплоскостных расстояний d_1 и d_2 , соответствующих двум кольцам с диаметрами D_1 и D_2 , определяются по формуле (14):

$$\Delta d = d_2 - d_1 = 2\lambda L \left(\frac{1}{D_2} - \frac{1}{D_1} \right) = \frac{2\lambda L}{D_2 D_1} \Delta D.$$

Типичная величина постоянной прибора $2\lambda L$ равна $3,2 \text{ см} \cdot \text{\AA}^1$. Для кольца диаметром $1,6 \text{ см}$ ($d = 2,0 \text{\AA}$)

$$\Delta d = \frac{\Delta D}{8} \text{ (в } \text{\AA}).$$

Значит, если точность измерения расстояний на электронограмме $0,1 \text{ мкм}$ (что выше, чем бывает обычно), разрешение составляет $0,025 \text{\AA}$. Это по крайней мере на порядок хуже, чем то, что получается при обычных рентгеновских исследованиях. Очевидно, что в том случае, когда кольца на электронограмме можно разрешить, ряд значений θ или d можно отнести к данной решетке, например кубической или какой-либо другой с соответствующими отношениями осей. Однако абсолютное определение точных межплоскостных расстояний d затруднено по причине указанных выше ограничений. Но в некоторых случаях может оказаться важным установить малые различия в параметрах решеток (например, для карбидов или нитридов с кубической решеткой); тогда необходимо провести дополнительный рентгеноструктурный анализ для определения параметров решетки или даже просто для подтверждения существования двух фаз с подобными структурами и близкими параметрами решеток.

¹⁾ Для японских микроскопов, например, JEM-6 и JEM-7 величина $2\lambda L$ находится в интервале значений $4,2-4,5 \text{ см} \cdot \text{\AA} = 42-45 \text{ мм} \cdot \text{\AA}$, для советского микроскопа УЭМВ-100 эта величина может быть порядка $30 \text{ мм} \cdot \text{\AA}$. — *Прим. ред.*

1. ОСНОВНЫЕ ЭТАПЫ РАСШИФРОВКИ КОЛЬЦЕВЫХ ЭЛЕКТРОНОГРАММ

а. *Когда исследуемое вещество известно*

Измерить диаметры D колец.

Перевести эти значения в межплоскостные расстояния d , используя постоянную прибора.

Сравнить полученные величины d с табличными для данного вещества (см. часть 3). Каждое кольцо тогда можно проиндексировать.

Проверить полученные результаты с помощью рентгеноструктурного анализа (там, где это необходимо и возможно).

б. *Когда исследуемое вещество неизвестно*

Измерить диаметры D колец.

Перевести эти значения в межплоскостные расстояния d , используя постоянную прибора.

Установить по характеру расположения дифракционных колец тип кристаллической структуры.

Использовать для индирования таблицы [15] (см. п. 1 § 5 настоящей главы).

Для проверки исследовать образец с помощью рентгеноструктурного анализа (если это окажется возможным и необходимым).

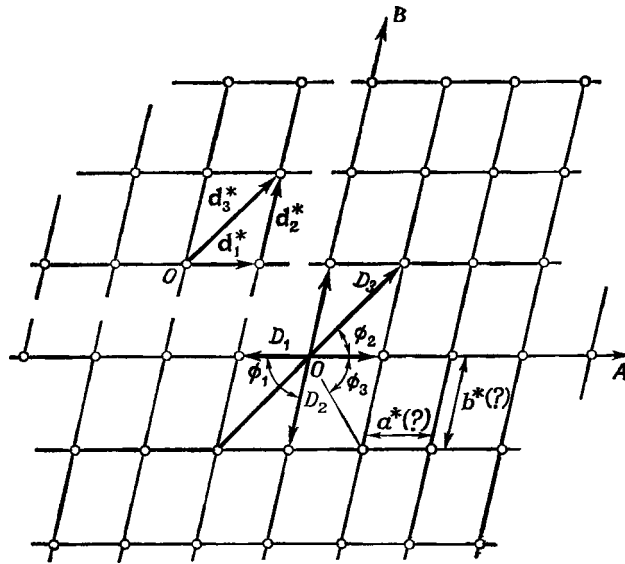
§ 4. ЭЛЕКТРОНОГРАММЫ ОТ МОНОКРИСТАЛЛОВ

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Если имеется только один кристалл и, следовательно, только одна обратная решетка, то сфера Эвальда будет пересекать лишь некоторое количество регулярно расположенных узлов этой обратной решетки. В результате возникнет точечная электронограмма, которая является увеличенным изображением определенной плоскости обратной решетки, что уже рассматривалось при построении фиг. 1.

На фиг. 11 представлено схематическое изображение точечной электронограммы; здесь рефлексы расположены в одной плоскости, проходящей через центр O , который отвечает прямо прошедшему пучку неотклоненных электронов. Если взять такие два направления, как OA и OB , то рефлексы будут лежать вдоль этих направлений соответственно через равные интервалы a^* и b^* . Другие рефлексы занимают вершины параллелограммов, способ построения которых виден из диаграммы. Анализ электронограммы производится путем измерения:

- а) расстояний от центра O до рефлексов, т. е. $D_1/2, D_2/2, D_3/2$, что позволяет вычислить соответствующие межплоскостные расстояния d ;
- б) углов — таких, как ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 — между векторами обратной решетки, а значит, и между отвечающими за появление дифракционных отражений плоскостями, нормали к которым пересекаются под этими углами в точке O .



Ф и г. 11. Схематическое изображение точечной электронограммы.

Ребра элементарной ячейки обратной решетки можно отложить по направлениям OA и OB .

Полагая, что дифрагирующая среда является какой-то определенной фазой, на основании полученных значений d и ϕ можно в принципе приступить к следующим операциям:

- а) идентифицировать фазу, дающую электронограмму, путем сравнения измеренных и табличных значений межплоскостных расстояний d , хотя такая идентификация может оказаться не совсем достоверной, если она не подкреплена анализом электронограммы по крайней мере для еще одной ориентировки данной фазы;
- б) установить или подтвердить природу известной или предполагаемой фазы путем сопоставления расчетных и измеренных углов между плоскостями.

Эта процедура, однако, осложняется наличием большого числа семейств плоскостей с одинаковыми межплоскостными расстояниями d благодаря возможной перестановке одних и тех же индексов. Следует также принимать во внимание такие случаи, когда два совершенно различных семейства плоскостей имеют совпадающие значения d ; для кубической системы, поскольку

$$(h_1^2 + k_1^2 + l_1^2) = (h_2^2 + k_2^2 + l_2^2),$$

это будут, например, плоскости (557) и (771) или плоскости (300) и (221). Таким образом, из-за большого числа семейств плоскостей с одинаковыми значениями d вектор $\mathbf{d}_1^*$ длиной $1/d_1$ может иметь несколько направлений; это относится и к любому другому вектору $\mathbf{d}_2^*$. Поэтому угол ϕ , являющийся углом между двумя направлениями, может принимать ряд значений. С другой стороны, реально измеренный угол ϕ может отвечать не только одной комбинации индексов двух плоскостей. Следовательно, полезно определить возможные пары плоскостей (т. е. варианты пар индексов hkl для каждого расстояния d^* в обратном пространстве), которые могли бы образовать при пересечении данный угол ϕ . Обычно число таких пар довольно мало, и некоторые из них эквивалентны выбранному варианту, представляя собой по существу тот же самый тип ориентировки.

Ось зоны $[uvw]$ — направление, нормальное плоскости электронограммы, можно получить из любой пары индексов $(h_1k_1l_1)$ и $(h_2k_2l_2)$, используя следующие соотношения:

$$\begin{aligned} u &= k_1l_2 - k_2l_1, \\ v &= l_1h_2 - l_2h_1, \\ w &= h_1k_2 - h_2k_1. \end{aligned} \tag{26}$$

Для всех направлений в кубической системе и для некоторых направлений в других кристаллических системах плоскость объекта ¹⁾ имеет те же самые индексы, что и направление нормали к плоскости электронограммы.

Необходимо проверить также, принадлежат ли к соответствующей зоне рефлексы на электронограмме, которые не образуют непрерывного ряда около центра, т. е. удовлетворяют ли они уравнению (11):

$$hu + kv + lw = 0.$$

Индицирование других рефлексов легко осуществляется путем векторного сложения индексов; так, например, на фиг. 11 показано, что

$$\mathbf{d}_3^* = \mathbf{d}_1^* + \mathbf{d}_2^*$$

¹⁾ Если она расположена перпендикулярно падающему пучку. — Прим. перев.

и

$$h_3 = h_1 + h_2, \quad k_3 = k_1 + k_2, \quad l_3 = l_1 + l_2.$$

В общем случае все рефлексы одной зоны, удовлетворяющие уравнению (11), можно связать друг с другом, комбинируя индексы следующим образом:

$$\begin{aligned} h_3 &= mh_1 + nh_2, \\ k_3 &= mk_1 + nk_2, \\ l_3 &= ml_1 + nl_2, \end{aligned} \quad (27)$$

где m и n — положительные или отрицательные целые числа.

Расшифровку электронограмм можно значительно облегчить, если использовать стереографические проекции. Такими проекциями могут быть:

- а. Стандартные проекции для присутствующей известной или предполагаемой фазы или структуры. Так, например, следует иметь полный набор стандартных проекций для кубических фаз.
- б. Проекции, вычерченные самостоятельно указанным ниже способом по сфотографированным электронограммам.

В случае «а» стандартную проекцию можно использовать, чтобы найти, какие направления содержат плоскости, принадлежащие к семействам с определенными межплоскостными расстояниями d , полученными из электронограммы. Полюсы таких направлений будут всегда лежать на проектируемых больших кругах ¹⁾. Все возможные варианты можно найти и проверить на той же самой проекции.

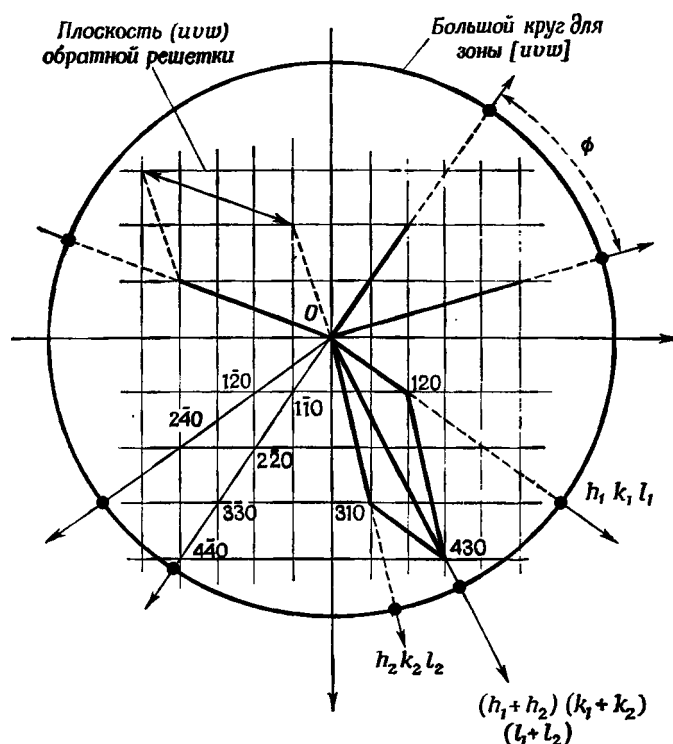
В случае «б» можно применить процедуру, проиллюстрированную на фиг. 12. Круг проекции стандартного диаметра чертится на листе кальки и затем помещается на снятую электронограмму так, чтобы ее центр совпал с центром круга. Из центра через рефлексы проводятся линии до пересечения с окружностью. Круг проекции прямо отвечает зоне $[uvw]$, а точки пересечения радиусов с окружностью являются спроектированными полюсами плоскостей, дающих дифракционные пятна. Углы ϕ между этими полюсами можно измерить по окружности, и они должны соответствовать углам на стандартной проекции.

Может оказаться полезным использовать стандартную проекцию и сетку Вульфа для того, чтобы отметить полюсы основных плоскостей или направлений внутри круга или установить те углы, на которые нужно

¹⁾ Точка пересечения этих кругов даст искомую ось зоны электронограммы. — *Прим. перев.*

повернуть стандартную проекцию, чтобы она совпала с проекцией $[uvw]$, или обратно [16]. Подобные повороты показаны на фиг. 4, *в*.

Из фиг. 12 ясно также, что рефлекссы, индексы которых имеют общий множитель, всегда лежат на одной линии, проходящей через



Ф и г. 12. Соотношение между стереографической проекцией и обратной решеткой или электронограммой.

Из данной фигуры можно видеть: 1) как измеряются углы по большому кругу; 2) эквивалентность сложения индексов и векторов (пример дан для $(120) + (310) = (430)$ и оси зоны $[uvw] = [001]$); 3) общие множители для индексов.

центр O , и что уравнения (11) и (27) можно применять и использовать даже тогда, когда рефлексы (или соответствующие векторы) удалены от центра и не так-то легко проиндицировать их сразу путем непосредственного использования значений d и ϕ .

2. ИНДИЦИРОВАНИЕ «НЕСОВЕРШЕННЫХ» ЭЛЕКТРОНОГРАММ

На многих электронограммах проявляется не только одна зона, а имеются группы рефлексов — особенно на удаленном расстоянии от центра O (при возрастании θ), — которые оказываются принадлежащими к несколько различающимся плоскостям обратной решетки. Этот эффект может возникать благодаря небольшим искривлениям образца, но прежде всего надо полагать, он связан с тем, что электроны имеют конечную длину волны, которая приводит к конечному значению радиуса сферы Эвальда¹⁾. В результате такие рефлексy, как, например, P на фиг. 1, возникают от узла обратной решетки P' , но для получения рефлексов, расположенных дальше от центра O , угол $P'OP$ должен непрерывно увеличиваться так, чтобы узел P' оставался на сфере и в обратной решетке удовлетворялось условие дифракции.

Процедура индцирования «несовершенных» электронограмм

Необходимо индцировать рефлексy, начиная от центра O (нулевого узла) к периферии, в предположении, что все они относятся к одной зоне (фиг. 11 и 12). Чтобы проиндцировать последовательные рефлексy, полезно применить сложение индексов [уравнения (11) и (27) и фиг. 11 и 12], также постепенно удаляясь от центра.

Когда на каком-то участке электронограммы дифракционная картина отклоняется от первичной зоны, сложение индексов также будет приводить к правильному результату при индцировании удаленных рефлексов, но для этого необходимо взять *новые*, еще не использованные векторы обратной решетки. Новые векторы складываются по законам векторного сложения с векторами обратной решетки первичной зоны, с которыми они образуют некоторый угол, и таким образом определяются индексы следующего ряда рефлексов, удаленных от центра и лежащих на направлении, определяемом суммой новых и старых векторов.

Правильность индцирования можно проверить с помощью уравнения (12):

$$hu + kv + lw = C = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots;$$

оно представляет собой обобщенное уравнение (11), так как включает следующие параллельные слои обратной решетки, не проходящие через O .

¹⁾ Для интервала отражений, обычно наблюдаемых на электронограммах при работе «на просвет» ($2\theta_{\text{макс}} \approx 6^\circ$), влияние кривизны сферы Эвальда для электронов при ускоряющем напряжении 100 кэ сказывается только при толщине фольги менее 500 Å, так что обсуждаемый в тексте эффект связан в первую очередь с несовершенством и изгибами образца. — *Прим. перев.*

В общем большая величина C отвечает слоям, более удаленным от центра электронограммы; в некоторых случаях могут иметь место только четные значения C (см. п. 3 § 5 настоящей главы, в котором рассматриваются кубические центрированные решетки).

В свою очередь новые векторы и узлы лежат в плоскости обратной решетки, проходящей через центр O и составляющей небольшой угол с первоначально проиндцированной плоскостью. Полезно найти угол между первичной зоной $[u_0v_0w_0]$ и вторичной $[u_1v_1w_1]$. Если величина этого угла такого же порядка, как и θ , то вероятнее всего, что мы имеем дело с той же самой обратной решеткой¹⁾, и узлы должны в равной степени хорошо удовлетворять уравнению (12). Однако если угол значительно отличается от θ , то это может быть связано с искривлением кристалла или даже с наличием субзеренной структуры. Очевидно, что уравнение (11) или (12) следует применять всегда только для одной зоны.

3. ЛАУЭ-ЗОНЫ

Процедура, рассмотренная в предыдущем разделе, является наиболее простой для большинства целей, поскольку индцирование электронограммы позволяет установить оси присутствующих зон, которые почти параллельны падающему пучку электронов. Последнее полностью справедливо в том случае, если электронограмма практически симметрична²⁾. Типичный пример такого случая приведен на фото 3, а. Другой пример, показывающий, как рефлекс, далекий от центра, можно проиндцировать, используя уравнение (12) с $C > 0$, представлен на фото 4 и фиг. 20 (см. также п. 1 § 3 гл. 5). Эффект, проявляющийся на указанной электронограмме (фото 4), следует, вероятно, рассматривать как особый случай так называемых лауэ-зон, хотя на основании одной только электронограммы это не очевидно. Еще один метод определения точного положения оси зоны связан с появлением таких лауэ-зон. Слова «лауэ-зона» здесь относятся к полосам рефлексов, подобным тем, которые имеются на электронограммах, представленных на фото 3, б—г.

Лауэ-зона появляется на электронограмме тогда, когда ось заметной кристаллографической зоны несколько отклонена от направления электронного пучка. Например, на фото 3, б видна смещенная от центра элек-

¹⁾ То есть обратной решеткой данного совершенного монокристалла.— *Прим. перев.*

²⁾ Имеется в виду точная ориентировка образца, когда ось зоны $[uvw]$ параллельна пучку. При этом, как правило, интенсивность взаимно противоположных рефлексов hkl и $\bar{h}\bar{k}\bar{l}$ одинакова.— *Прим. ред.*

тронограммы полоса рефлексов, которая в целом имеет *эллиптическую* форму и включает рефлекс вблизи центральной области. Наклон оси зоны по отношению к электронному пучку здесь составляет приблизительно $1,5^\circ$. На электронограмме, представленной на фото 3, *г*, наклон оси зоны больше. Кривые, окаймляющие полосы на этих электронограммах, являются дугами эллипсов с очень малым эксцентриситетом. Вторая лауэ-зона находится на некотором расстоянии от первой, а между ними — «пустая» область. Полоса рефлексов, проходящая через центр электронограммы, называется лауэ-зоной нулевого порядка, и все рефлекс, относящиеся к ней, лежат в плоскости, проходящей через нулевой узел обратной решетки. Вторая полоса рефлексов соответствует лауэ-зоне первого порядка и появляется тогда, когда сфера Эвальда пересекает следующую ближайшую плоскость обратной решетки. Важное значение имеет то обстоятельство, что три условия Лауэ при этой особой ориентировке кристалла [соотношения (3)] удовлетворяются только в зонах, но не в областях между ними. Уже было показано, что условия для дифракции улучшаются, когда длина волны короче. Более благоприятные условия для дифракции создаются также в том случае, когда кристалл тонок в одном направлении, особенно если это направление параллельно направлению падающего электронного пучка, как это имеет место в электронной микроскопии тонких фольг. Причина этого становится ясной из рассмотрения уравнения (32) и будет более подробно описана ниже. Распределение интенсивности отражения вокруг узла обратной решетки зависит от размеров кристалла t_1 , t_2 и t_3 . Если кристалл достаточно тонок в одном направлении — например, мала величина t_3 , — узел обратной решетки будет вытянут в этом направлении. Этот эффект расширяет область пересечения сферы Эвальда с узлами обратной решетки и приводит к уменьшению размеров «пустых» областей между лауэ-зонами; эти области могут даже совсем исчезнуть. Некоторые рефлекс, возникающие при пересечении сферы Эвальда с вытянутыми узлами обратной решетки, будут иметь пониженную интенсивность и будут удовлетворять уравнению (4) благодаря нестрогому выполнению условий Лауэ. Максимальная интенсивность рефлекса наблюдается в том случае, когда сфера отражения пересекает узел обратной решетки по центру. Такие узлы, число которых обычно невелико, будут находиться в точном брэгговском положении.

Другой важной задачей, которую можно решить при наличии четко выраженных лауэ-зон на электронограмме, является индентификация оси зоны, которая приблизительно нормальна плоскости электронограммы. Для кристаллов кубической системы расстояние между узлами решетки в направлении $[uvw]$ равно

$$I_{uvw} = a / \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}.$$

Эту формулу можно получить из выражения, приведенного в правом нижнем углу табл. 3. В обратном пространстве расстояние между плоскостями с этими же индексами будет равно обратному значению указанной величины, т. е. $1/I_{uvw}$. Следовательно, плоскости в обратной решетке тем ближе друг к другу, чем больше параметр прямой решетки или чем выше индексы uvw . С другой стороны, лауэ-зоны легче проявляются для более простых по структуре веществ и ориентировок с более низкими индексами. По этой причине некоторые вещества с кубической структурой дают четкую картину зон, когда их ориентировка такова, что грань куба параллельна плоскости электронограммы, как, например, на фото 3, г.

В табл. 4 даны некоторые характеристики веществ и полученных от них электронограмм, приведенных на фото 3 и 4.

Таблица 4

Фото	Вещество	Параметр решетки, Å	Ось лауэ-зон [uvw]	I_{uvw} , Å*	$\frac{1}{I_{uvw}}$, Å ⁻¹	Число зон на электронограмме
3, а	AlN	$a_0 = 3,110$ $c_0 = 4,975$	[00.1]	4,975	0,201	1
3, б	M ₂₃ C ₈	$a_0 = 10,621$	[110]	15,021	0,067	2
3, в	M ₃ C	$a_0 = 16,276$ $b_0 = 10,034$ $c_0 = 11,323$	[24 $\bar{1}$]	52,903	0,019	3
3, г	α-Fe	2,866	[100]	2,866	0,349	1
4	M ₆ C	11,082	[$\bar{1}$ 38]	95,331	0,010	4

* Значение I_{uvw} получено при использовании подходящей визиоизмеренной формулы из табл. 3, соответствующей данной кристаллографической системе.

Такие электронограммы, как на фото 3, б—г, можно использовать для определения ориентировки кристалла путем измерения угла ρ между наклонной осью зоны и нормалью к электронограмме. Для этого требуется примерно установить положение центра эллипса (последний можно с достаточно хорошим приближением принять за круг), что можно сделать, подбирая дугу, проходящую через сильные рефлексy. С большей точностью это можно сделать, например, для электронограммы на фото 3, б, чем для электронограммы на фото 3, в или г. Если расстояние от центра электронограммы до центра этого круга равно r (в см) и L — длина каме-

ры (в см), то

$$\operatorname{tg} \rho = \frac{r}{L}.$$

Согласно формуле (14), можно записать

$$\frac{r}{r^*} = L\lambda = \text{Постоянная прибора},$$

где r^* — расстояние в обратной решетке, соответствующее r . Вместо r можно использовать величину r^* , если ее получить из электронограммы; тогда

$$\operatorname{tg} \rho = \lambda r^*.$$

При значениях ρ , меньших 5° , вместо $\operatorname{tg} \rho$ можно брать прямо величину ρ (в радианах). Следует учесть, что если мы будем наклонять относительно пучка зону с простыми индексами, например [100], то можно достичь больших значений ρ , прежде чем другая ось зоны с малыми индексами окажется перпендикулярной плоскости электронограммы.

Как будет показано в § 1 гл. 4, в тех случаях, когда устанавливаются ориентационные соотношения фаз, определение ρ имеет важное значение.

4. ИССЛЕДОВАНИЕ НЕИЗВЕСТНЫХ СТРУКТУР

В вышеизложенном приближении подразумевается, что природа дифрагирующей среды известна или ее можно установить методом исключения из всех имеющихся возможностей. Однако иногда *априорные* предположения относительно состава или структуры образца или фазы оказываются несправедливыми. Типичным примером этого служат процессы выделения в сложнелегированных сталях. В таких случаях требуется более обстоятельное исследование, однако положительный результат не всегда можно гарантировать.

Необходимо получить несколько электронограмм с различными осями зон от одного и того же участка образца. Это можно сделать, например, для отдельной частицы при наличии в микроскопе приставки для наклона объекта. Из таких электронограмм можно определить большое число межплоскостных расстояний и по соответствующим формулам просчитать углы, как для кристаллов с известной структурой. Полученные величины вместе с наблюдаемой симметрией электронограмм могут помочь определить кристаллическую структуру фазы. Так, например, точно гексагональное расположение рефлексов (под углом 60° к друг другу) почти всегда свидетельствует о наличии гексагональной или кубической структуры. Желательно также получить электронограммы с рядами близко расположенных рефлексов; последние будут соответствовать направле-

ниям $\{uvw\}$ в кристалле с *малыми значениями* индексов u , v и w : практически всегда ≤ 2 . Такие рефлексы определяют также семейство кристаллических плоскостей (hkl) (перпендикулярных $\{uvw\}$) с большими *межплоскостными расстояниями* d . Это уже даст некоторые указания относительно возможных размеров элементарной ячейки кристалла. Для любой структуры легче проиндцировать рефлексы (или кольца), отвечающие большим межплоскостным расстояниям d , так как это указывает на большие параметры решетки и приводит к меньшей неоднозначности в идентификации структуры. Другая методика, используемая для расшифровки электронограмм от неизвестного вещества, основана на существовании определенных соотношений между величинами, обратными квадрату межплоскостных расстояний, т. е. $1/d^2$. Эти соотношения дают возможность установить, является ли кристалл кубическим, тетрагональным, гексагональным или орторомбическим при условии, что получается кольцевая или достаточно богатая различными рефлексами точечная электронограмма. Методика состоит в следующем:

а. Кубическая система

Как известно,

$$\frac{1}{d^2} = \frac{h^2 + k^2 + l^2}{a^2} = \frac{N}{a^2} = Na^{*2}, \quad (28)$$

где N может иметь все целочисленные значения, за исключением тех, которые нельзя выразить как сумму трех квадратов, т. е.

$$N \neq (8m + 7) 4^n;$$

здесь m и n — целые числа. В случае объемноцентрированной кубической (о.ц.к.) решетки N может принимать только четные значения, а в случае границентрированной (г.ц.к.) — N может равняться только $4n$ или $8n + 3$, так как h , k и l должны быть либо все четные, либо все нечетные.

Если из дифракционных данных можно получить достаточно большое число значений межплоскостных расстояний d , то не представляет особого труда найти величины a^{*2} , а следовательно, и a_0 , поскольку становится очевидной общая для определенных пар разность значений $1/d^2$. Величины $1/d^2$ для $d > 1,00 \text{ \AA}$ сведены в таблицы [17].

Полезным способом, которым также можно воспользоваться, особенно когда кубическая симметрия налицо, является метод отношений. Исходя из формулы (14) и вышеприведенного соотношения (28), можно записать

$$D^2 \left(\frac{1}{2\lambda L} \right)^2 = \frac{1}{d^2} = Na^{*2},$$

а отсюда для двух рефлексов будем иметь

$$\frac{d_2^2}{d_1^2} = \frac{D_1^2}{D_2^2} = \frac{N_1}{N_2}. \quad (29)$$

Поэтому если попарно сопоставлять значения диаметров колец или расстояний между рефлексами, откладывая их друг против друга на шкалах C и D счетной линейки, то на тех же шкалах значения $\sqrt{N}$ также будут находиться друг против друга. Отсюда и два целых числа N_1 и N_2 на шкалах A и B тоже окажутся друг против друга. Однако для точечных электрограмм нужно сначала проверить углы между плоскостями с данными значениями N , чтобы выяснить, согласуются ли они с точными табличными значениями. Если получено несколько значений межплоскостных расстояний d , то можно поступить следующим образом. Подвижная шкала переворачивается «вверх ногами» так, чтобы шкала B соприкасалась со шкалой D . Если вдоль последней были отмечены значения d (межплоскостных расстояний), то шкалу B нужно подвинуть так, чтобы против этих значений приходились целые числа. Они и будут величинами N , соответствующими указанным межплоскостным расстояниям.

6. Тетрагональная система

Для этой системы в соответствии с формулой (25)

$$\frac{1}{d^2} = \frac{h^2 + k^2}{a^2} + \frac{l^2}{c^2} = (h^2 + k^2) a^{*2} + l^2 c^{*2} = M a^{*2} + l^2 c^{*2},$$

где M может принимать значения

$$1, 2, 4, 5, 8, 9, 10, 13, 16, 17, 18, 20 \text{ и т. д.}$$

При удвоении какой-либо величины M получается другое разрешенное ее значение. Поэтому если несколько величин $1/d^2$ имеют общий множитель 2, весьма вероятно, что система тетрагональная, и параметры решетки можно рассчитать, используя вышеприведенное соотношение. Все рефлексы в этом случае будут типа $\{hk0\}$. Чтобы определить c_0 , нужны, конечно, другие рефлексы типа $\{hkl\}$, причем наличие их может замаскировать отмеченную выше закономерность отношений.

Таким образом, существуют следующие соотношения:

1. Различные величины $1/d^2$ имеют одни и те же значения l . Тогда

$$\frac{1}{d_1^2} - \frac{1}{d_2^2} = (M_1 - M_2) a^{*2}.$$

Следовательно, вычитая одну величину $1/d^2$ из другой, можно получить в результате значения a^{*2} для разности $M_1 - M_2$, равной 1 или любому другому целому числу.

2. Различные величины $1/d^2$ имеют одно и то же значение M . Тогда

$$\frac{1}{d_1^2} - \frac{1}{d_2^2} = (l_1^2 - l_2^2) c^{*2}.$$

Следовательно, вычитая одну величину $1/d^2$ из другой, можно получить в результате значение c^{*2} или кратное ему для разности $(l_1^2 - l_2^2)$, равной

1, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 15, 16, 17, 19, 20, 21 и т. д.

3. Различные величины $1/d^2$ имеют различные значения l и M . Тогда

$$\frac{1}{d_1^2} - \frac{1}{d_2^2} = (M_1 - M_2) a^{*2} + (l_1^2 - l_2^2) c^{*2}.$$

Если подсчитать разности для всех пар значений $1/d^2$, то можно установить различие между величинами a^* и c^* и определить a_0 и c_0 . Очевидно, что для нахождения величины $(M_1 - M_2) a^{*2}$ имеется больше возможностей, чем для нахождения величины $(l_1^2 - l_2^2) c^{*2}$, и поэтому a^{*2} выявляется чаще, чем c^{*2} .

в. Гексагональная система

Здесь

$$\frac{1}{d^2} = \frac{4}{3} \frac{h^2 + hk + k^2}{a^2} + \frac{l^2}{c^2} = \frac{4}{3} La^{*2} + l^2 c^{*2}, \quad (30)$$

где L может принимать значения

1, 3, 4, 7, 9, 12, 13, 16, 19, 21 и т. д.

Уравнение для этой системы отличается от предыдущего множителем перед a^{*2} . Более удобно объединить дробь $4/3$ с a^{*2} и записать это уравнение в виде

$$\frac{1}{d^2} = La'^{*2} + l^2 c^{*2}.$$

Если любую величину L утроить, то получится другое разрешенное значение L . Такое соотношение величин $1/d^2$ (3 : 1) присуще гексагональной системе, но так как оно проявляется при наличии рефлексов типа $\{hk0\}$, то расшифровка также может быть затруднена по тем же причинам, что и в случае тетрагональной системы.

Разность между парами значений $1/d^2$, так же как и для тетрагональной системы, будет давать величины a'^{*2} и c^{*2} , причем $(l_1^2 - l_2^2)$ принимает те же самые разрешенные значения, что и в случае тетрагональной решетки, а $(L_1 - L_2)$ принимает любые значения, получаемые при вычитании какой-нибудь одной величины L из другой.

г. Орторомбическая система

Здесь

$$\frac{1}{d^2} = \frac{h^2}{a^2} + \frac{k^2}{b^2} + \frac{l^2}{c^2} = h^2 a^{*2} + k^2 b^{*2} + l^2 c^{*2}. \quad (31)$$

Расшифровка отнимает много времени, поскольку все переменные независимы. Конечно, если использовать определенные рефлексy, разность попарно взятых значений $1/d^2$ даст величины a^{*2} , b^{*2} и c^{*2} , но такие рефлексy могут маскироваться множеством других. Лучше всего получить дополнительные рентгеновские данные, если это только возможно. Определенную помощь при расшифровке подобных структур могут оказать некоторые приемы, описанные в ряде общих руководств [17, 18].

д. Общйй случай

Ито [19] предложил метод расшифровки наиболее общего случая (триклинная система), который позволяет получить точные решения. Этот метод ограничен лишь тем обстоятельством, что некоторые из плоскостей с малыми индексами, с которых должна начинаться расшифровка, могут не давать рефлексов (или колец) вследствие систематических или случайных погасаний при равенстве нулю структурного фактора.

Несомненно, очень полезно получить рентгенограммы от образца, если он достаточно подходящ для этого. Следует сверить полученные межплоскостные расстояния с имеющимися в других источниках (например, в [15]), чтобы посмотреть, соответствуют ли они табличным данным для какого-нибудь вещества.

Этим способом в случае успешного применения идентифицируется фаза по ее точечным электронограммам или по крайней мере определяется ее элементарная ячейка. В последнем случае можно получить более полную информацию, приготовив достаточно большие количества материала и проведя химический анализ. Если частицы достаточно велики (или специально приготовлены подходящего размера), то можно использовать рентгеновский микроанализатор (микрозонд).

5. СВОДКА ОСНОВНЫХ ПРАКТИЧЕСКИХ ПРИЕМОВ ДЛЯ ИНДИЦИРОВАНИЯ ТОЧЕЧНЫХ ЭЛЕКТРОНОГРАММ ОТ МОНОКРИСТАЛЛОВ

а. Когда природа кристалла известна

Измерить расстояние (D или r) от центра электронограммы до трех рефлексов, которые вместе с центром образуют вершины параллелограмма.

Перевести эти расстояния в межплоскостные (d), зная постоянную прибора.

Используя таблицу межплоскостных расстояний для данного вещества (см. часть 3), сверить величины d , полученные из измерений, с действительными и установить, таким образом, индексы hkl для каждого рефлекса.

Измерить углы ϕ между выбранными рефлексами.

Проверить правильность индирования путем сравнения измеренных величин ϕ с расчетными (см. части 2 и 3).

Определить конкретные индексы (hkl) рефлексов (поскольку до сих пор мы панили только индексы семейства плоскостей типа $\{hkl\}$) с точностью до знаков. Для этого нужно просуммировать векторы. Например, если $h_1k_1l_1 + h_2k_2l_2 + h_3k_3l_3$, то $h_1 + h_2 = h_3$, $k_1 + k_2 = k_3$ и $l_1 + l_2 = l_3$.

Полностью проиндировать все оставшиеся рефлексы; для этого а) последовательно проставить индексы в рядах рефлексов вдоль выбранных заметных направлений, б) сложить эти индексы для индирования рефлексов, расположенных между этими направлениями.

Определить индексы оси зоны $[uvw]$ путем перекрестного умножения ¹⁾ индексов каких-нибудь двух рефлексов:

$$\begin{vmatrix} h_1 & k_1 & l_1 & h_1 & k_1 & l_1 \\ \times & \times & \times & \times & \times & \times \\ h_2 & k_2 & l_2 & h_2 & k_2 & l_2 \end{vmatrix},$$

отсюда

$$u = k_1l_2 - k_2l_1,$$

$$v = l_1h_2 - l_2h_1,$$

$$w = h_1k_2 - h_2k_1.$$

Все индексы рефлексов вблизи центра электронограммы должны удовлетворять уравнению

$$hu + kv + lw = 0,$$

а индексы рефлексов, расположенных вдали от центра, должны удовлетворять обобщенному уравнению

$$hu + kv + lw = C = \pm 1, \pm 2, \dots$$

Правильность индирования можно также проверить по стереографическим проекциям. Все рефлексы должны лежать на окружности стереограммы, плоскость которой отвечает данной зоне или на большом круге, соответствующем данной зоне на другой стандартной стерео-

¹⁾ То есть пользуясь правилом получения векторного произведения.— *Прим. перев.*

графической проекции. Конечно, и значение углов ϕ также можно проверить по стереографическим проекциям или путем расчета, или по таблицам, если они имеются в распоряжении.

б. Когда природа кристалла неизвестна

Выбрать, как и для известного кристалла, три рефлекса, которые вместе с центром электронограммы образуют вершины параллелограмма, и измерить D или r .

Зная постоянную прибора и измеренные значения D или r , вычислить межплоскостные расстояния.

Измерить углы ϕ между рефлексами.

Симметрия электронограммы может дать некоторые указания относительно структуры кристалла и индексов кристаллографической зоны. На фиг. 32 и 33 представлены некоторые типичные электронограммы для двух простых систем.

Достаточно опытный исследователь по некоторым характерным значениям углов может судить о наличии определенных отражающих плоскостей, например в кубической структуре на основании таких углов, как между плоскостями $\{100\}$, $\{110\}$, $\{111\}$, $\{112\}$.

Желательно получить данные о межплоскостных расстояниях и углах для нескольких ориентировок одного образца и проанализировать их для выяснения возможной кристаллической системы или симметрии кристалла. Следует обратить также внимание на некоторые детали, отмеченные в п. 4 § 4 настоящей главы.

§ 5. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ УКАЗАНИЯ

1. ОБЩИЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Справочник [15] был составлен исследователями в области рентгеноструктурного анализа. Однако теперь многие исследователи собрали собственные данные по межплоскостным расстояниям фаз, которые встречались в их работах. Нижеследующие замечания могут быть полезны, когда подобными сводными данными приходится пользоваться при электроно-дифракционных исследованиях.

- а. В таблицах межплоскостные расстояния d , полученные по рентгеновским измерениям, располагаются в порядке убывания их величины и приводятся с точностью значительно более высокой, чем достигаемая в случае дифракции электронов. В этих таблицах обычно не приводятся межплоскостные расстояния, меньшие $1 \text{ \AA}$,

- но существуют программы для вычислительных машин, с помощью которых можно быстро рассчитать все величины d .
- б. Несмотря на то, что с межплоскостными расстояниями d , меньшими $1 \text{ \AA}$, приходится оперировать нечасто, полезно иметь их в распоряжении, особенно для элементарных ячеек малых размеров. Кроме того, большое число таких межплоскостных расстояний возможно даже в простых структурах с большой элементарной ячейкой (см. часть 3).
- в. Для часто встречающихся сложных структур полезно иметь таблицы межплоскостных расстояний d , сгруппированные по зонам или слоям обратной решетки.
- г. В рентгеновских таблицах пропущены рефлексы, которые, во-первых, не возникают из-за особенностей симметрии кристалла или, во-вторых, имеют крайне малую интенсивность и их трудно обнаружить, а иногда они вообще невидимы. Однако на электронограммах от монокристаллов они могут появляться, заполняя параллельные ряды рефлексов, принадлежащих одной зоне.
- д. Необходимо иметь под рукой таблицы углов, когда расшифровываются точечные электронограммы (кольцевые электронограммы не связаны с угловыми соотношениями). Эти углы в некоторых случаях стандартны и их набор приведен в справочном разделе данного руководства. Для более сложных структур углы нужно рассчитывать; по этому вопросу даются соответствующие указания.
- е. Как уже отмечалось, кольцевые электронограммы не зависят от угловых соотношений, поэтому при их расшифровке важное значение приобретает более точное измерение межплоскостных расстояний d . От получаемой при этом точности будет зависеть, сможем ли мы различить две фазы с близкими параметрами решетки.
- ж. Одну точечную электронограмму никогда нельзя рассматривать, как достоверное подтверждение наличия какой-либо фазы, тогда как одну кольцевую электронограмму так рассматривать можно.

2. НЕСТРОГОЕ ВЫПОЛНЕНИЕ УСЛОВИЙ ЛАУЭ, МНОГОТОЧЕЧНЫЕ ЭЛЕКТРОНОГРАММЫ И ТОЛЩИНА ФОЛЬГИ

Из учебников, рассматривающих вопросы дифракции электронов, известно, что электронограмма может возникнуть от неподвижного образца, поскольку одно из условий Лауэ выполняется нестрого. Рассмотрим такой случай просвечивания электронами тонкой фольги, когда оси a и b из трех взаимно ортогональных кристаллографических осей лежат в пло-

скости фольги, а ось s нормальна ей. Первые два из условий (3) удовлетворяются точно, а третьему соответствует расширенный пик [третий множитель в формуле (32) из § 3 гл. 4]. Окружность, которая в общем случае не проходит через точки пересечения двух первых систем кривых, отвечающих условиям (3) (эти кривые являются гиперболами, пересекающимися в плоскости электронограммы), благодаря этому становится широким кольцом, которое уже проходит через точки пересечения, и, таким образом, все условия (3) в действительности выполняются. Чем меньше размер в направлении s , тем больше электронограмма приближается к электронограмме, которая обычно получается от истинно двумерной решетки или сетки, т. е. к многоточечной электронограмме. Чем толще образец, тем острее пик в направлении оси s и тем более резко очерченной становится окружность, отвечающая этому условию. Следовательно, условия для возникновения электронограммы делаются менее благоприятными, если каким-нибудь способом не наклонить образец. В этом случае рефлексy будут располагаться на одном или нескольких дугообразных участках, называемых зонами Лауэ (см. § 4 настоящей главы). При решении многих металловедческих задач с помощью электронно-дифракционных исследований и, в частности, при исследовании тонких фольг (толщиной 100—1000 Å) большей частью происходит истинная трехмерная дифракция, за исключением тех случаев, когда присутствуют тонкие пластинчатые выделения. Это означает, что число элементарных ячеек в направлении оси s достаточно, чтобы третье условие Лауэ строго выполнялось.

С другой стороны, имеется возможность изучать более толстые фольги с помощью более высоковольтных электронов; при этом длина волны уменьшается согласно формуле (2). Это уменьшает кривизну сферы Эвальда и увеличивает вероятность того, что она будет проходить через несколько узлов («конечного» размера), находящихся в одной плоскости обратной решетки. Следовательно, этот геометрический эффект благоприятствует формированию достаточно протяженной дифракционной картины и стремится уменьшить тенденцию к исчезновению дифракции с увеличением толщины фольги — тенденцию, которая, вероятно, наиболее существенна для многих материалов при толщине более 100 Å или около этого ¹⁾.

3. ЦЕНТРИРОВАННЫЕ РЕШЕТКИ

Кристаллы с гранецентрированной кубической решеткой (атомы в центрах граней) дают в обратном пространстве такое расположение узлов, которое представляет собой объемноцентрированную решетку.

¹⁾ См. примечание на стр. 64.— *Прим. перев.*

причем погасания соответствуют узлам обратной решетки с нулевой интенсивностью. Наоборот, объемноцентрированная решетка в прямом пространстве даст гранецентрированную в обратном. Следующие замечания поясняют и развивают эти положения.

а. При дифракции от гранецентрированной решетки индексы h , k и l должны быть все четные или все нечетные. Рассмотрим уравнение $hu + kv + lw = 0$.

1. Если все индексы hkl нечетные, то уравнение будет верным тогда, когда два из трех индексов u , v и w (не имеющие общего множителя) являются нечетными. В таком случае сумма $u + v + w$ будет четной и это является *обратным эквивалентом* условию дифракции в прямом пространстве от объемноцентрированной решетки.
2. Четные индексы hkl кратны либо трем нечетным и, следовательно, принадлежат тем же самым плоскостям обратной решетки, проходящим через нулевой узел, что и рассмотренные в предыдущем пункте, либо смешанным (четным и нечетным) индексам, которые отвечают узлам с нулевой интенсивностью¹⁾.

Отсюда следует, что *все узлы* конечной интенсивности можно найти на плоскостях с четной суммой индексов $u + v + w$. Поясним это на примере. Так, например, рефлекс 314 не должен возникать, поскольку имеются и четные и нечетные индексы, а возможен рефлекс 628. В обратной решетке узел 628 лежит в плоскости, содержащей направления $[111]$ и $[517]$ (согласно сумме векторов) и имеющей индексы $(\bar{3}12)$ в соответствии с правилом четности суммы индексов $u + v + w$.

б. Гранецентрированная решетка может быть ориентирована так, что *любая ось* зоны $[uvw]$ будет нормальна плоскости электронограммы. При этом возможны следующие случаи:

1. Один из индексов u , v или w четный, два других нечетные. Уравнение

$$hu + kv + lw = 0 = \text{Четное число}$$

удовлетворяется для всех возможных индексов hkl . Следовательно, любые другие узлы, не находящиеся в нулевой плоскости, подчиняются уравнению

$$hu + kv + lw = C = \pm 2, \pm 4, \pm 6 \dots,$$

т. е. имеются только четные слои (см. фото 4 и фиг. 20).

2. Два из индексов u , v , w четные, третий нечетный. Эта комбинация означает, что для $C = 0, \pm 2, \pm 4, \pm 6 \dots$ на плоскостях могут

¹⁾ Эти узлы запрещены из-за структурного фактора.— *Прим. ред.*

лежать только «четные» узлы, а для $C = \pm 1, \pm 3, \pm 5 \dots$ — только «нечетные».

3. Все индексы u, v, w нечетные. Здесь применимы те же рассуждения, что и в предыдущем пункте.

в. Аналогичным образом для объемноцентрированной решетки сумма $h + k + l$ должна быть четной для узлов с отличной от нуля интенсивностью. Следовательно, все три индекса должны быть четными или два должны быть нечетными. Уравнение $hu + kv + lw = 0$ удовлетворяется в случае любого одного четного индекса h, k или l , если uvw все четные или все нечетные. Все рефлексы можно отнести к плоскостям обратной решетки, удовлетворяющим этому правилу.

г. Рассмотрим различные случаи ориентировки объемноцентрированной решетки.

1. Все индексы u, v, w нечетные. Эта зона содержит узлы, удовлетворяющие уравнению $hu + kv + lw = C = 0$, а при $C \neq 0$ имеются только четные слои.
2. В случае, когда один из индексов u, v, w четный, уравнение удовлетворяется для узлов со всеми четными индексами hkl и для узлов с одним четным и двумя нечетными индексами. Такие узлы дают четную сумму индексов и лежат в плоскостях $C = 0, \pm 2, \pm 4, \pm 6, \dots$. Однако можно получить нечетное значение суммы $hu + kv + lw$ для других разрешенных значений hkl , удовлетворяющих первичному условию четности суммы $h + k + l$, т. е. получить $C = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots$, например, при $[uvw] = [213]$, $C = 0$ для $(\bar{2}11)$ и $C = 1$ для $(12\bar{1})$.
3. Среди индексов uvw два четных и один нечетный. Этот случай подобен рассмотренному в предыдущем пункте; например, при $[uvw] = [243]$, $C = 0$ для $(11\bar{2})$ и $C = 1$ для $(12\bar{3})$.

д. Для структур только с одной центрированной гранью или для структур с систематическим отсутствием рефлексов из-за наличия плоскостей скользящего отражения подобное рассмотрение применимо лишь для некоторых ориентировок. В общем случае рефлексы «систематического погасания» из-за наличия центрированной грани не должны появляться на электронограммах, но в некоторых случаях они могут иметь конечную интенсивность вследствие двойного отражения.

е. В заключение отметим по крайпей мере две работы [20, 21], в которых сообщается об отсутствии на электронограмме рефлексов, характерном для фазы с центрированной решеткой, тогда как этот эффект не отмечается на рентгенограммах или даже на электронограммах с другими ориентировками этой же самой фазы.

4. Ориентационные соотношения, анализ следов и некоторые другие структурные или дифракционные явления

В этой главе описывается некоторая полезная информация, которую можно получить из точечных электронограмм от монокристаллов, в частности, относительно атомной структуры дифрагирующей среды. Сообщаются также некоторые сведения об интерпретации экстра-рефлексов и тяжей на электронограммах.

§ 1. ОРИЕНТАЦИОННЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Проиндицировав точечную электронограмму так, как это было описано в § 4 гл. 3, мы получим возможность рассчитать ориентировку дифрагирующей среды (образца) относительно падающего пучка или фотографической пластинки. Ось зоны рассчитывается из любой пары систем миллеровских индексов (пары рефлексов) и представляет собой направление в кристалле, которое параллельно или почти параллельно падающему пучку. Стереографическая проекция на плоскости, перпендикулярной этой оси зоны, строится так, как было описано в § 4 гл. 3. Кубическая система является единственной, где индексы плоскости (hkl) и направления нормали к ней $[uvw]$ одинаковы для всех направлений. Для гексагональной системы, в частности, требуется провести некоторые специальные операции, о чем более подробно будет сказано в § 2 гл. 9.

Взаимную ориентировку каких-нибудь двух или более фаз можно определить по электронограмме, если рефлексы этих фаз одновременно присутствуют на ней. Для этого необходимо лишь совместить стереографические проекции фаз с соответствующей ориентировкой относительно друг друга. Чаще всего бывает так, что ось зоны одной фазы или даже обеих не имеет простых значений индексов u , v , w , и соответственно плоскости, удовлетворяющие брэгговским условиям и содержащие эту ось зоны, не являются плотно упакованными. Поскольку такие плоскости могут часто встречаться при определенных фазовых превращениях, необходимо нанести их на стереографическую проекцию и посмотреть, к каким плоскостям во второй фазе они близки. Проведение анализа облегчается, если имеется набор стандартных стереографических проекций каждой фазы, позволяющих сделать быстрый переход от одной проекции к другой для определения нужных полюсов. Весьма полезным при осуществле-

нии этой процедуры является использование специального стола для работы со стереографическими проекциями [16] (см. приложение).

Большое число плоскостей данной системы $\{hkl\}$ играет важную роль при определении ориентационных соотношений. Это особенно относится к кубической системе и в меньшей степени к другим. Рассмотрим, например, зону $\langle 115 \rangle$ в кубическом кристалле. Направление $[115]$ содержится в плоскостях $(\bar{1}10)$, (231) и (321) . Однако эквивалентное направление $[115]$ содержится в плоскостях $(\bar{1}10)$, $(32\bar{1})$ и $(23\bar{1})$. Эти два направления находятся под углом $31^\circ 35'$ друг к другу. Если получается электронограмма с такой осью зоны, мы имеем право для плоскостей выбрать любой из этих двух вариантов индексов. Стереографическая проекция для такой электронограммы получается путем поворота стандартной кубической проекции (001) вокруг оси $[\bar{1}10]$ на угол $15^\circ 48'$ либо по, либо против часовой стрелки. Прделав это, легко убедиться, что для любой фиксированной точки на второй наложенной проекции ¹⁾, которая останется неизменной при повороте большого круга кубической проекции, расположение полюсов окажется различным в зависимости от того, какое направление, $[115]$ или $[\bar{1}\bar{1}5]$, выбрано за ось зоны. Любой фиксированный полюс на одной стереограмме будет совпадать с различными полюсами на другой при поворотах в разные стороны. Таким образом, для каких-либо двух наложенных электронограмм возможны два или больше положений взаимной ориентировки. Это число уменьшается, если какие-то две или несколько ориентировок оказываются дополнительными. Следовательно, для однозначного определения ориентационного соотношения недостаточно одной или даже двух электронограмм. Если при расшифровке нескольких электронограмм, имеющих различные оси зон, перпендикулярные плоскости пластинки, одно и то же ориентационное соотношение неизменно повторяется, оно становится очевидным. Если же такой явной взаимной ориентации нет, это может означать, что две фазы растут независимо и их решетки фактически не взаимосвязаны.

Необходимо заметить, что следует выбирать такие электронограммы от каждой фазы, которые симметричны относительно центра, поскольку на них обычно имеются ряды с большим количеством рефлексов. Используя приставку для наклона объекта, можно поворачивать образец относительно данного ряда рефлексов одной фазы так, чтобы в отражающее положение попадали различные зоны, перпендикулярные направлению этого ряда рефлексов. Если есть возможность точно измерить углы поворотов, то можно получить однозначный ответ об ориентировке этой фазы.

¹⁾ Имеется в виду проекция другой фазы.— *Прим. перев.*

1. СВОДКА ПРИЕМОВ ДЛЯ УСТАНОВЛЕНИЯ ОРИЕНТАЦИОННЫХ СООТНОШЕНИЙ

Расшифровать полностью каждую самостоятельную дифракционную картину (от каждой фазы) на электронограмме.

Определить оси зон на каждой электронограмме¹⁾.

Построить и наложить друг на друга стереографические проекции для двух фаз, ориентированные относительно найденных осей зон.

Проверить, приводят ли различные варианты взаимной ориентировки из-за большого числа однотипных плоскостей к другому ориентационному соотношению. В том случае, если приводят, определить его.

Отметить полюсы плотно упакованных рядов и других важных плоскостей.

Учесть возможное отклонение на $\sim 1-2^\circ$ от положения полюса проекции оси зоны каждой электронограммы.

§ 2. АНАЛИЗ СЛЕДОВ

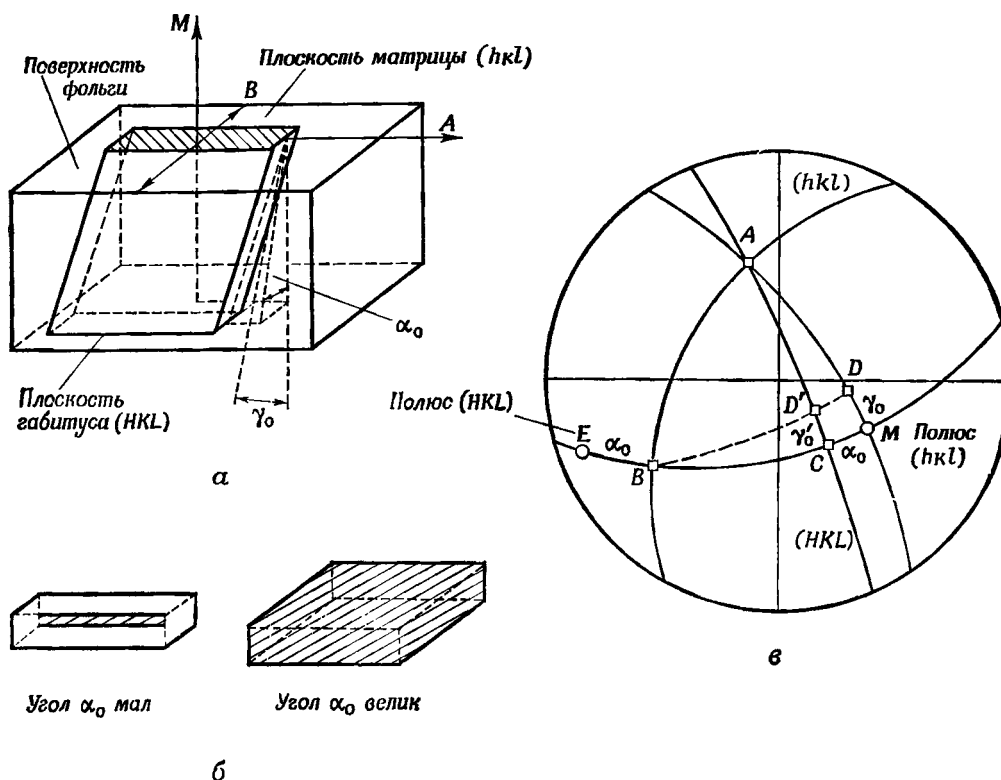
Наряду с данными о кристаллографической структуре, получаемыми из электронограмм с помощью вышеописанных процедур, можно извлекать дополнительную информацию, если рассматривать электронограммы совместно с электронными микрофотографиями от заданного участка. Наблюдая форму выделений (иглы, пластинки и т. п.) и рассчитывая их ориентировку относительно матрицы, можно также определить направление роста и габитусную плоскость выделений. Так, например, зная ориентировку матрицы и выделения, можно определить направления игл или линий, видимых на поверхности образца, или направления их проекций на электронно-микроскопическом изображении участка фольги. Анализ этих следов может оказаться полезным при решении задач о взаимной ориентации фаз и может послужить для определения габитусных плоскостей и направлений роста. Принципы этого способа аналогичны тому, который уже давно используется в оптических и рентгеновских исследованиях; об этом можно прочесть, например, в книге Баррета [2].

Важно подчеркнуть следующее:

При использовании на практике тех принципов анализа следов, о которых будет идти речь ниже, подразумевается, что должным образом

¹⁾ Важно подчеркнуть, что в данном случае необходимо определить индексы оси зоны с точностью до знака (т. е. $[uvw]$ или $[\bar{u}\bar{v}\bar{w}]$), что достигается, например, путем большого наклона образца относительно известной оси до появления новой сетки рефлексов, отвечающих другой зоне. Подробнее о методике см. [57]. — *Прим. перев.*

учтен факт поворота изображения структуры относительно электропограммы. Угол разворота пужно определить экспериментально, например, используя небольшие кристаллы с известной структурой и морфологией. Для этого часто применяются кристаллы MoO_3 .



Ф и г. 13. Основы анализа следов.

а — геометрия; б — схематическое изображение проекции пластинки (для случая малого угла α_0 штриховкой показана проекция сечений, где толщина просвечивания наибольшая); в — соответствующая стереографическая проекция.

Графические пояснения для решения задачи даны на фиг. 13, а применительно к случаю пластинчатых выделений, залегающих в тонкой фольге. От этого более общего случая легко перейти к частному случаю выделений игольчатой формы. Будем считать, что пластинка залегает под каким-то углом к плоскости фольги. Из фиг. 13, а видно, как такое

положение связано с плоскостью фольги и как его можно расшифровать, зная индексы (hkl) плоскости фольги и направления A , которое является *кажущимся направлением роста* пластинки в этой плоскости. Будем считать, что индексы (hkl) или индексы оси зоны M , т. е. $[uvw]$, определены теми методами, о которых говорилось в предыдущем параграфе. (В случае кубической структуры $u = h, v = k, l = w$.) Если направление A есть $[u_1v_1w_1]$, то легко найти направление $B = [u_2v_2w_2]$, которое также лежит в плоскости (hkl) . Действительная *габитусная плоскость* (HKL) отклоняется от вертикали на угол α_0 , если поворот совершать относительно оси A (или на угол $90^\circ - \alpha_0$, если считать относительно плоскости фольги). Обе плоскости, (hkl) и (HKL) , принадлежат одной зоне $[u_1v_1w_1]$. С другой стороны, наклонный край пластинки идет в направлении, которое определяется поворотом от вертикали $M = [uvw]$ на угол γ_0 относительно оси B . *Действительное направление максимального роста* пластины лежит в плоскости (HKL) , но при квадратной или дискообразной форме выделений оно не может быть четко определено или вообще может быть произвольным. Если же пластина узка в одном измерении или приближается к иглообразной форме, направление роста становится резко выраженным, но зато труднее определить плоскость залегания самой частицы.

На фиг. 13, б схематически показаны проекции двух таких пластин на изображении. Практически маловероятно, чтобы контуры частицы были реакими; они могут быть размыты либо за счет муарового эффекта, если периоды двух решеток близки, либо за счет других интерференционных эффектов, например, обусловленных клиновидной формой кристалла по обе стороны от наклонной поверхности раздела фаз.

На фиг. 13, в показана стереографическая проекция, соответствующая ситуации, представленной на фиг. 13, а. На этом чертеже буквой M обозначен полюс плоскости (hkl) , для которой показан также большой круг. Направления A с индексами $[u_1v_1w_1]$ и B с индексами $[u_2v_2w_2]$ указаны точками, лежащими на этом большом круге. Большой круг, проходящий через полюсы B и M , находится под углом 90° к направлению A , и поворот на угол α_0 нужно отложить на этом круге так, как показано на чертеже. Таким образом, *направление*, изображаемое точкой C , лежит в плоскости (HKL) , которая также содержит полюс A $[u_1v_1w_1]$. Аналогичным путем можно сделать угловой поворот на величину γ_0 по дуге MD большого круга MA . Следовательно, плоскость (HKL) содержит и A , и C и определяется большим кругом, проходящим через эти два направления; ее полюс находится в точке E . Полюс E должен быть расположен на круге MB под углом 90° к направлению A . Таким образом, $BE = MC = \alpha_0$. Образованные на сфере соответствующими точками треугольники AMB и AEC являются прямоугольными.

Наклонный край пластинки, который может совпадать с направлением преобладающего или заметного роста, находится в плоскости, содержащей ось поворота B и близкое к вертикали направление D . Эта плоскость изображается большим кругом DB . Направление роста должно также лежать в плоскости (HKL) и будет поэтому отвечать точке D' , которая расположена под углом γ'_0 к полюсу C . Для пластинки, почти перпендикулярной фольге, как здесь показано, $\gamma'_0 \approx \gamma_0$, но в общем случае это может быть и не так.

Таким образом, информация, которую вначале требуется получить из электронограммы и микрофотографии, — это индексы плоскости (hkl) , направлений $A = [u_1v_1w_1]$ и $B = [u_2v_2w_2]$. На основании этого мы можем сказать лишь то, что габитусная плоскость содержит направление A . Определение второго направления следа на каком-либо другом участке может оказаться достаточным для полного определения плоскости (HKL) . Ни угол α_0 , ни угол γ_0 нельзя найти совершенно точно только по одному участку. При такого рода исследованиях интерпретация может значительно облегчиться тогда, когда наблюдаются хорошо выраженные плоские пластинки, лежащие почти параллельно или почти перпендикулярно поверхности фольги. В последнем случае полюс B будет почти перпендикулярен пластинке, а полюс C близок к полюсу M (угол α_0 мал). Следовательно, построение следов плоскостей, перпендикулярных полюсу B и содержащих полюс A , по нескольким электронограммам даст серию больших кругов, проходящих с некоторым разбросом относительно большого круга AC , отвечающего истинной габитусной плоскости. С другой стороны, для выделений игольчатой формы более важно определить направление D , которое лежит на большом круге AM . Если выбрать наиболее длинные иглы, то они окажутся почти параллельными поверхности фольги и, следовательно, направлению A ($\gamma_0 \rightarrow 90^\circ$). Несколько определений по таким частицам должны дать ясные указания на то, какому направлению (с наиболее простыми индексами) соответствует направление наибольшего роста.

Вышеописанное приближение не является *точным*, поскольку полную информацию получить нелегко. Однако изучение кристаллографии участка может значительно сузить возможный выбор. Иногда уже по структуре можно сделать заключение о возможных габитусных плоскостях. Так, например, в случае кубической структуры расположение пластинок под углом 90° друг к другу говорит само за себя. У выделений с гексагональной структурой часто (хотя и не всегда) можно обозначить базисную плоскость. В некоторых случаях можно сделать приблизительную оценку величин углов α_0 или γ_0 , или и того и другого, изучая в проекции форму частицы при известной толщине фольги.

1. СВОДКА ПРИЕМОВ ДЛЯ АНАЛИЗА СЛЕДОВ

Получить изображение структуры и электронограмму от одного участка объекта, соблюдая требования, описанные в § 2 гл. 3.

Повернуть изображение структуры относительно электронограммы, скомпенсировав возникающий в линзах микроскопа поворот изображения. Поворот изображения относительно дифракционной картины должен быть откалиброван в зависимости от увеличения, как указывалось выше.

Определить индексы плоскости фольги (hkl) и нормали к ней M (оси зоны электронограммы).

Выбрать на электронограмме заметный ряд рефлексов в качестве опорного направления и измерить углы, которые составляют с ним направления следов A и B исследуемой структурной особенности.

Обозначить на стандартной стереографической проекции наиболее важные плоскости и направления, нанести ось зоны M электронограммы и большой круг, отвечающий плоскости изображения (hkl).

Отметить на этом большом круге выбранное на электронограмме опорное направление и нанести направления двух упомянутых следов A и B , откладывая их на соответствующих, уже определенных угловых расстояниях от опорного направления.

Провести через полюс A и ось зоны M большой круг для определения направления следа на плоскости фольги.

Провести большой круг через полюс B и ось зоны M для определения следа нормали к направлению следа на плоскости фольги. Поскольку полюс B лежит под углом 90° к полюсу A , то на круге MB будет находиться выход нормали к габитусной плоскости.

Проделать подобную же процедуру для каждой пары подходящих микрофотографий и электронограмм.

Путем наложения больших кругов всех получающихся направлений следов на одну стереографическую проекцию искомый кристаллографический полюс можно найти как точку пересечения этих больших кругов.

Аналогичным образом габитусную плоскость будет определять точка пересечения следов нормали к ней.

Замечания

а. Для стержневидных выделений можно определить только одно направление A . Поскольку у игольчатых кристаллов отсутствует габитусная плоскость, не будет и направления B , а значит, при использовании стереографической проекции нет необходимости применять анализ следов нормали.

б. Можно обосновать, что когда на различных образцах определяется несколько таких направлений, как A , то необходимо установить только то, что они лежат в плоскости с индексами одного и того же типа. Если точки, соответствующие направлению A , отложить на стереографической проекции и провести через них большой круг, это и будет плоскость (HKL) . Однако эти точки могут отвечать двум или более плоскостям семейства $\{HKL\}$. Если направления A лежат вблизи направлений с простыми индексами, то им легко можно приписать приблизительные индексы, используя правило векторного сложения [уравнение (27)]. Тогда для нахождения (HKL) по двум направлениям можно применить правило умножения зон, т. е. использовать уравнения (26). Оставшиеся направления можно проверить с помощью уравнения (11). Это уже аналитический метод, который не требует использования стереографической проекции.

§ 3. ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ТЯЖЕЙ, НАБЛЮДАЕМЫХ НА ЭЛЕКТРОНОГРАММАХ

Возможное влияние тяжей, наблюдаемых на электронограммах, на измерения межплоскостных расстояний или углов уже рассматривалось выше.

Элементарная кинематическая теория дифракции позволяет рассчитать в любой точке интенсивность дифрагированных волн. Полная интенсивность рассеяния от трехмерной конфигурации узлов решетки на расстоянии R равна

$$I = \frac{f^2}{R^2} \frac{\sin^2(\pi t_1 s_1)}{\sin^2(\pi s_1)} \frac{\sin^2(\pi t_2 s_2)}{\sin^2(\pi s_2)} \frac{\sin^2(\pi t_3 s_3)}{\sin^2(\pi s_3)}, \quad (32)$$

где s_1 , s_2 и s_3 — компоненты вектора, определяющего малое отклонение от центра узла обратной решетки, а t_1 , t_2 и t_3 — размеры параллелепипеда вдоль тех же осей, определяющие облучаемый объем образца. Выражение (32), если отбросить первый множитель, называется интерференционной функцией, и ее главный максимум имеет место при равенстве нулю знаменателя, т. е. в центре узла обратной решетки, когда $s_1 = s_2 = s_3 = 0$. Побочные максимумы (их два) возникают при $s = \pm 3/2t$. При совершенно правильном расположении узлов решетки величина пика интенсивности равна

$$I = \frac{f^2}{R^2} t_1^2 t_2^2 t_3^2.$$

В любом из направлений между максимумами при $s = 0$ и $s = \pm 3/2t$ имеются точки, в которых функция обращается в нуль, а именно когда $s = \pm 1/t$. Отсюда следует, что центральный пик имеет в обратном про-

странстве полную ширину, равную $2/t$, и полуширину, равную $1/t$, причем эта величина одинакова вдоль линии в данном направлении для всех узлов обратной решетки.

Если какое-нибудь из значений t велико, то в соответствующем направлении будет наблюдаться быстрое спадание интенсивности центрального максимума с увеличением s . Для малых значений t спадание интенсивности с увеличением s происходит постепенно, так что пятно становится вытянутым в соответствующем направлении, т. е. появляются тяжки на дифракционной картине. Если значения t малы, т. е. кристаллиты имеют очень малые размеры, интенсивность главного максимума, которая пропорциональна произведению квадратов величин t , уменьшается, а его протяженность в каждом направлении возрастает. Таким образом, узлы обратной решетки распираются, а их «отражающая сила» уменьшается. Этот эффект эквивалентен уширению линий на рентгенограммах, полученных от кристаллов малых размеров. Для очень маленьких кристаллитов, когда t достигает величины одного межплоскостного расстояния, узлы обратной решетки могут сливаться друг с другом.

Для фольг, у которых, например, значения t_1 и t_2 велики, а t_3 мало, узлы обратной решетки будут растягиваться в одном направлении, образуя сигарообразные рефлексy. Соответствующий эффект на электронограмме будет отчетливо наблюдаться лишь в том случае, если направление t_3 приблизительно перпендикулярно падающему пучку¹⁾, поскольку тяжки располагаются параллельно нормали к плоским особенностям²⁾. Для игольчатых выделений, у которых два значения t малы, обратная решетка будет состоять из узлов дискообразной формы. В зависимости от того, как сфера Эвальда пересекает эти узлы, на электронограмме можно получить пятна увеличенных размеров или тяжки. Достаточно полный расчет эффекта формы кристалла, возникающего на рентгенограммах от монокристаллов, дан Гейслером и Хиллом [22].

Дефекты упаковки в кристаллах с кубической грацепцентрированной решеткой могут приводить к возникновению областей с гексагональной плотно упакованной структурой, а в кристаллах с гексагональной решеткой — областей с грацепцентрированной кубической структурой толщиной всего лишь в несколько атомных слоев. Такие области по форме эквивалентны тонким кристаллам, и поэтому они вызывают появление тяжек. К появлению тяжек на электронограммах может приводить наличие дефектов упаковки в любой структуре [23] (см. фото 2). Тонкие упорядоченные домены (например, начальная стадия зон Гинье — Престона)

¹⁾ Это направление лежит в плоскости электронограммы. — *Прим. перев.*

²⁾ То есть параллельно направлению t_3 . — *Прим. перев.*

могут также вызывать растяжение узлов обратной решетки. Эти домены имеют такую же кристаллическую структуру, как и матрица. Если домен состоит из m элементарных ячеек по толщине, то на узлах обратной решетки будут возникать стержни, протяженность которых достигает точек с координатами $\pm 1/m$ относительно центра каждого узла. Подобным образом могут возникать тяжи и от тонких выделений, когерентных с матрицей [24]. Важным является здесь то обстоятельство, что образование тяжей, связанных с узлами обратной решетки, обусловлено каким-то одним малым размером в решетке кристалла, и поэтому тяжи будут наблюдаться только при определенных ориентировках кристалла. Более полному истолкованию структурных особенностей в кристалле, имеющих малый размер, может помочь рассмотрение соответствующей микрофотографии.

Недавно Хонио, Кодера и Китакура [25] получили электрограммы с диффузными тяжами от монокристаллов с кубической структурой. Они попытались объяснить эти эффекты рассеянием на линейной цепочке с малым числом ближайших соседних атомов, смещенных из своих правильных положений. Однако подобным путем оказалось невозможным объяснить все особенности электрограммы. Тяжи были расширены на величину, которая соответствует угловому размытию первичного пучка. Такие тяжи не следует путать с кикучи-линиями, которые имеют совершенно другое происхождение и не претерпевают подобного расширения ¹⁾ (см. § 7 настоящей главы).

Фуджиме, Ватанабе и Огава [26] также наблюдали тяжи на электрограммах, полученных от гексагонального кобальта; эти тяжи нельзя было объяснить простой теорией. Они предполагают, что появление таких тяжей вызвано динамическим взаимодействием обратных стержней (которые возникают из-за наличия дефектов упаковки в гексагональном кобальте) с обычными рефlekсами.

§ 4. ДВОЙНИКОВАНИЕ И СВЯЗАННЫЕ С НИМ ЯВЛЕНИЯ

1. ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ

Появление экстранных в положениях, которым соответствуют простые *дробные индексы* (при условии, что основная точечная картина полностью проиндексирована), иногда указывает на присутствие двойникованных кристаллов.

¹⁾ Здесь следует отметить, что кикучи-линии сильно расширяются, когда плоскости, вызывающие их появление, находятся в положении, близком к брэгговскому. Кроме того, в достаточно толстых и совершенных кристаллах наблюдаются широкие кикучи-полосы, возникновение которых связано с эффектами неупругого рассеяния электронов. — *Прим. перев.*

В общем случае можно рассматривать, что матричный и двойниковый кристаллы связаны между собой операцией отражения в плоскости (HKL) или вращением на 180° вокруг направления $[UVW]$, перпендикулярного этой плоскости (нет необходимости рассматривать сейчас другие возможные повороты). Таким образом, плоскость $(h_1k_1l_1)$ займет положение плоскости $(h_2k_2l_2)$, где (см. работу [27])

$$h_2 = h_1 - \frac{2H(Uh_1 + Vk_1 + Wl_1)}{HU + KV + LW}, \quad (33a)$$

$$k_2 = k_1 - \frac{2K(Uh_1 + Vk_1 + Wl_1)}{HU + KV + LW}, \quad (33б)$$

$$l_2 = l_1 - \frac{2L(Uh_1 + Vk_1 + Wl_1)}{HU + KV + LW}. \quad (33в)$$

Для случая кубического кристалла имеем

$$h_2 = h_1 - \frac{2H(Hh_1 + Kk_1 + Ll_1)}{H^2 + K^2 + L^2}, \quad (34a)$$

$$k_2 = k_1 - \frac{2K(Hh_1 + Kk_1 + Ll_1)}{H^2 + K^2 + L^2}, \quad (34б)$$

$$l_2 = l_1 - \frac{2L(Hh_1 + Kk_1 + Ll_1)}{H^2 + K^2 + L^2}. \quad (34в)$$

Выражения (33) и (34) можно использовать как для прямого, так и для обратного преобразования индексов, хотя при индексах h_2 , k_2 и l_2 могут возникать общие множители.

2. НЕКОТОРЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ КУБИЧЕСКИХ КРИСТАЛЛОВ

Для случая кубических кристаллов длину вектора обратной решетки, соединяющего узел O с точкой $h_2k_2l_2$, имеющей дробные индексы, можно, очевидно, приравнять длине вектора, соединяющего узел O с точкой $h_1k_1l_1$, имеющей целочисленные индексы. Это означает, что

$$h_1^2 + k_1^2 + l_1^2 = h_2^2 + k_2^2 + l_2^2. \quad (35)$$

Для общей интерпретации электрограмм лучше оставить дробные индексы, но их можно привести к целым числам, если возвести в квадрат и сложить три выражения (34), приведенные выше для случая кубических кристаллов:

$$h_2^2 + k_2^2 + l_2^2 = (h_1^2 + k_1^2 + l_1^2)(H^2 + K^2 + L^2). \quad (36)$$

Следовательно, вектор обратной решетки, соединяющий узел O с точкой $h_2k_2l_2$, имеющей дробные индексы, будет проходить через точку с цело-

численными индексами $h'_2 k'_2 l'_2$. Это выражение может быть полезным для нахождения возможных индексов плоскостей. Рассмотрим, например, двойники {111} в металлах с гранецентрированной кубической решеткой. Для данного случая $(H^2 + K^2 + L^2)^2 = 9$. Поэтому плоскости {111}, не совпадающие с самой плоскостью двойникового (111)¹⁾, при двойниковании становятся параллельными плоскостям с суммой квадратов индексов $\sum h_i'^2 = 9 \times 3 = 27$, т. е. плоскостям типа {511} [поскольку плоскости (333) = 3 (111) при таком преобразовании исключаются]. Таким образом, соответствующие дробные индексы $h_2 k_2 l_2$ будут $(5/3 \ 1/3 \ 1/3)$. Подобно этому плоскость (100) при двойниковании становится параллельной плоскости типа {221} матрицы, и длина соответствующего вектора обратной решетки определяется индексами $(2/3 \ 2/3 \ 1/3)$, причем для него $\sum h_i'^2 = \sum h_i^2 = 1$. Для объемноцентрированной решетки с плоскостями двойникового {211} $(H^2 + K^2 + L^2)^2 = 36$. Отсюда следует, что плоскость (100) двойника будет параллельна плоскости типа {442} или {221} матричного зерна и ей, как и в приведенном выше случае, должен соответствовать вектор обратной решетки $(2/3 \ 2/3 \ 1/3)$. Интересно отметить, что в результате той же самой процедуры плоскость (111) становится параллельной плоскостям типа {10 2 2} или {511}; как и в приведенном выше случае, вектор обратной решетки равен $(5/3 \ 1/3 \ 1/3)$.

Эти примеры попутно иллюстрируют другой аспект важной проблемы интерпретации дифракционных картин от сдвойникованных металлов с кубической решеткой. Его суть заключается в изложенном Келли [28] принципе, согласно которому двойники по {111} в гранецентрированной решетке вызывают те же эффекты, что и двойники по {211} в объемноцентрированной решетке. Линией пересечения этих плоскостей является ось второго порядка $\langle 110 \rangle$. Поэтому обе двойниковые системы можно представить на одной и той же стереографической проекции. Интерпретация электронограмм от кубических кристаллов с двойниками в значительной степени облегчается при использовании стереографической проекции, показанной на фиг. 35, а также и другой информации, включенной во вторую часть книги. Для расчета положения матричных и двойниковых рефлексов на электронограммах от сдвойникованных кубических кристаллов существует два аналитических метода: Мисрапа и Ричмэпа [29] для двойникования по плоскости {112} в объемноцентрированной кубической структуре и Йохари и Томаса [30], которые рассмотрели более общий случай.

¹⁾ Имеются в виду плоскости, принадлежащие любому из трех других семейств плоскостей {111}. — *Прим. перев.*

3. ПРАКТИЧЕСКИЕ ПРИЕМЫ

Типичным практическим приемом индцирования электронограмм является следующий.

Проиндцировать основные рефлексы обычным способом.

Приписать соответствующие дробные индексы двойниковым рефлексам.

Подставить последние в формулу для вычисления d или $1/d$. Эта подстановка даст период, равный одному из уже известных для плоскостей с целочисленными индексами. Отсюда легко найти индексы плоскостей $\{h_1k_1l_1\}$ матрицы и $\{h_2k_2l_2\}$ двойника.

Величины дробей, определяющих индексы $\{h_2k_2l_2\}$, дают некоторое указание относительно типа плоскости двойникового, поскольку знаменатель в выражениях (33) имеет вид $(HU + KV + LW)$ или для кубической решетки — $(H^2 + K^2 + L^2)$. Например, для гранецентрированной кубической решетки с двойниками по $\{111\}$ все дроби кратны $1/3$, в то время как в объемноцентрированной кубической структуре с двойниками по $\{211\}$ эти дроби должны были бы быть кратны $1/6$, но поскольку двойки в числителе и знаменателе сокращаются, они также кратны $1/3$. В случае кристаллов с некубической структурой довольно трудно определить точные значения дробей, поскольку соотношения между осями в решетке этих кристаллов влияют на величины U , V и W , связанные с HKL [27].

Дальнейшая интерпретация на этом этапе основывается на том факте, что *равные* (по модулю) векторы обратной решетки $(h_1k_1l_1)$ и $(h_2k_2l_2)$, если они правильно выбраны, отличаются друг от друга на вектор (HKL) или на кратные его доли. Метод проб и ошибок ясно покажет, какие плоскости являются плоскостями двойникового. [Например, плоскость $(11\bar{1})$ в кубическом кристалле при двойниковаии по (111) становится параллельной плоскости $(\bar{1}\bar{1}5)$. Длина соответствующего вектора обратной решетки будет $(1/3 \ 1/3 \ 5/3)$, и если этот вектор прибавить к вектору $(11\bar{1})$, то получим вектор $(2/3 \ 2/3 \ 2/3) = 2/3 (111)$.]

В интерпретации электронограмм может помочь стандартная стереографическая проекция. При использовании этой проекции следует соблюдать правило, согласно которому правильный выбор знаков или порядка чередования возможных индексов должен подчиняться условию: полюсы $(h_1k_1l_1)$, (HKL) , $(h_2k_2l_2)$ должны лежать на одном большом круге, причем $(h_1k_1l_1)$ и $(h_2k_2l_2)$ образуют одинаковые углы с (HKL) .

4. ЯВЛЕНИЯ, СОПУТСТВУЮЩИЕ НАЛИЧИЮ ДВОЙНИКОВ

Описанная в § 3 настоящей главы трактовка тяжей, возникающих на электронограммах, делает теперь понятным вывод о том, что, если плоскости двойникового встречания встречаются достаточно часто, структуру можно представить как бы состоящей из матричных и двойниковых кристаллов, причем последние имеют малые размеры в направлении, перпендикулярном плоскости двойникового встречания. Если этот размер достаточно мал, то на электронограммах по обе стороны от основных и двойниковых рефлексов будут возникать тяжи. Таким образом, направление тяжей прямо указывает на положение самой плоскости двойникового встречания. Эти плоскости являются, по сути дела, дефектами упаковки, однако узкие дефекты упаковки и более широкие двойниковые полосы могут существовать и одновременно.

Кроме того, гранецентрированная кубическая или гексагональная плотно упакованная фазы могут переходить одна в другую, вероятно, в результате пластической деформации. Таким образом, рядом могут находиться чередующиеся области кубической и гексагональной фаз. Некоторые возможные комбинации соответствующих электропограмм приведены в частях 2 и 3.

§ 5. УПОРЯДОЧЕННЫЕ ФАЗЫ, ИЛИ СВЕРХСТРУКТУРЫ

1. ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ

В металловедении хорошо известно существование упорядоченных структур, которые являлись предметом многочисленных рентгенографических исследований. Прежде всего нужно отметить, что наличие упорядочения может приводить к простым геометрическим эффектам на электронограмме:

- а. На электронограмме при упорядочении, кроме элементарной сетки рефлексов от неупорядоченного состояния с систематическим отсутствием некоторых из них в соответствии с известными правилами, возникают рефлексy (обычно более слабые) в запрещенных положениях.
- б. Элементарная ячейка упорядоченной фазы может состоять из нескольких элементарных ячеек исходной неупорядоченной структуры; в этом случае дополнительные дифракционные пятна появляются в положениях, соответствующих дробным индексам. Эти индексы можно привести к целым числам путем удвоения, если

знаменатель дроби равен 2, или утроения, если он равен 3, и т. д., т. е. в этих двух случаях элементарная ячейка упорядоченной решетки в реальном пространстве соответственно в 2 или 3 раза больше элементарной ячейки исходной (неупорядоченной) решетки. Кроме отмеченных эффектов, существование малых упорядоченных областей размером в несколько элементарных ячеек в данном направлении оказывает соответствующее влияние на дифракционную картину вблизи узлов обратной решетки.

- в. Упорядоченные домены (например, зоны Гинье — Престона на начальной стадии старения) вызывают растяжение узлов обратной решетки в соответствии с размерами доменов. Если домен имеет размер в m элементарных ячеек, например, в направлении вдоль ребра элементарной ячейки, то узлы обратной решетки превращаются в стержни, простирающиеся до положений с координатами $\pm 1/m$, считая от центра каждого узла (см. § 3 настоящей главы).

В некоторых случаях, когда на электронограмме не выявляется какая-либо определенная зона отражающих плоскостей, этот эффект может приводить к заметному смещению отдельных рефлексов. Пример такого явления для медно-алюминиевых сплавов был приведен Марчинковским и Звеллом [31].

- г. С другой стороны, вместо тяжей на электронограммах могут возникать пятна-сателлиты, расположенные на дробных относительно вектора обратной решетки расстояниях от основных рефлексов и соответствующие эффекту «б», несмотря на то, что они могут отвечать и иным большим элементарным ячейкам. Таким образом, отдельный домен можно представить в виде растянутой или увеличенной элементарной ячейки, содержащей несколько исходных элементарных ячеек [32].

2. ПРИЧИНЫ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ЭКСТРА-РЕФЛЕКСОВ

Полезно разобрать причины появления экстра-рефлексов в наиболее простом случае «а».

Интенсивность дифракционного рефлекса зависит от величины, называемой «структурным фактором». Последняя равна сумме амплитуд волн, рассеянных атомами, находящимися в различных точках (x, y, z) элементарной ячейки; в найденной таким образом результирующей амплитуде обязательно учитываются расстояния между атомами и, следовательно, несовпадение по фазе волн, рассеянных любыми двумя атомами. Результирующая интенсивность I зависит от F^2 , где F — структур-

ный фактор. Установлено, что

$$I \sim |F|^2 = [\sum f \cos 2\pi(hx + ky + lz)]^2 + [\sum f \sin 2\pi(hx + ky + lz)]^2 = \\ = A^2 + B^2 = (A + iB)(A - iB), \quad (37)$$

где $i = \sqrt{-1}$. Следовательно, значительно проще положить $F = A + iB$ и $F^* = A - iB$; тогда $|F|^2 = FF^* = A^2 + B^2$, а поскольку

$$A = \sum f \cos 2\pi(hx + ky + lz), \\ B = \sum f \sin 2\pi(hx + ky + lz), \quad (38)$$

то

$$F = \sum f \exp 2\pi i(hx + ky + lz).$$

Суммирование проводится по всем атомам элементарной ячейки, а f — «фактор атомного рассеяния», т. е. относительный вклад каждого атома в рассеяние, определяемое величиной F .

В выражениях (37) и (38) (x, y, z) представляют собой координаты атомов, в том числе и дробные. В объемноцентрированной кубической решетке идентичные атомы находятся в положениях $0\ 0\ 0$ и $1/2\ 1/2\ 1/2$. В этом случае

$$F = f \exp [2\pi i 0] + f \exp \left[2\pi i \left(\frac{h}{2} + \frac{k}{2} + \frac{l}{2} \right) \right] = \\ = f [1 + \exp \pi i (h + k + l)] = \\ = f [1 + \cos \pi (h + k + l)] = 2f \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} \right) (h + k + l).$$

Поскольку $\cos(\pi/2)$, $\cos(3\pi/2)$, ... равны нулю, то

$$F = 0, \quad \text{если } (h + k + l) \text{ — нечетное число}$$

и

$$F = 2f, \quad \text{если } (h + k + l) \text{ — четное число.}$$

Это есть основные правила погасания для всех объемноцентрированных решеток.

Например, для сплава состава АВ $f = 1/2 (f_A + f_B)$, и при условии, что сплав *неупорядочен*, т. е. при произвольном распределении атомов рефлексы с нечетной суммой индексов также будут отсутствовать. Если же происходит упорядочение, то

$$F = f_A + f_B \exp 2\pi i \left(\frac{h+k+l}{2} \right) = \\ = f_A + f_B \quad \text{для четного значения } (h + k + l)$$

и

$$F = f_A - f_B \text{ для нечетного значения } (h + k + l).$$

Следовательно, слабые рефлексы возникают теперь в позициях, отвечающих последним значениям $(h + k + l)$, и интенсивность их пропорциональна $(f_A - f_B)^2$, т. е. разности рассеивающих способностей атомов разного сорта.

Поскольку теперь имеются все рефлексы, решетка больше не является неупорядоченной и содержит как бы по одной единице (молекуле) вещества АВ на элементарную ячейку, т. е. пространственная группа $Im\bar{3}m$ для неупорядоченного состояния переходит при упорядочении в пространственную группу $Pm\bar{3}m$. Структура становится подобной структуре некоторых ионных соединений, таких, как CsCl.

Итак, влияние упорядочения состоит в первом приближении в предотвращении эффектов взаимного погасания рассеяния от идентичных атомов за счет правильного размещения атомов двух сортов, и хотя для некоторых отражений эти атомы рассеивают в «противофазе», суммарная амплитуда будет отлична от нуля.

3. ПРИЧИНЫ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ДВОЙНЫХ ИЛИ МНОЖЕСТВЕННЫХ ЯЧЕЕК

В приведенном выше примере порядок мог установиться в одной элементарной ячейке. Та же тенденция к упорядочению в часто встречающемся случае атомов различных размеров не всегда может столь легко реализоваться. Например, упорядоченную сверхструктуру A_2B нельзя представить в виде одной-единственной ячейки объемноцентрированной кубической решетки, поскольку на такую ячейку приходится лишь 2 атома. Типичным примером является сверхструктура Fe_3Al . Увеличенная кубическая ячейка с двойным параметром содержит восемь исходных ячеек и, следовательно, шестнадцать атомов. Упорядочение проявляется, во-первых, в появлении дифракционных рефлексов, которые отсутствуют в неупорядоченном сплаве, и, во-вторых, в появлении рефлексов на половине расстояния между ними. Удвоение элементарной ячейки приводит к тому, что эти рефлексы отвечают целым значениям hkl .

В такой удвоенной объемноцентрированной ячейке все вершины элементарных кубов занимают атомы А (Fe), одну половину центров кубов также занимают атомы А (Fe), а другую половину — атомы В (Al). Если атомы А и В чередуются в последних позициях правильно, то они образуют грансцентрированную кубическую решетку типа NaCl, а остальные атомы А — простую кубическую решетку. Суммарный результат

дифракции оказывается таким же, как и от гранцентрированной решетки, т. е. для двойной ячейки рефлексы имеют либо все нечетные, либо все четные индексы hkl . То, что это должно быть именно так, становится ясным при вычислении структурного фактора. Поместив для удобства начало координат в узел решетки, занимаемый атомом В, имеем

- а) 4 атома В в узлах $000, 0\frac{1}{2}\frac{1}{2}, \frac{1}{2}0\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\frac{1}{2}0$ — позиции гранцентрированной решетки,
- б) 4 атома А в узлах $\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}, \frac{1}{2}00, 0\frac{1}{2}0, 00\frac{1}{2}$ — промежуточные позиции гранцентрированной решетки,
- в) 8 атомов А в узлах $\left. \begin{array}{l} \frac{1}{4}\frac{1}{4}\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\frac{3}{4}\frac{3}{4}, \frac{3}{4}\frac{1}{4}\frac{3}{4}, \frac{3}{4}\frac{3}{4}\frac{1}{4}, \\ \frac{3}{4}\frac{3}{4}\frac{3}{4}, \frac{3}{4}\frac{1}{4}\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\frac{3}{4}\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\frac{1}{4}\frac{3}{4} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{середины диагоналей, соединяющих} \\ \text{между собой узлы} \\ \text{первых двух позиций.} \end{array}$

Структурный фактор можно было бы выписать в полном виде, однако выражения для всех пространственных групп уже имеются в Международных таблицах по рентгеновской кристаллографии [5]. В первом томе (стр. 517) для группы $Fm\bar{3}m$ приведено полное выражение структурного фактора для 192 атомов (4×48), находящихся в наиболее общих положениях ($x y z$) ($x \neq y \neq z \neq 0$). Подставляя в это выражение конкретные координаты атомов и сводя его к действительному числу атомов, получаем

$$F = 4 \cos^2 2\pi \left(\frac{h+k}{4} \right) \cos^2 2\pi \left(\frac{k+l}{4} \right) \times \left[\begin{array}{l} f_B + \\ + f_A \cos \pi h \cos \pi k \cos \pi l + \\ + f_A \cos \frac{\pi h}{2} \cos \frac{\pi k}{2} \cos \frac{\pi l}{2} + f_A \cos \frac{3\pi h}{2} \cos \frac{3\pi k}{2} \cos \frac{3\pi l}{2} \end{array} \right].$$

Заметьте, что

$$\cos \frac{3\pi h}{2} = \cos \left(\frac{4\pi h}{2} - \frac{\pi h}{2} \right) = \cos \frac{\pi h}{2}.$$

Наличие первых двух членов требует, чтобы индексы hkl были либо все нечетные, либо все четные¹⁾. Для рефлексов с нечетными индексами имеем

$$F = 4(f_B - f_A).$$

¹⁾ Иначе эти члены и, следовательно, все выражение будет равно нулю.—
Прим. ред.

Для рефлексов с четными индексами имеем

- а) $F = 4(f_B + f_A) + 8f_A$
 при условии, что $h = 4h'$, $k = 4k'$, $l = 4l'$ или только один индекс кратен 4;
- б) $F = 4(f_B + f_A) - 8f_A = 4(f_B - f_A)$
 при условии, что $h = 2h'$, $k = 2k'$, $l = 2l'$, где из индексов $h'k'l'$ либо один, либо все нечетные.

Отсюда следует, что интенсивности рефлексов зависят от квадратов $(f_B - f_A)$ или $(f_B + 3f_A)$ в соответствии с типом индексов, но в любом случае должно выполняться условие погасания для удвоенной границентрированной кубической ячейки.

Имеется еще один тип сверхструктуры, обнаруженный в сталях, который представляет значительный интерес. Неупорядоченный сплав имеет объемноцентрированную кубическую решетку, а упорядоченная фаза соответствует составу Ni_2AlTi . Известны и другие простые объемноцентрированные кубические упорядоченные фазы, но только для этой одной атомы занимают такие же позиции, как и в сверхструктуре Fe_3Al , так что при упорядочении структура становится, как и в вышеприведенном случае, границентрированной кубической. Различие состоит лишь в том, что в этой фазе из четырех типов позиций только две являются идентичными, т. е. их занимают атомы одного сорта.

Отсюда

$$F = 4 \cos^2 2\pi \left(\frac{h+k}{4} \right) \cos^2 2\pi \left(\frac{k+l}{4} \right) \times \\ \times \left(f_{Ti} + f_{Al} \cos \pi h \cos \pi k \cos \pi l + 2f_{Ni} \cos \frac{\pi h}{2} \cos \frac{\pi k}{2} \cos \frac{\pi l}{2} \right).$$

Из этого выражения непосредственно получаем возможные соотношения интенсивностей. В табл. 5 указаны упорядоченные фазы, существующие в некоторых легированных сталях.

Таблица 5

Твердый раствор	Выделения (в соответствии с отношением Ti : Al)
	NiAl
	$Pm3m$, $a_0 \approx 2,88$, $M = 1$
FeNiTiAl	Ni ₂ AlTi
$Im3m$, $a_0 \approx 2,93$, $M = 2$	$Fm3m$, $a_0 \approx 5,86$, $M = 4$
	NiTi
	$Pm3m$, $a_0 \approx 2,98$, $M = 1$

§ 6. ДВОЙНОЕ ОТРАЖЕНИЕ

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

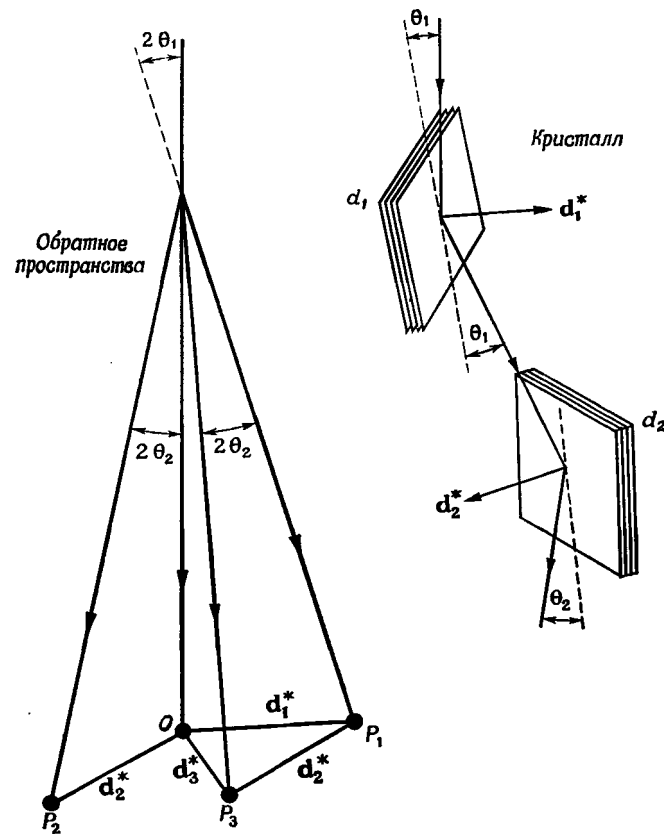
Явления, описанные выше, были связаны с возникновением дифракционных экстра-рефлексов в тех узлах обратной решетки, которые должны были иметь нулевую интенсивность, и (или) в точках между ними. Явление двойного отражения также может привести к появлению на точечных электронограммах от монокристаллов рефлексов определенной интенсивности, отвечающих тем узлам обратной решетки с целочисленными индексами, которые должны были иметь нулевую интенсивность.

Это явление иллюстрируется на фиг. 14. Оно возникает обычно тогда, когда луч, дифрагированный на одном семействе плоскостей $(h_1k_1l_1)$ (с межплоскостным расстоянием d_1), затем дифрагирует на другом семействе плоскостей $(h_2k_2l_2)$ (с межплоскостным расстоянием d_2). Для этого необходимо, чтобы лучи в кристалле *сначала* проходили в плоскости, перпендикулярной $(h_1k_1l_1)$ и содержащей d_1^* . Далее луч, проходящий между двумя семействами плоскостей, и повторно дифрагированный луч должны также находиться в плоскости, которая перпендикулярна $(h_2k_2l_2)$ и содержит d_2^* , причем эта плоскость не обязательно совпадает с первой. В обратном пространстве это приводит к возникновению рефлекса P_1 , находящегося на расстоянии d_1^* от точки O , для луча, дифрагированного 1 раз, и рефлекса P_3 , находящегося на расстоянии d_3^* от точки P_1 , для дважды дифрагированного луча. Соответствующие углы между лучом и этими семействами плоскостей малы (в пределах $\sim 2^\circ$), и поэтому вполне вероятно, что может также возникнуть дифракция от плоскостей $(h_2k_2l_2)$, приводящая к появлению рефлекса P_2 , где OP_2 есть вектор d_2^* , а P_2 — узел обратной решетки, имеющей отличную от нуля интенсивность. Поскольку два вектора обратной решетки при сложении обязательно дают третий (узлы образуют правильную сетку), то $OP_3 = d_3^*$ также является вектором обратной решетки. Для всех подобных случаев двойного отражения соблюдаются следующие условия:

- а. $h_3 = h_1 \pm h_2$,
 $k_3 = k_1 \pm k_2$,
 $l_3 = l_1 \pm l_2$
 (знаки либо все плюсы, либо все минусы).
- б. Интенсивность рефлекса P_3 ¹⁾ будет отлична от нуля только в том случае, если отлична от нуля интенсивность в узле P_2 . Следовательно, если P_2 есть узел, интенсивность в котором равна нулю

¹⁾ Имеется в виду интенсивность за счет двойного отражения. — Прим. перев.

в соответствии с типом решетки ($F = 0$), то двойное отражение от плоскостей ($h_2 k_2 l_2$) не будет давать вклада в интенсивность рефлекса P_3 . Это обстоятельство важно учитывать при работе с кубическими центрированными решетками; оно иллюстрируется на фиг. 15.



Ф и г. 14. Схема двойного отражения.

- в. Векторы d_1^* и d_2^* находятся в плоскости электронограммы вблизи ее центра, но либо один из них, либо оба могут, в конце концов, слегка отклониться от этой плоскости, так что электронограмма

будет отвечать другой зоне, немного отличающейся от первой. Существенное условие: все узлы O , P_1 , P_2 и P_3 должны лежать приблизительно на поверхности сферы отражения.

Второе из этих условий, иллюстрируемое на фиг. 15, приводит к выводу, что двойное отражение не изменяет, например, дифракционных картин от гранецентрированных или объемноцентрированных кубических решеток, хотя оно может влиять на относительные интенсивности рефлексов (см. ниже). Но на электрограммах от гексагональной или других структур могут появляться дополнительные рефлексы, отвечающие определенным узлам обратной решетки ¹⁾.

Для гранецентрированной кубической решетки индексы $(h_1 k_1 l_1)$ и $(h_2 k_2 l_2)$ должны быть либо все четные, либо все нечетные, так что индексы суммы векторов также должны удовлетворять этому же правилу. Для объемноцентрированной кубической решетки сумма индексов $(h_1 + k_1 + l_1)$ и $(h_2 + k_2 + l_2)$ должна быть четной, и подобное правило должно соблюдаться для индексов сумм или разностей векторов. Для гексагональной плотно упакованной решетки «запрещенные» рефлексы имеют индексы $(h + 2k) = 3n$ и l — нечетное число. Однако вектор обратной решетки d_3^* , для которого $(h_1 + h_2) + 2(k_1 + k_2) = 3n$, $l = 2m + 1$, всегда можно разложить на следующие векторы d_1^* и d_2^* :

$$\begin{aligned} d_1^*: h_1 + 2k_1 &= 3p + 1, & l_1 &= 2r, \\ d_2^*: h_2 + 2k_2 &= 3q - 1, & l_2 &= 2s + 1, \end{aligned}$$

причем рефлексы, отвечающие обоим этим векторам, являются разрешенными. Отсюда следует, что возникновению запрещенных рефлексов благоприятствует наличие двойного отражения. Для структур, таких, как цементит, запрещенные рефлексы могут возникать от одной зоны отражающих плоскостей и не возникать от другой.

В общем случае двойное отражение приводит к увеличению интенсивности более слабых рефлексов за счет более сильных.

2. ЛОЖНЫЕ ПОГАСАНИЯ

Бётти [20] заметил, что на электрограмме, полученной от цементита с осью зоны $[20\bar{1}]$ и содержащей ряды рефлексов 020 , 040 , ... и 204 , 408 , ..., имело место систематическое отсутствие рефлексов, которое придавало электрограмме (неожиданный) вид, характерный для объемноцентрированных решеток. Аналогичный эффект был обнаружен для соединений типа $M_aC_b = Fe_2MoC$ [21], а также для AlO_2H (или $Al_2O_3 \cdot H_2O$). Объяснение этого эффекта отсутствует.

¹⁾ Имеются в виду узлы, для которых структурный фактор $F = 0$. — Прим. перев.

§ 7. КИКУЧИ-ЛИНИИ

При дифракции рентгеновских лучей увеличение размера кристалла приводит к тому, что дифракционные максимумы становятся острыми, т. е. рефлексy приближаются к точечным. При дифракции электронов по мере увеличения толщины монокристалла или фольги происходит ослабление двумерной точечной дифракционной картины из-за увеличения поглощения электронов и одновременно возникают пары параллельных темных и светлых линий¹⁾. При этом также наблюдается значительное ослабление прошедшего прямо пучка. Такие картины кикучи-линий от монокристаллов можно использовать для определения ориентировки кристалла, лауэ-симметрии, параметров решетки и величины параметра отклонения s от точного брэгговского положения.

Если образец имеет толщину порядка $\sim 10^{-5}$ см, то между падающим пучком электронов и образцом происходит сильное взаимодействие в виде неупругих столкновений. В результате часть выходящих электронов, потерявших много энергии, приводит к появлению на фотопластинке равномерного фона интенсивности. Другая часть неупруго рассеянных электронов теряет очень мало энергии или не теряет ее совсем и рассеивается в разной степени относительно электронного пучка. Эти электроны могут дифрагировать на плоскостях кристаллической решетки, удовлетворяющих брэгговскому условию. На фиг. 16 линии OA и OB изображают пути таких электронов. Эти электроны падают на плоскости решетки CD и $C'D'$ с межплоскостным расстоянием d_{hkl} и дифрагируют вдоль направлений AE и BG . Каждый из этих дифрагированных пучков образует конус с осью, перпендикулярной соответственно CD и $C'D'$, и половиной угла при вершине, равной $(90^\circ - \theta)$. Эти конусы пересекают фотопластинку по гиперболам *очень малой кривизны* (поскольку длина волны электронов λ мала), и поэтому дифрагированные пучки выявляются как линии. В результате когерентного рассеяния пучок OB идет по направлению BG вместо BF , а пучок OA идет по направлению AE вместо $АН$. Поэтому фон будет становиться слабее вдоль направлений BF и $АН$ и усиливаться вдоль направлений BG и AE . Поскольку известно, что интенсивность когерентно рассеянного излучения²⁾ уменьшается с увеличением угла отклонения от направления первичного пучка, то имеет место суммарное уменьшение интенсивности фона вдоль K_1 и увеличение — вдоль K_2 , что и приводит к появлению на негативе соответственно светлой и темной линий.

¹⁾ При дифракции рентгеновских лучей также возникают подобные линии, называемые линиями Косселя.— *Прим. перев.*

²⁾ То же относится и к некогерентно рассеянному излучению.— *Прим. перев.*

- б. Полагая, что дифрагирующая среда известна, проиндцировать плоскости, отвечающие вычисленным межплоскостным расстояниям.
- в. Используя правило перекрестного умножения ¹⁾, по каким-нибудь двум парам семейства кикучи-линий, отвечающих определенным миллеровским индексам, получить индексы оси зоны, т. е. приблизительные индексы нормали к плоскости фольги ²⁾.

Положение кикучи-линии ³⁾ относительно соответствующего ей дифракционного пятна можно использовать для определения знака параметра отклонения s от точного брагговского положения [33, 34], а также его величины [35]. Знак s можно использовать для определения знака смещений в решетке [36].

Интерференционные эффекты, которые вызывают появление кикучи-линий, указывают на совершенство кристаллической решетки. Электронограммы, содержащие кикучи-линии и кикучи-полосы, наблюдались главным образом от неметаллических кристаллов, например от NaCl, CaCO₃, ZnS, слюды и др. На электронограммах от металлических монокристаллов кикучи-линии, как правило, отсутствуют. Это свидетельствует о присутствии несовершенств и возможной пластической деформации образцов в процессе их приготовления. Кикучи-линии наблюдались в феррите (α -железе), алюминии, германии и других металлах ⁴⁾.

¹⁾ Иначе говоря, правило получения векторного произведения двух векторов.— *Прим. перев.*

²⁾ Более подробно об определении точной ориентировки кристалла с помощью кикучи-линий см. в работе [58].— *Прим. перев.*

³⁾ На негативе она выглядит темной.— *Прим. перев.*

⁴⁾ На электронограммах от недеформированных металлических образцов при аккуратном приготовлении объекта кикучи-линии наблюдаются почти всегда.— *Прим. ред.*

5. Геометрические эффекты

§ 1. НАКЛОН ОБРАЗЦА И ЭФФЕКТЫ, ВОЗНИКАЮЩИЕ НА ЭЛЕКТРОНОГРАММЕ

Замечено, что размеры дифракционных пятен уменьшаются по мере удаления их от центра электронограммы, в котором находится пятно, образованное прямым пучком. Обычно это самое большое и самое яркое пятно. Интенсивность пятен также уменьшается с увеличением расстояния от центра, если не возникают сильные лауэ-зоны (см. п. 3 § 4 гл. 3 и фото 3). Эти эффекты можно объяснить рядом причин и до некоторой степени теоретически обосновать. Однако для наших целей вполне достаточно принять, что каждый узел обратной решетки имеет сферическую форму с постоянным максимальным диаметром. Тогда действительные размеры рефлексов зависят от того, как поверхность сферы отражения пересекает эти малые сферы.

На фиг. 18 показана плоская поверхность, которая таким образом пересекает сферу, что дает видимое пятно с радиусом r'_1 , меньшим, чем истинный радиус сферы r_1 . Эта ситуация соответствует наклону сферы бесконечного радиуса ($\lambda \rightarrow 0$) и служит иллюстрацией того, как видоизменяется электронограмма при наклоне образца. Анализ фиг. 18 весьма прост.

Поворот на угол ρ вокруг OX вызывает заметное изменение положения рефлекса. Как видно из фиг. 18, для любого рефлекса, такого, как P_1 или P_2 , угол поворота определяется следующим образом:

$$\cos \rho = \frac{S_1 Q_1}{S_1 P_1} = \frac{OS_1 \operatorname{tg} \phi'_1}{OS_1 \operatorname{tg} \phi_1} = \frac{\operatorname{tg} \phi'_1}{\operatorname{tg} \phi_1}.$$

В общем случае

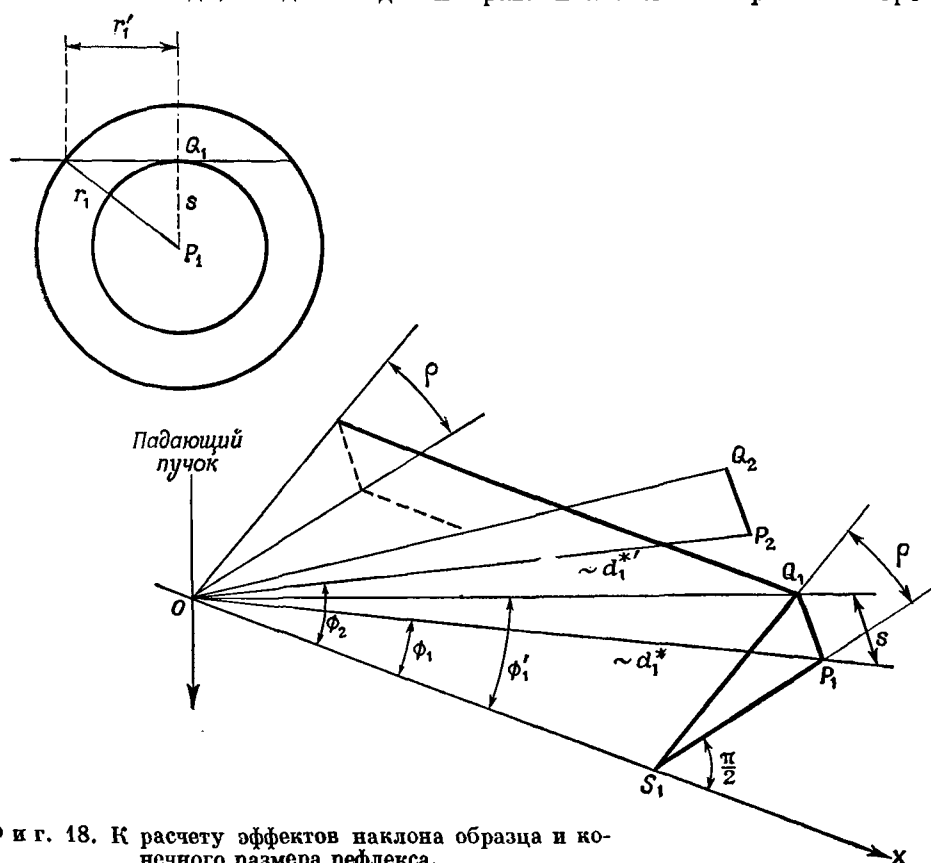
$$\operatorname{tg} \phi' = \operatorname{tg} \phi \cos \rho < \operatorname{tg} \phi, \quad (41)$$

т. е. $\phi' < \phi$.

Как это видно из построения, рефлекс смещается в направлении к оси вращения, однако из выражения (41) следует, что, если $\phi = 0$ (ось вращения совпадает с OP) и если $\phi = 90^\circ$, смещение равно нулю. Следовательно, максимальное смещение рефлекса имеет место при каких-то промежуточных значениях углов.

Теперь необходимо выяснить, как изменяется угол между какими-нибудь двумя направлениями, например OP_1 и OP_2 (т. е. угол $\phi_2 - \phi_1$)

при небольшом повороте на угол ρ . Наибольшее смещение $\Delta(\phi_2 - \phi_1)$ имеет место тогда, когда эти два направления лежат по разные стороны



Ф и г. 18. К расчету эффектов наклона образца и конечного размера рефлекса.

от нормали к оси поворота ¹⁾. Из выражения (41) находим

$$\operatorname{tg}(\phi - \phi') = \frac{\operatorname{tg} \phi - \operatorname{tg} \phi'}{1 + \operatorname{tg} \phi \operatorname{tg} \phi'} = \frac{\operatorname{tg} \phi (1 - \cos \rho)}{1 + \operatorname{tg}^2 \phi \cos \rho}. \quad (42)$$

¹⁾ Это утверждение авторов справедливо только для направлений, расположенных по одну сторону от оси поворота, в противном случае, наоборот, наибольшее смещение Δ будет иметь место для направлений, расположенных по одну сторону от нормали к этой оси. — Прим. перев.

Максимальное значение этой величины получается в том случае, если

$$1 - \operatorname{tg}^2 \phi \cos \rho = 0, \quad \text{т. е. } \operatorname{tg}^2 \phi = \sec \rho$$

и

$$\operatorname{tg}(\phi - \phi') = \frac{1}{2} \operatorname{tg} \phi (1 - \cos \rho).$$

Для *малых* углов поворота максимальное смещение будет при $\phi \approx 45^\circ$ или $\phi = 135^\circ$, и угол $(\phi - \phi')$, поскольку он мал, будет приблизительно равен (в радианах)

$$\operatorname{tg}(\phi - \phi') \approx \frac{1}{2} \operatorname{tg} \phi (1 - \cos \rho) \approx \frac{1}{2} (\sqrt{\sec \rho} - \sqrt{\cos \rho}).$$

Значит, два направления, составляющие с осью поворота углы 45° и 135° , при наклоне будут расходиться наиболее сильно, а именно на величину, примерно равную $(\sqrt{\sec \rho} - \sqrt{\cos \rho})$ радиан; например, для угла поворота $\rho = 10^\circ$ это изменение равно $0,01532$ радиан, или $55'$. Таким образом, при повороте на 10° изменение угла между этими двумя направлениями достигает примерно 1° ; такое изменение, хотя оно и невелико, вполне можно обнаружить. При повороте на меньшие углы величина этого изменения будет постепенно уменьшаться.

При других значениях ϕ для нахождения $\Delta\phi = \phi - \phi' \approx \operatorname{tg}(\phi - \phi')$ можно, если потребуется, использовать выражение (42), однако расчет показывает, что этот фактор относительно незначителен, за исключением особых случаев.

Необходимо также рассмотреть наблюдаемое кажущееся изменение межплоскостного расстояния d или длины соответствующего вектора обратной решетки d^* :

$$-\frac{\Delta d}{d} = \frac{\Delta d^*}{d^*} = \frac{OP - OQ}{OP} = 1 - \frac{OQ}{OP} = 1 - \frac{\sec \phi}{\sec \phi'} = 1 - \frac{\cos \phi'}{\cos \phi};$$

поскольку $\phi' = \phi - \Delta\phi$,

$$-\frac{\Delta d}{d} = 1 - \frac{\cos \phi \cos \Delta\phi + \sin \phi \sin \Delta\phi}{\cos \phi} = 1 - (\cos \Delta\phi + \operatorname{tg} \phi \sin \Delta\phi). \quad (43)$$

Для приведенного выше случая поворота на угол $\rho = 10^\circ$, $\Delta\phi \approx 27' \approx \frac{1}{2}^\circ$ (рассматривая только одно из двух направлений, составляющих с осью поворота угол $\sim 45^\circ$) имеем

$$\frac{\Delta d^*}{d^*} = 0,00782 < 1\%.$$

Если длина, измеряемая на электронограмме, равна 100 мм, то этому отношению соответствует величина, приблизительно равная $\frac{3}{4}$ мм, а если измерять расстояния между рефlekсами, находящимися по обе стороны от прямо прошедшего пучка, различие составит уже $1\frac{1}{2}$ мм для удвоенной длины вектора обратной решетки. Следовательно, хотя этот эффект для многих случаев пренебрежимо мал, он возрастает при приближении к периферии электронограммы. Этот эффект способствует изменению видимого масштаба дифракционной картины с приближением к краю электронограммы. Отметим, однако, что величина $\Delta\phi$ будет уменьшаться по мере уменьшения ρ в соответствии с выражением (42) и что выбранное значение ρ (10°), хотя и произвольное, но вполне возможное.

Появится или нет рефлекс на электронограмме, зависит от его размера и формы. Видимый радиус рефлекса (полагая, что последний имеет сферическую форму) равен

$$r' = (r^2 - s^2)^{1/2}, \quad (44)$$

где

$$s = PO \sin \phi \sin \rho = d^* \sin \phi \sin \rho \quad (45)$$

(используется масштаб $d^* = L \operatorname{tg} 2\theta$).

Поскольку рефлекс исчезает при $s = r$, величина $r/d^* \geq s/d^*$ является мерой размера дифракционной единицы (узла), причем эта величина возрастает по мере уменьшения размера равноосной частицы¹⁾. Действительно, если $r/d^* \rightarrow \frac{1}{2}$, то это означает, что размер частицы уменьшился до одной элементарной ячейки. Таким образом, поворот на угол 2ρ до достижения наибольшего значения $s = r$ при использовании приставки для наклона образца дает возможность приблизительно определить размер частицы; например, если рефlekсы исчезают при наклоне на угол $\pm 10^\circ$ ($\sin 10^\circ = 0,174$), то для $\phi = 30^\circ$ пятно исчезнет при $r/d^* \geq s/d^* = 0,087$, так что средний размер частицы равен примерно шести элементарным ячейкам. Если параметр решетки $a_0 = 10 \text{ \AA}$, то для частиц размером порядка 100 — 1000 $\text{ \AA}$ (что отвечает $10 \div 100$ элементарным ячейкам) полный угол поворота 2ρ будет составлять

$$\text{от } 2 \arcsin 0,1 \text{ до } 2 \arcsin 0,01,$$

т. е.

$$\text{от } 2(5^\circ 44') \text{ до } 2(0^\circ 34').$$

¹⁾ Имеется в виду размер дифрагирующего кристалла. — Прим. перев.

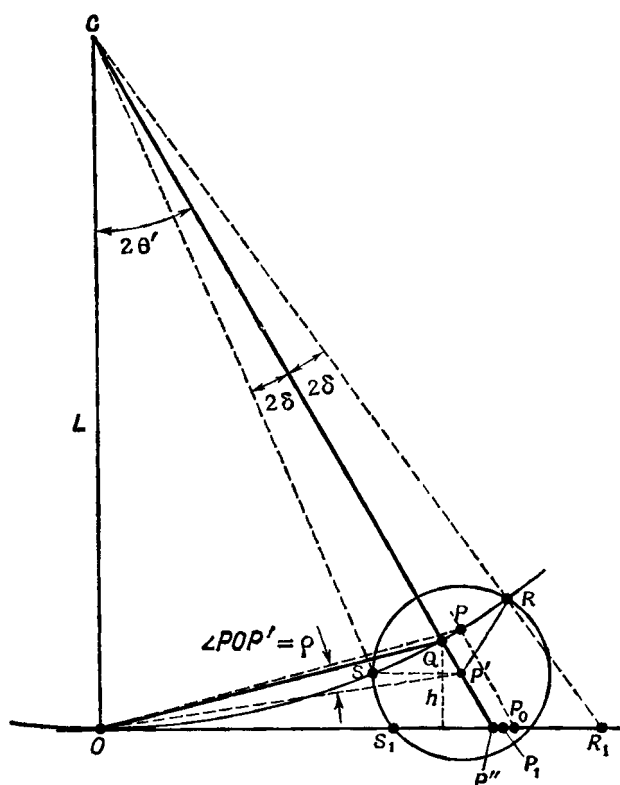
Однако, поскольку конечные размеры рефлекса *определяются не только одной этой причиной*, приведенные числа дают лишь представление о том, как могут различаться электронограммы, полученные от частиц, отличающихся по размеру, но идентичных по составу и во всех других отношениях.

§ 2. ЭФФЕКТ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ ВОЛНЫ И КОНЕЧНОГО РАЗМЕРА РЕФЛЕКСА

В проведенном выше обсуждении рассматривались рефлексы конечного размера, при этом были сделаны допущения, которые эквивалентны предположению о бесконечно малой длине волны. Введение конечной длины волны заметно не повлияет на полученные выводы, поскольку, если, скажем, имеются два рефлекса¹⁾, то различие между плоскостью, проходящей через OP' , и плоскостью, проходящей через OQ (фиг. 19), практически эквивалентно эффекту наклона образца. Направления, такие, как CQ или CP , являются для различных рефлексов радиусами сферы отражения, и их взаимное расположение определяется либо положением соответствующих узлов P и Q обратной решетки, либо различием собственных диаметров рефлексов.

Из фиг. 19 видно, что конечный размер рефлекса допускает такое положение, при котором центр рефлекса P' находится где-то дальше вдоль линии CQ , и дифракция возникает по всему кругу, который получается при пересечении большой сферы с центром в точке C с малой сферой с центром в точке P' . Этот круг диаметром SR проецируется в пятно, которое будет находиться между точками S_1 и R_1 с центром не в точке P'' , а в точке P_1 , которая находится несколько дальше от точки O . Для этого положения пятна брэгговский угол изменяется от $\theta' + \delta$ до $\theta' - \delta$. Действительный угол поворота линии OP относительно центра сферы P' определяется, как и выше, углом ρ , который несколько больше угла QOP' . Далее, если центр узла обратной решетки находится в точке P и его размер близок к указанному на схеме, то дифракционное пятно возникает в точке P_0 . Многие расстояния и величины, приведенные на фиг. 19, можно вычислить с помощью простых математических выражений. Для большинства электронных микроскопов углы θ на электронограммах не превышают $\sim 3^\circ$. Все углы, показанные на фиг. 19, имеют величину порядка

¹⁾ Речь идет о рефлексах от прямо прошедшего и одного из дифрагированных пучков. — *Прим. перев.*

$$2\theta \text{ paduan} \approx \sin 2\theta \approx \operatorname{tg} 2\theta$$
$$2\theta = 0,10472 \text{ радиан} \quad \sin 2\theta = 0,10453, \quad \operatorname{tg} 2\theta = 0,10510.$$


Из рассмотрения фиг. 19 можно получить следующие соотношения между различными расстояниями и углами:

$$OP = OP' = 2L \sin \theta \approx 2L\theta, \quad (46a)$$

$$OQ = 2L \sin \theta' \approx 2L\theta', \quad (466)$$

$$OR = 2L \sin (\theta' + \delta) \approx 2L (\theta' + \delta), \quad (46\text{в})$$

$$OS = 2L \sin (\theta' - \delta) \approx 2L (\theta' - \delta), \quad (46\text{г})$$

$$OR_1 = L \operatorname{tg} 2 (\theta' + \delta) \approx 2L (\theta' + \delta), \quad (46\text{д})$$

$$OS_1 = L \operatorname{tg} 2 (\theta' - \delta) \approx 2L (\theta' - \delta), \quad (46\text{е})$$

$$OP_1 = \frac{1}{2} (OR_1 + OS_1) \approx L \operatorname{tg} 2\theta' \approx 2L\theta', \quad (46\text{ж})$$

$$OP'' = L \operatorname{tg} 2\theta' \approx 2L\theta', \quad (46\text{з})$$

$$QP = 2L \sin (\theta - \theta') \approx 2L (\theta - \theta') \approx OP - OQ, \quad (46\text{и})$$

$$P''P_0 = L (\operatorname{tg} 2\theta - \operatorname{tg} 2\theta') \approx 2L (\theta - \theta'). \quad (46\text{к})$$

Приближенное выражение $L \operatorname{tg} 2\theta'$ для OP_1 , получающееся при пренебрежении членами, которые содержат квадраты и более высокие степени тангенсов углов, меньших 3° , является достаточно точным. Следовательно, $OP_1 = OP''$, т. е. разницей между ними можно пренебречь во всех практических случаях.]

Применение стандартных табличных формул при рассмотрении треугольника QOP' на фиг. 19 приводит к следующему соотношению:

$$\operatorname{tg} 2\theta' = \frac{2 \sin \theta \cos (\theta - \rho)}{1 - 2 \sin (\theta - \rho) \sin \theta}, \quad (47\text{а})$$

или

$$\operatorname{tg} 2\theta' \approx 2 \sin \theta \cos (\theta - \rho). \quad (47\text{б})$$

Ошибка при пренебрежении членами, содержащими квадраты синусов малых углов, имеет здесь порядок $1 \cdot 10^{-4}$ или она еще меньше, поскольку $\theta = 3^\circ$ и $\rho \rightarrow 3^\circ$. Из выражения (47б) находим, что разница между углами θ и θ' очень мала и ее нельзя точно определить с помощью обычных пятизначных таблиц. С другой стороны, соответствующую ошибку в вычислении d^* , хотя она и очень мала, все же можно обнаружить. Таким образом, получаем выражение

$$\frac{\Delta d^*}{d^*} = \frac{P_0 P''}{OP_0} = \frac{\operatorname{tg} 2\theta - \operatorname{tg} 2\theta'}{\operatorname{tg} 2\theta};$$

после подстановки в него уравнения (47а) находим

$$\frac{\Delta d^*}{d^*} = \frac{\cos \theta - \cos (\theta + \rho)}{[1 - 2 \sin \theta \sin (\theta - \rho)] \cos \theta} \quad (48\text{а})$$

или

$$\frac{\Delta d^*}{d^*} \approx \cos 2\theta - \cos (2\theta + \rho) - \operatorname{tg} \theta (\sin 2\rho - \sin \rho). \quad (486)$$

Следовательно, при $\theta = 3^\circ$ и $\rho = 3^\circ$ ошибка достигает величины $4 \cdot 10^{-3}$, т. е. для двойного расстояния (между рефлексами), если длина равна 100 м.м, этой величине соответствует $\sim 1/2$ м.м или 1 м.м. Такую или большую величину можно обнаружить на увеличенном отпечатке. Если бы этот эффект был связан только с размером частицы, то такое различие вряд ли можно было бы получить, поскольку для значений углов ρ порядка θ размеры кристаллита должны достигать предельной величины (порядка одной элементарной ячейки). Ошибка, которую можно уже обнаружить при измерении удвоенного расстояния (между рефлексами) на увеличенном отпечатке, отвечает значениям $\theta = 3^\circ$ и $\rho = 2^\circ$. Из-за наличия *других причин конечного размера рефлексов* необходимо проводить описанный расчет в каждом конкретном случае, а экспериментальное значение ρ можно получить, измеряя двойной угол 2ρ , на который следует наклонить кристалл, чтобы рефлекс появился и опять исчез. Это значение ρ определяется главным образом конечным размером электронного пучка, а также другими факторами, что может, очевидно, приводить к измеримым, но несущественным различиям при расчете межплоскостных расстояний.

§ 3. ЭФФЕКТ НАЛИЧИЯ ЛАУЭ-ЗОН И ОБНАРУЖЕНИЕ ИЗГИБА ИЛИ ИСКРИВЛЕНИЯ РЕШЕТКИ

1. ЭФФЕКТ НАЛИЧИЯ ЛАУЭ-ЗОН

В § 4 гл. 2 и п. 3 § 4 гл. 3 было показано, что может возникнуть необходимость рассматривать электронограммы, для которых выполняется уравнение (12):

$$hu + kv + lw = \pm C \neq 0;$$

оно описывает ненулевые лауэ-зоны (слои).

В п. 3 § 4 гл. 3 была рассмотрена связь между этим уравнением и так называемыми лауэ-зонами. Практический пример эффекта зонных слоев, в котором лауэ-зоны (или слои) не разделяются, приведен на фото 4; это электронограмма от карбида M_6C , на которую мы ранее ссылались. Все рефлексы, за исключением четырех, можно интерпретировать как относящиеся к одной-единственной оси зоны при условии, что $C = 0, 2, 4, 6$. По причинам, описанным ранее (п. 3 § 5 гл. 3), C имеет лишь четные значения.

$$I_{uvw} = \sqrt{(au)^2 + (bv)^2 + (cw)^2 + 2abuv \cos \gamma + 2bcvw \cos \alpha + 2cawu \cos \beta}; \quad (49a)$$

для ромбических решеток

$$I_{uvw} = \sqrt{(au)^2 + (bv)^2 + (cw)^2}; \quad (49б)$$

для кубических решеток

$$I_{uvw} = a \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}. \quad (49в)$$

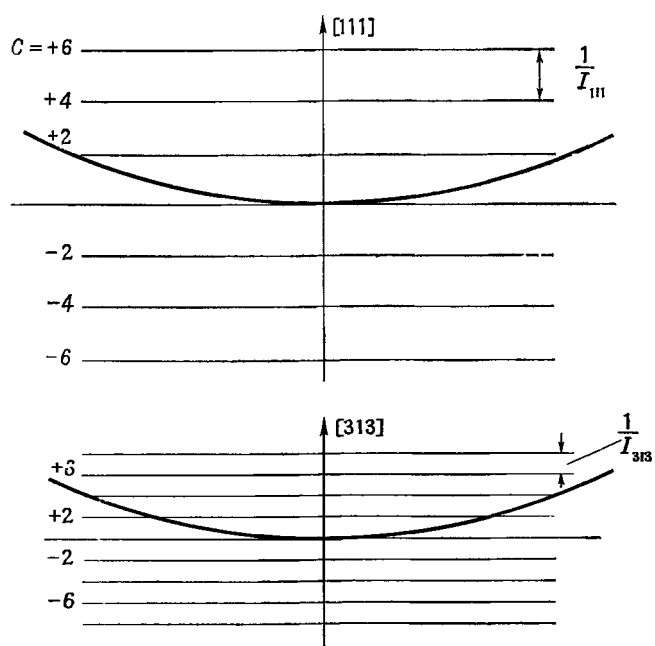
Эти выражения описывают длины векторов в кристаллической решетке от начала координат до узлов решетки $[uvw]$. Слои обратной решетки отстоят друг от друга на расстоянии $1/I_{uvw}$.

Как уже было показано в п. 3 § 4 гл. 3, эти слои (плоскости) находятся тем ближе друг к другу, чем больше параметры решетки или индексы плоскостей, так что при этом становится более вероятным появление рефлексов, относящихся к ненулевым слоям или наложенным друг на друга лауэ-зонам. Эта ситуация представлена на фиг. 21, на которой сфера радиусом $1/\lambda$ пересекает ненулевые слои зоны $[313]$ в точках, находящихся ближе к центру, чем точки пересечения сферы со слоями зоны $[111]$.

В данном случае для проверки такого объяснения можно использовать полную схему расположения узлов обратной решетки, вычерченную в масштабе, но обычно в этом нет необходимости. Важным моментом является проверка того, могла ли электронограмма действительно возникнуть только от единичного фрагмента.

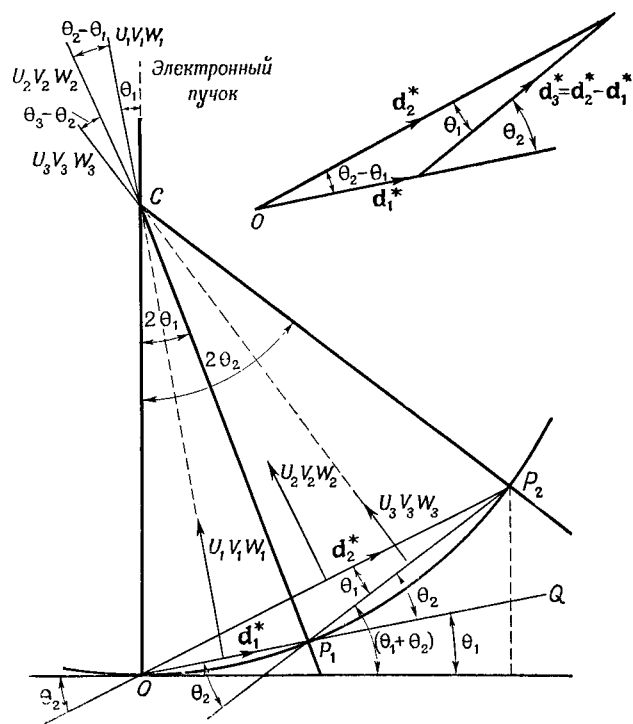
2. ИСКРИВЛЕНИЕ ОБРАЗЦА ИЛИ РАЗОРИЕНТИРОВКА ЗЕРЕН

Существуют, однако, некоторые участки электронограммы, происхождение которых нельзя объяснить подобным образом и которые возникают от очень слабо разориентированных фрагментов кристалла или от изогнутых участков. На фиг. 22 показано соотношение между узлами, которые принадлежат к различным зонам, но находятся на одной и той же сфере радиусом $1/\lambda$ (на схеме кривизна ее сильно преувеличена). Фактически эта схема скорее иллюстрирует положение, уже объясненное при рассмотрении фиг. 21, но она также позволяет показать эффект искривления решетки или разориентировки по следующим причинам. Узлы O и P_1 на фиг. 22 составляют зону $[u_1v_1w_1]$, узлы O и P_2 — зону $[u_2v_2w_2]$ и узлы P_1 и P_2 — зону $[u_3v_3w_3]$. Легко определить углы между векторами и между осями зон, как это указано на схеме. Как уже отмечалось, на электронограмме возникают проекции узлов P_1 и P_2 , но на выводы это совер-



Ф и г. 21. Схема, иллюстрирующая выполнение уравнения зон $hu + kv + lw = \pm 1, \pm 2$ и т. д.

Показаны две зоны кубического кристалла, для которого возможны только четные значения C . Кривая — сфера радиусом $1/\lambda$; она вычерчена в том же масштабе, что и величины $1/l_{uvw}$.



Ф и г. 22. Соотношение между осями зон.

пенно не влияет. Любые расстояния, например OP , в данном масштабе M определяются следующим выражением:

$$OP = Md^* = K \sin \theta \approx K\theta \approx \frac{1}{2} K \operatorname{tg} 2\theta,$$

где $K = 2M/\lambda$. Задача состоит в том, чтобы определить оси зон $[u_1v_1w_1]$ и т. д.

Угол между любой осью зоны и электронным пучком, перпендикулярным к плоскости электронограммы, должен быть равен брэгговскому углу θ , соответствующему узлу данной зоны, находящемуся в отражающем положении. Только одно семейство узлов, таких, как P_1 , которые все расположены на равных от центра расстояниях OP_1 (таких узлов имеется множество), может одновременно точно удовлетворять этому условию. Поэтому на схеме можно найти следующие углы:

- угол между электронным пучком и $[u_1v_1w_1] = \theta_1$,
- угол между электронным пучком и $[u_2v_2w_2] = \theta_2$,
- угол между $[u_1v_1w_1]$ и $[u_2v_2w_2] = \theta_2 - \theta_1$,
- угол между $[u_3v_3w_3]$ и $[u_2v_2w_2] = \theta_1$,
- угол между $[u_3v_3w_3]$ и $[u_1v_1w_1] = \theta_2$.

Фактически достаточно определить любые два из трех последних углов. Первые два угла в действительности использовать нельзя, поскольку истинное направление электронного пучка относительно $[u_1v_1w_1]$ определить невозможно, но его можно зафиксировать углом θ_1 . Между самими осями зон имеются различия, которые следует изучить. (Необходимо, конечно, сделать подходящий выбор основных направлений на электронограмме, таких, как OP_1 и OP_2 , так чтобы они шли вдоль какой-нибудь прямой линии ¹⁾.) Это означает, что любое истинное искривление решетки можно найти путем расчета положения осей зон для различных участков электронограммы и вычитания соответствующих значений θ , поскольку, если углы между осями зон имеют тот же порядок, что и θ , этот эффект обусловлен только кривизной сферы отражения; превышение же значений этих углов над θ вызвано искривлением решетки или наличием разориентировок. При этом следует проанализировать рефлексы, расположенные по обе стороны от нулевого узла O , поскольку величина дополнительного угла будет всегда прибавляться к углу θ с одной стороны от него и вычитаться — с другой; тогда больший угол между зонами на одной из сторон от O укажет направление изгиба решетки.

¹⁾ В направлении ряда рефлексов.— Прим. ред.

Часть 2

**ТАБЛИЦЫ И ДИАГРАММЫ
ДЛЯ РАСЧЕТОВ
ОБЩЕГО ХАРАКТЕРА**

6. Общие замечания

В части 1 мы часто ссылались на использование стандартных табличных и общих данных. В частях 2 и 3 приведена сводка этих данных, причем в части 2 — для общих случаев, а в части 3 — для конкретных материалов.

Из семи кристаллических систем в металлофизических исследованиях наиболее часто приходится иметь дело с орторомбической, тетрагональной, гексагональной и кубической. Поскольку в орторомбической элементарной ячейке $a \neq b \neq c$, то для охвата практически встречающегося интервала углов между кристаллографическими плоскостями потребовалось бы составить исключительно большое количество таблиц. Для различных вариантов межосевых соотношений для двух пар осей можно было бы построить ряд стандартных стереографических проекций, однако для этой системы лучше иметь дело конкретно с каждым возникающим случаем. Для тетрагональной и гексагональной систем различия между элементарными ячейками описываются только одним переменным параметром. Этот параметр обычно выражается отношением c/a и может изменяться, как показано в приводимых ниже таблицах, в широком интервале значений. Поэтому мы сочли целесообразным вычислить углы между определенными кристаллографическими плоскостями каждой из этих двух кристаллических систем для ряда значений c/a . Приведенных ниже значений углов вполне достаточно для построения стереографической проекции любого кристалла, элементарная ячейка которого имеет отношение осей c/a внутри определенных пределов. Использование этой проекции совместно с сеткой Вульфа дает возможность вычислить многие другие углы с точностью до $\sim 1/2^\circ$. Эти сведения основаны на данных и процедуре расчета, рекомендованных в Международных таблицах по рентгеновской кристаллографии [5].

Известно, что для простой плотно упакованной гексагональной структуры некоторых металлов отношение осей c/a равно 1,633; это отвечает наиболее компактной упаковке атомов-шаров. Удобно иметь в своем распоряжении стандартные стереографические проекции на различные плоскости, отвечающие этому отношению. Несмотря на то, что в тетрагональной системе имеется много веществ с отношением c/a , близким к единице,

подобного же общего для многих соединений значения c/a , как значение 1,633 в гексагональной системе, не обнаружено. Особым здесь является случай с $c/a = 1$, когда элементарная ячейка становится точно кубической.

В кубической системе углы между плоскостями, а следовательно, и вид стереографической проекции не зависят от размеров элементарной ячейки. Они являются одними и теми же для каждого кубического соединения независимо от того, имеет ли оно гранецентрированную, объемно-центрированную или простую кубическую элементарную ячейку.

7. Расчет межплоскостных расстояний и углов

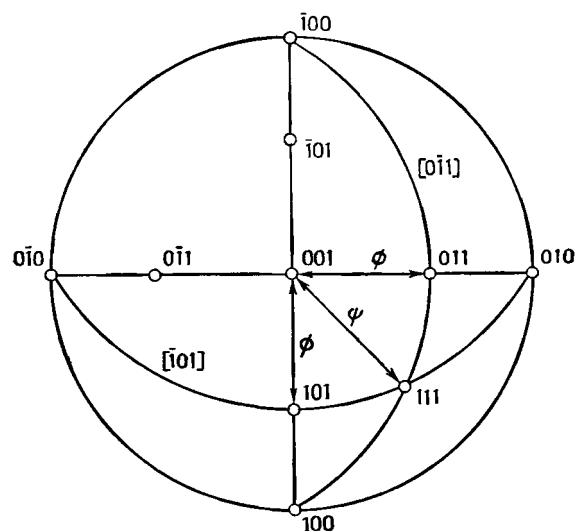
Несмотря на то, что имеются таблицы межплоскостных расстояний [37] и параметров различных решеток [38, 39], которые помогают идентифицировать неизвестные материалы, равным образом необходимо иметь — особенно при анализе точечных электронограмм — таблицы углов между плоскостями и между направлениями (зонами). Часто бывает нужно перестроить или расширить таблицы межплоскостных расстояний. Для этих целей в табл. 3 собраны формулы, используемые для определения любого межплоскостного расстояния d или угла. Табл. 6—11 содержат результаты применения этих формул для вычисления углов между определенными плоскостями в тетрагональной и гексагональной системах для широкого интервала отношений осей c/a . Табл. 7 и 11 включены в часть 2, потому что они являются конкретными примерами общих таблиц. Табл. 14 содержит все углы между кристаллографическими плоскостями в кубической системе для $h \leq 5$, $k \leq 5$ и $l \leq 5$. Массальский и Кинг [40, 41] опубликовали таблицы для быстрого вычисления межплоскостных расстояний в тетрагональной и гексагональной системах при данных отношениях c/a . Межплоскостные расстояния d в кубической решетке можно легко вычислить с точностью, которую обеспечивает обычная логарифмическая линейка.

И все же наиболее быстрый способ получения таблицы межплоскостных расстояний d для конкретной фазы, особенно если она имеет низкую кристаллическую симметрию, обеспечивает программа для вычислительной машины. Такие программы для расчета межплоскостных расстояний и углов были составлены в лаборатории, где работают авторы, применительно к вычислительной машине «Эллиот-803». Программа, составленная для определения межплоскостных расстояний, дает возможность вычислять значения d и $(1/d)^2$ в выбранных пределах и исключать любые межплоскостные расстояния d , которые отвечают плоскостям, не дающим отражения вследствие определенной кристаллической симметрии. Однако для грани- и объемноцентрированной решеток целесообразно напечатать эти последние значения, поскольку упорядочение и в некоторых случаях двойное отражение делают возможным появление соответствующих рефлексов. Были составлены программы для использования и на других вычислительных машинах [42].

8. Тетрагональная система

§ 1. УГЛЫ И ДРУГИЕ ДАННЫЕ

Кубическая элементарная ячейка, удлиненная или укороченная вдоль одного направления, становится тетрагональной элементарной ячейкой. Обратно, тетрагональный кристалл с $c/a = 1$ является кубическим кристаллом. На фиг. 23 в уменьшенном масштабе показана стерео-



Ф и г. 23. Стереографическая проекция для тетрагональных кристаллов.

Показаны основные полюсы и углы между ними.

графическая проекция для плоскости (001), на которой нанесены два больших круга, определяющие положения полюсов 101, 111 и 011. Тетрагональное искажение кубической решетки, полученное, например, путем увеличения отношения c/a (больше 1), нарушит кубическую симметрию, включающую ось третьего порядка $[111]$, но симметрия самой проек-

ции не изменится. Углы ψ и ϕ (табл. 6) увеличиваются по мере того, как увеличивается c/a , а когда c/a меньше единицы, они уменьшаются. Знать один из этих углов (но лучше оба) достаточно для определения полной стереографической проекции любого тетрагонального кристалла.

Таблица 6
УГЛЫ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ СТЕРЕОГРАФИЧЕСКИХ
ПРОЕКЦИЙ ТЕТРАГОНАЛЬНЫХ КРИСТАЛЛОВ

c/a	ϕ	ψ	c/a	ϕ	ψ
0,200	11°19'	15°47' $\frac{1'}{2}$	1,500	56°19'	64°45' $\frac{1'}{2}$
0,300	16°42'	22°59'	1,600	58°0'	66°9' $\frac{1'}{2}$
0,400	21°48'	29°30'	1,700	59°32'	67°25'
0,500	26°34'	35°16'	1,800	60°57'	68°33'
0,600	30°58'	40°19'	1,900	62°14' $\frac{1'}{2}$	69°35'
0,700	34°59' $\frac{1'}{2}$	44°43'	2,000	63°26'	70°32'
0,800	38°40'	48°32'	2,500	68°12'	74°12'
0,900	41°59'	51°51'	3,000	71°34'	76°44'
1,000	45°	54°44'	3,500	74°4'	78°34'
1,100	47°44'	57°16'	4,000	76°4'	79°58'
1,200	50°12'	59°29' $\frac{1'}{2}$	4,500	77°28'	81°4'
1,300	52°26'	61°27'	5,000	78°42'	81°57'
1,400	54°28'	63°12'			

Примечание. Цифры в рамке относятся к кубическому кристаллу.

Для фиг. 23 $a = b \neq c$, $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$, где a и c — ребра тетрагональной элементарной ячейки. Углы между плоскостями вычисляются по общей формуле:

$$\cos \phi = \frac{(h_1 h_2 + k_1 k_2) \frac{1}{a^2} + l_1 l_2 \frac{1}{c^2}}{\sqrt{\left[(h_1^2 + k_1^2) \frac{1}{a^2} + l_1^2 \frac{1}{c^2} \right] \left[(h_2^2 + k_2^2) \frac{1}{a^2} + l_2^2 \frac{1}{c^2} \right]}}, \quad (50a)$$

где $(h_1 k_1 l_1)$ и $(h_2 k_2 l_2)$ — две кристаллические плоскости (табл. 7 и 8);

Таблица 7

УГЛЫ (В ГРАДУСАХ) МЕЖДУ ПЛОСКОСТЯМИ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ
ТЕТРАГОНАЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Из статьи R. E. Frounfecker, W. M. Hirth, Trans. AIME, 224, 196 (1962).

$h_1k_1l_1$	$h_2k_2l_2$	Отношение осей c/a для			
		β -Sn	SnO ₂	Pb ₃ O ₄	TeO ₂
		0,5457	0,6728	0,7447	1,5833
001	105	6,22	7,67	8,47	17,59
	103	10,32	12,64	13,94	27,82
	102	15,26	18,59	20,43	38,37
	203	19,99	24,16	26,40	46,55
	101	28,62	33,93	36,68	57,72
	302	39,30	45,26	48,17	67,17
	201	47,50	53,38	56,13	72,47
	301	58,58	63,65	65,89	78,11
	501	69,87	73,45	74,97	82,80
	100	90,00	90,00	90,00	90,00
	511	70,23	73,75	75,25	82,94
	510	90,00	90,00	90,00	90,00
	313	29,91	35,35	38,13	59,07
	312	40,79	46,77	49,66	68,23
	311	59,91	64,83	67,00	78,70
	310	90,00	90,00	90,00	90,00
	213	22,13	26,64	29,03	49,73
	212	31,39	36,95	39,79	60,54
	211	50,67	56,39	59,01	74,23
	210	90,00	90,00	90,00	90,00
	321	63,06	67,60	69,57	80,06
	320	90,00	90,00	90,00	90,00
	115	8,78	10,77	11,90	24,12
	113	14,43	17,60	19,34	36,73
	112	21,10	25,44	27,78	48,23
	111	37,66	43,58	46,49	65,93
	221	57,06	62,28	64,60	77,41
	331	66,64	70,69	72,44	81,53
	110	90,00	90,00	90,00	90,00

Таблица 8

[illegible]

Продолжение табл. 8

		Отношение осей c/d															
$h_1 k_1 l_1$	$h_2 k_2 l_2$	1,250	1,300	1,350	1,400	1,450	1,500	1,550	1,600	1,650	1,700	1,750	1,800	1,850	1,900	1,950	2,000
001	105	14,036	14,574	15,110	15,642	16,172	16,699	17,223	17,745	18,263	18,778	19,290	19,799	20,304	20,807	21,306	21,801
	103	22,620	23,429	24,228	25,017	25,796	26,565	27,324	28,072	28,811	29,539	30,256	30,964	31,661	32,347	33,024	33,690
	102	32,005	33,024	34,019	34,992	35,942	36,870	37,776	38,660	39,523	40,365	41,186	41,987	42,769	43,531	44,275	45,000
	203	39,806	40,914	41,987	43,025	44,029	45,000	45,939	46,848	47,726	48,576	49,399	50,194	50,964	51,710	52,431	53,130
	101	51,340	52,431	53,471	54,462	55,408	56,310	57,171	57,995	58,782	59,534	60,255	60,945	61,607	62,241	62,850	63,435
	302	61,928	62,850	63,719	64,537	65,308	66,038	66,727	67,380	67,999	68,587	69,146	69,675	70,183	70,665	71,125	71,565
	201	68,199	68,962	69,677	70,346	70,974	71,565	72,121	72,646	73,142	73,610	74,055	74,476	74,876	75,256	75,619	75,964
	301	75,069	75,619	76,130	76,607	77,053	77,471	77,863	78,232	78,579	78,906	79,216	79,509	79,786	80,049	80,300	80,538
	501	80,910	81,254	81,573	81,870	82,147	82,405	82,648	82,875	83,089	83,290	83,480	83,660	83,830	83,991	84,144	84,289
	100	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000
	511	81,083	81,421	81,734	82,026	82,297	82,551	82,789	83,012	83,222	83,419	83,606	83,782	83,949	84,107	84,257	84,400
	510	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000
	313	52,803	53,880	54,903	55,877	56,805	57,688	58,531	59,335	60,103	60,836	61,538	62,209	62,851	63,467	64,057	64,623
	312	63,162	64,057	64,898	65,689	66,434	67,138	67,803	68,432	69,028	69,593	70,130	70,640	71,126	71,589	72,030	72,452
	311	75,803	76,328	76,817	77,272	77,697	78,095	78,469	78,820	79,151	79,462	79,757	80,036	80,300	80,551	80,789	81,015
	310	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000
	213	42,975	44,097	45,178	46,219	47,223	48,190	49,121	50,019	50,885	51,719	52,524	53,301	54,050	54,773	55,471	56,145
	212	54,415	55,471	56,474	57,426	58,332	59,193	60,013	60,794	61,539	62,250	62,928	63,577	64,197	64,791	65,360	65,905
	211	70,314	71,016	71,672	72,285	72,859	73,398	73,906	74,384	74,835	75,261	75,665	76,047	76,410	76,755	77,083	77,396
	210	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000
	321	77,490	77,957	78,390	78,794	79,171	79,524	79,855	80,166	80,458	80,734	80,994	81,241	81,474	81,695	81,905	82,105
	320	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000
	115	19,471	20,188	20,899	21,603	22,300	22,990	23,673	24,349	25,018	25,680	26,334	26,981	27,621	28,254	28,879	29,496
	113	30,509	31,501	32,473	33,423	34,354	35,264	36,155	37,025	37,876	38,708	39,521	40,316	41,092	41,850	42,590	43,314
	112	41,473	42,509	43,669	44,711	45,716	46,686	47,623	48,527	49,400	50,243	51,058	51,844	52,600	53,339	54,049	54,736
	111	60,504	61,457	62,355	63,203	64,003	64,761	65,478	66,157	66,802	67,415	67,998	68,553	69,082	69,587	70,068	70,529
	221	74,207	74,786	75,324	75,827	76,397	76,737	77,151	77,540	77,906	78,252	78,578	78,888	79,181	79,459	79,723	79,975
	331	79,322	79,723	80,096	80,443	80,767	81,070	81,353	81,620	81,870	82,160	82,329	82,540	82,739	82,928	83,108	83,279
	110	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000

ψ есть угол между плоскостями (001) и $\{111\}$, а ϕ — угол между плоскостями (001) и $\{101\}$; следовательно, ψ и ϕ вычисляются по формулам:

$$\cos \psi = \frac{1}{\sqrt{2(c/a)^2 + 1}}, \quad \text{т. е.} \quad \operatorname{tg} \psi = \sqrt{2} \frac{c}{a}, \quad (50б)$$

и

$$\cos \phi = \frac{1}{\sqrt{(c/a)^2 + 1}}, \quad \text{т. е.} \quad \operatorname{tg} \phi = \frac{c}{a}, \quad (50в)$$

отсюда

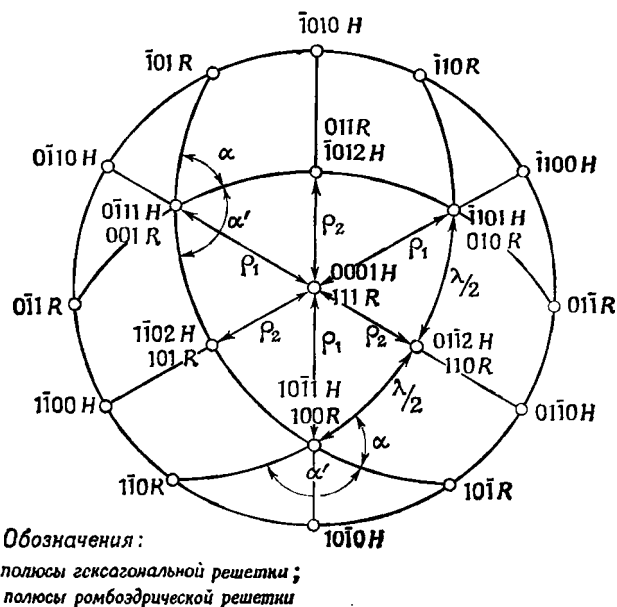
$$\operatorname{tg} \psi = \sqrt{2} \operatorname{tg} \phi. \quad (50г)$$

Примечание. Нет необходимости строить полную стереографическую проекцию, поскольку при определенных значениях отношений осей она перекрывается с кубическими проекциями, приведенными в гл. 10. Эти значения близки либо к 1,0, либо к $1,414 = \sqrt{2}$. Последнее значение имеет место для объемноцентрированной тетрагональной решетки, которая близка к решетке гранецентрированного куба.

9. Гексагональная и ромбоэдрическая системы

§ 1. УГЛЫ И ДРУГИЕ ДАННЫЕ

В табл. 9—11 приводятся данные для расчетов и построения стереографических проекций для гексагональных кристаллов в широком интервале отношений осей ¹⁾. Три кубические решетки с отношениями осей,



Ф и г. 24. Стереографическая проекция для гексагональных кристаллов, на которой показаны основные полюсы и углы между ними.

приведенными в табл. 9, — это ромбоэдрические решетки, отнесенные к гексагональным осям. На фиг. 24 дана стереографическая проекция, причем плоскостью проекции является гексагональная плоскость

¹⁾ Стандартные проекции на фиг. 25—28 соответствуют только отношению осей, равному 1,633 и характерному для плотной упаковки сферических атомов.

Таблица 9

УГЛЫ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ СТЕРЕОГРАФИЧЕСКИХ ПРОЕКЦИЙ ГЕКСАГОНАЛЬНЫХ И РОМБООБРИЧЕСКИХ КРИСТАЛЛОВ

Из т. II справочника «Международные таблицы по рентгеновской кристаллографии» [5].

Отношение осей c/a	ρ_1	ρ_2	λ	α	a_R/a	Примечания
0,20	13°0'	6°35'	22°28½'	118°42'	0,5812	
0,25	16°6'	8°13'	27°48'	117°59½'	0,5833	
0,30	19°6½'	9°49½'	32°56'	117°9'	0,5859	
0,35	22°0½'	11°25½'	37°52'	116°10½'	0,5890	
0,40	24°47½'	13°0'	42°35'	115°5½'	0,5923	
0,45	27°27½'	14°34'	47°4'	113°54'	0,5965	
0,50	30°0'	16°6'	51°19'	112°37'	0,6009	
0,55	32°25'	17°37'	55°10½'	111°15½'	0,6058	
0,60	34°43'	19°0½'	59°6'	109°50'	0,6110	
0,6123725	35°16'	19°31'	60°0'	109°28'	0,6124	Объемноцентри- рованная кубическая
0,65	36°53½'	20°34'	62°39'	108°21'	0,6167	
0,70	38°57'	22°0½'	65°58'	106°49'	0,6227	
0,75	40°53½'	23°25'	69°4½'	105°15½'	0,6292	
0,80	42°44'	24°47½'	71°59'	103°40'	0,6360	
0,85	44°28'	26°8½'	74°41½'	102°3½'	0,6431	
0,90	46°6'	27°27½'	77°13½'	100°26'	0,6506	
0,95	47°39'	28°45'	79°35'	98°48½'	0,6585	
1,00	48°6½'	30°0'	81°47'	97°11'	0,6667	
1,05	50°29'	31°13½'	83°54½'	95°33½'	0,6752	
1,10	51°47'	32°25'	85°45½'	93°57'	0,6839	
1,15	53°1'	33°35'	87°33'	92°21'	0,6930	
1,20	54°11'	34°43'	89°13'	90°46½'	0,7024	
1,224745	54°44'	35°16'	90°0'	90°0'	0,7071	Простая кубическая
1,25	55°17'	35°49'	90°46½'	89°13'	0,7120	
1,30	56°20'	36°53½'	92°14'	87°41'	0,7219	
1,35	57°19'	37°56'	93°35½'	86°10'	0,7320	
1,40	58°15½'	38°57'	94°52'	84°41'	0,7424	
1,45	59°9'	39°56'	96°4'	83°13'	0,7530	
1,50	60°0'	40°53½'	97°11'	81°47'	0,7638	
1,55	60°48½'	41°49½'	98°14'	80°23'	0,7748	
1,60	61°34½'	42°44'	99°13'	79°0½'	0,7860	
1,6330065	62°4'	43°19'	99°50'	78°7'	0,7935	Гексагональная плотно упакованная
1,65	61°18½'	43°36½'	100°8½'	77°40'	0,7974	
1,70	63°0'	44°28'	101°0½'	76°21'	0,8090	
1,75	63°40'	45°18'	101°49½'	75°4'	0,8207	
1,80	64°18½'	46°6'	102°35½'	73°48½'	0,8327	
1,85	64°55'	46°53'	103°19'	72°35'	0,8448	
1,90	65°30'	47°39'	104°0'	71°23'	0,8570	
1,95	66°3'	48°23'	104°39'	70°13'	0,8694	
2,00	66°35'	49°6½'	105°15½'	69°4½'	0,8819	
2,05	67°6'	49°48'	105°50'	67°58'	0,8946	
2,10	67°35½'	50°29'	106°23'	66°52½'	0,9074	
2,15	68°4'	51°9'	106°56½'	65°49'	0,9203	
2,20	68°31'	51°47'	107°23'	64°47'	0,9333	
2,25	68°57'	52°24½'	107°51'	63°46½'	0,9465	
2,30	69°22'	53°1'	108°17'	62°48'	0,9597	
2,35	69°46'	53°36½'	108°42'	61°50'	0,9731	
2,40	70°9½'	54°11'	109°6'	60°54'	0,9866	

Продолжение табл. 9

Отношение осей c/a	ρ_1	ρ_2	λ	α	σ_R/a	Примечания
2,4495098	70°32'	54°44'	109°28'	60°0'	1,0000	Гранецентрированная кубическая
2,50	70°53½'	55°17'	109°50'	59°6'	1,0138	
2,60	71°35'	56°20'	110°30'	57°23½'	1,0414	
2,70	72°13'	57°19'	111°6'	55°45½'	1,0693	
2,80	72°49'	58°15½'	111°39½'	54°12½'	1,0975	
2,90	73°22½'	59°0'	112°9½'	52°43½'	1,1260	
3,00	73°54'	60°0'	112°37'	51°19'	1,1547	
3,20	74°51½'	61°34½'	113°26'	48°41½'	1,2129	
3,40	75°42½'	63°0'	114°7'	46°18'	1,2719	
3,60	76°28½'	64°18½'	114°42'	44°6½'	1,3317	
3,80	77°10'	65°30'	115°12½'	42°6'	1,3920	
4,00	77°47'	66°35'	115°39'	40°15½'	1,4530	
4,50	79°6½'	68°57'	116°31'	36°15'	1,6073	
5,00	80°10½'	70°53½'	117°9'	32°56'	1,7638	
6,00	81°47'	73°54'	117°59½'	27°48'	2,0817	
8,00	83°49'	77°47'	118°51½'	21°7'	2,7285	
10,00	85°3'	80°10½'	119°16'	17°0'	3,3830	
15,00	86°42'	83°25'	119°40'	11°24'	5,0332	
20,00	87°31'	85°3'	119°49'	8°34'	6,6916	

(0001) = (00.1) или ромбоэдрическая (кубическая) — (111). Чтобы подчеркнуть различие между осями H и R , на стереографической проекции используется система с четырьмя индексами, однако для различных преобразований, расчетов углов и т. д. удобнее применять систему с тремя индексами (см. § 2 настоящей главы). При использовании фиг. 24 и табл. 9—11 могут оказаться полезными следующие замечания.

Грани ромбоэдрической элементарной ячейки имеют полюсы, которые попадают в такие положения, что составляют с осью третьего порядка одинаковые углы ρ_1 .

Половина расстояния между любой парой этих плоскостей, например (100) и (010), определяет положение соответствующего полюса плоскости (110). Этому расстоянию соответствует угол $\lambda/2$, который на фиг. 24 измеряется вдоль большого круга.

Полюсы {110} находятся на угловом расстоянии ρ_2 от центра.

Ясно, что зная любой из трех углов ρ_1 , ρ_2 или λ достаточно для определения двух других углов и для полного построения стереографической проекции ромбоэдрической или гексагональной решетки.

Величины углов являются функциями отношения осей c/a и определяются из общих формул, приведенных ниже.

Угол между ребрами ромбоэдрической элементарной ячейки равен α ($\alpha' = 180^\circ - \alpha$), который, как видно, является углом между большими кругами (плоскостями), принадлежащими зонам, полюсы которых совпадают с полюсами граней элементарной ячейки. (Эти большие круги пересекаются под тем же самым углом, что и оси зон, которые содержат пары граней элементарной ячейки, а сами являются ее ребрами.)

Табл. 11 является дополнительной таблицей для обычно встречающихся фаз, имеющих гексагональную плотно упакованную структуру.

Индексы плоскостей в ромбоэдрической решетке ($h_R k_R l_R$) выражаются через гексагональные индексы ($hk.l$) следующим образом:

$$h_R = \frac{1}{3}(2h + k + l), \quad k_R = \frac{1}{3}(-h + k + l), \quad l_R = \frac{1}{3}(-h - 2k + l).$$

Если гексагональная решетка дает только рефлексы, индексы которых после таких преобразований остаются целыми числами, то это означает, что исследуемая структура имеет ромбоэдрическую решетку. Достаточно, чтобы это условие выполнялось для какой-либо одной из формул, поскольку другие два ромбоэдрических индекса отличаются от первого и между собой на целые числа. Таким образом, всем трем условиям удовлетворяет соотношение: $2h + k + l$ кратно трем.

Векторы обратной решетки, которые уже удовлетворяют таким условиям, могут складываться или вычитаться только с такими векторами, которые также удовлетворяют тем же самым условиям. Отсюда следует, что двойное отражение не может дать дополнительных рефлексов на электронограмме от ромбоэдрической решетки и, таким образом, помешать идентификации такой решетки. Ориентировка, показанная на стереографической проекции, является, очевидно, недостаточной для определения структуры самой фазы или для различения ромбоэдрической и простой гексагональной структур. Поэтому необходимо получить электронограммы и для других ориентировок кристалла.

Одно из применений значений углов, приведенных в табл. 9, связано с выяснением наличия фаз, возникающих в результате ромбоэдрических искажений кубических фаз или являющихся аналогами плотно упакованных гексагональных структур.

Углы между плоскостями в гексагональной элементарной ячейке вычисляются по формуле

$$\cos \phi = \frac{h_1 h_2 + k_1 k_2 + \frac{1}{2}(h_1 k_2 + k_1 h_2) + \frac{3}{4}(a^2/c^2) l_1 l_2}{\sqrt{\left[h_1^2 + k_1^2 + h_1 k_1 + \frac{3}{4}(a^2/c^2) l_1^2\right] \left[h_2^2 + k_2^2 + h_2 k_2 + \frac{3}{4}(a^2/c^2) l_2^2\right]}}, \quad (51a)$$

ρ_1 — угол между плоскостями (0001) и $\{10\bar{1}1\}$, ρ_2 — угол между (0001)

Таблица 10

$h_1 k_1 i_1 l_1$	$h_2 k_2 i_2 l_2$	0,50	0,51	0,52	0,53	0,54	Отношение 0,55	0,56	осей 0,57	с/а 0,58	0,59	0,60	0,61	0,62	0,63	0,64	0,65	0,66
0001	1018	4,128	4,210	4,292	4,375	4,457	4,539	4,621	4,703	4,785	4,867	4,950	5,032	5,114	5,196	5,278	5,360	5,442
	1017	4,715	4,809	4,903	4,997	5,090	5,184	5,278	5,371	5,465	5,559	5,652	5,746	5,840	5,933	6,027	6,120	6,212
	1016	5,496	5,606	5,715	5,824	5,933	6,042	6,151	6,260	6,369	6,478	6,587	6,696	6,804	6,913	7,022	7,130	7,239
	1015	6,587	6,717	6,848	6,978	7,109	7,239	7,369	7,499	7,629	7,759	7,889	8,019	8,148	8,278	8,408	8,537	8,666
	1014	8,213	8,375	8,537	8,699	8,860	9,022	9,183	9,344	9,505	9,666	9,826	9,987	10,147	10,307	10,467	10,627	10,787
	2027	9,367	9,551	9,735	9,918	10,101	10,285	10,467	10,650	10,833	11,015	11,197	11,379	11,560	11,742	11,923	12,103	12,284
	1013	10,893	11,106	11,318	11,530	11,742	11,953	12,164	12,374	12,584	12,794	13,004	13,213	13,422	13,630	13,839	14,046	14,254
	2025	13,004	13,255	13,505	13,755	14,005	14,254	14,502	14,750	14,997	15,244	15,490	15,735	15,980	16,224	16,468	16,711	16,953
	1012	16,102	16,407	16,711	17,014	17,316	17,617	17,917	18,216	18,514	18,811	19,107	19,401	19,695	19,988	20,279	20,570	20,859
	2023	21,052	21,435	21,816	22,195	22,572	22,947	23,320	23,691	24,060	24,427	24,791	25,154	25,514	25,872	26,228	26,582	26,934
	1011	30,000	30,494	30,982	31,466	31,945	32,419	32,888	33,352	33,811	34,266	34,715	35,160	35,599	36,034	36,465	36,890	37,311
	2021	49,107	49,667	50,215	50,751	51,275	51,787	52,288	52,777	53,256	53,724	54,183	54,631	55,069	55,498	55,918	56,330	56,732
	1010	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000
1010	2132	37,371	37,920	38,461	38,993	39,518	40,035	40,544	41,046	41,540	42,026	42,506	42,978	43,443	43,901	44,352	44,796	45,233
	2131	56,789	57,307	57,811	58,301	58,777	59,241	59,693	60,133	60,562	60,979	61,386	61,782	62,168	62,545	62,913	63,271	63,621
	2130	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000
	1128	7,125	7,266	7,407	7,548	7,688	7,829	7,970	8,110	8,250	8,391	8,531	8,671	8,811	8,951	9,090	9,230	9,369
	1126	9,462	9,648	9,834	10,019	10,204	10,389	10,574	10,758	10,942	11,126	11,310	11,493	11,677	11,860	12,043	12,225	12,407
1010	1124	14,036	14,306	14,574	14,842	15,110	15,376	15,642	15,908	16,172	16,436	16,699	16,962	17,223	17,484	17,745	18,004	18,263
	1122	26,565	27,022	27,474	27,924	28,369	28,811	29,249	29,683	30,114	30,541	30,964	31,383	31,799	32,211	32,619	33,024	33,425
	1120	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000
	2130	19,107	19,107	19,107	19,107	19,107	19,107	19,107	19,107	19,107	19,107	19,107	19,107	19,107	19,107	19,107	19,107	19,107
	1120	30,000	30,000	30,000	30,000	30,000	30,000	30,000	30,000	30,000	30,000	30,000	30,000	30,000	30,000	30,000	30,000	30,000
0110	60,000	60,000	60,000	60,000	60,000	60,000	60,000	60,000	60,000	60,000	60,000	60,000	60,000	60,000	60,000	60,000	60,000	

[illegible]

$k_1 k_2 i_1 i_2$	$k_2 k_2 i_2 i_2$	1,01	1,02	1,03	1,04	1,05	Отношение 1,06	1,07	осей 1,08	c/a 1,09	1,10	1,11	1,12	1,13	1,14	1,15	1,16	1,17
0001	1018	8,294	8,375	8,456	8,537	8,618	8,699	8,779	8,860	8,941	9,022	9,102	9,183	9,263	9,344	9,425	9,505	9,585
	1017	9,459	9,551	9,643	9,735	9,826	9,918	10,010	10,101	10,193	10,285	10,376	10,467	10,559	10,650	10,741	10,833	10,924
	1016	11,000	11,106	11,212	11,318	11,424	11,530	11,636	11,742	11,847	11,953	12,058	12,164	12,269	12,374	12,479	12,585	12,689
	1015	13,129	13,255	13,380	13,505	13,630	13,755	13,880	14,005	14,129	14,254	14,378	14,502	14,626	14,750	14,873	14,997	15,120
	1014	16,255	16,407	16,559	16,711	16,863	17,014	17,165	17,316	17,467	17,617	17,767	17,917	18,066	18,216	18,365	18,514	18,662
	2027	18,429	18,599	18,768	18,938	19,107	19,275	19,443	19,611	19,779	19,946	20,113	20,279	20,446	20,611	20,777	20,942	21,107
	1013	21,244	21,435	21,626	21,816	22,006	22,195	22,384	22,572	22,760	22,947	23,134	23,320	23,506	23,691	23,876	24,060	24,244
	2025	25,009	25,226	25,442	25,658	25,872	26,086	26,299	26,511	26,723	26,934	27,144	27,353	27,561	27,769	27,976	28,182	28,387
	1012	30,247	30,494	30,739	30,982	31,225	31,466	31,706	31,945	32,183	32,419	32,654	32,888	33,121	33,352	33,582	33,811	34,039
	2023	37,865	38,139	38,411	38,681	38,948	39,214	39,478	39,740	39,999	40,257	40,513	40,767	41,019	41,269	41,518	41,764	42,008
	1011	49,389	49,667	49,943	50,215	50,485	50,751	51,014	51,275	51,532	51,787	52,039	52,288	52,534	52,777	53,018	53,256	53,491
	2021	66,794	66,998	67,198	67,395	67,589	67,780	67,968	68,152	68,334	68,513	68,689	68,863	69,033	69,201	69,367	69,530	69,690
	1010	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000
	2132	57,050	57,307	57,561	57,811	58,057	58,301	58,541	58,777	59,011	59,244	59,469	59,693	59,915	60,133	60,349	60,562	60,772
	2131	72,043	72,208	72,370	72,529	72,686	72,839	72,991	73,139	73,285	73,429	73,570	73,709	73,845	73,980	74,112	74,242	74,370
	2130	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000
1128	14,171	14,306	14,440	14,574	14,708	14,842	14,976	15,110	15,243	15,376	15,509	15,642	15,775	15,908	16,040	16,172	16,304	
1126	18,607	18,778	18,949	19,120	19,290	19,460	19,630	19,799	19,968	20,136	20,304	20,472	20,640	20,807	20,974	21,140	21,306	
1124	26,794	27,022	27,248	27,474	27,699	27,924	28,147	28,369	28,590	28,811	29,030	29,249	29,466	29,683	29,899	30,114	30,328	
1122	45,285	45,567	45,847	46,123	46,397	46,668	46,937	47,203	47,466	47,726	47,984	48,240	48,493	48,743	48,991	49,236	49,479	
1120	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	90,000	
1010	2130	19,107	19,107	19,107	19,107	19,107	19,107	19,107	19,107	19,107	19,107	19,107	19,107	19,107	19,107	19,107	19,107	19,107
	1120	30,000	30,000	30,000	30,000	30,000	30,000	30,000	30,000	30,000	30,000	30,000	30,000	30,000	30,000	30,000	30,000	30,000
	0110	60,000	60,000	60,000	60,000	60,000	60,000	60,000	60,000	60,000	60,000	60,000	60,000	60,000	60,000	60,000	60,000	60,000

[illegible]

Таблица 11

УГЛЫ (В ГРАДУСАХ) МЕЖДУ ПЛОСКОСТЯМИ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ЭЛЕМЕНТОВ
С ГЕКСАГОНАЛЬНОЙ РЕШЕТКОЙ

Из работ А. Taylor, S. Lieber, Trans. AIME, Journ. Metals, 6 (2), 190 (1954).
R. E. Frounfelker, M. A. Seitz, W. M. Hirth, Nucl. Sci. and Eng., 14 (2), 192 (1962).

		Отношение осей c/a для									
		Dy	Hf	Be	Gd	Ti	Y	Zr	Mg	Zn	Cd
$h_1k_1l_1$	$h_2k_2l_2$	1,5790	1,5822	1,5847	1,5870	1,5873	1,5880	1,5893	1,6235	1,8563	1,8859
0001	10 $\bar{1}$ 8	12,839	12,864	12,884	12,902	12,90	12,910	12,92	13,19	15,00	15,23
	10 $\bar{1}$ 7	14,599	14,628	14,650	14,670	14,67	14,679	14,69	14,99	17,03	17,28
	10 $\bar{1}$ 6	16,903	16,935	16,960	16,984	16,99	16,994	17,01	17,35	19,66	19,95
	10 $\bar{1}$ 5	20,035	20,072	20,101	20,128	20,13	20,140	20,15	20,55	23,21	23,53
	10 $\bar{1}$ 4	24,504	24,548	24,582	24,614	24,62	24,627	24,65	25,11	28,19	28,56
	20 $\bar{2}$ 7	27,517	27,564	27,601	27,635	27,64	27,650	27,67	28,17	31,48	31,89
	10 $\bar{1}$ 3	31,289	31,341	31,381	31,418	31,42	31,434	31,45	32,00	35,55	35,98
	20 $\bar{2}$ 5	36,104	36,159	36,202	36,242	36,25	36,259	36,29	36,87	40,61	41,06
	10 $\bar{1}$ 2	42,353	42,411	42,456	42,498	42,50	42,516	42,54	43,15	46,98	47,43
	20 $\bar{2}$ 3	50,556	50,613	50,657	50,698	50,70	50,716	50,74	51,31	55,02	55,44
	10 $\bar{1}$ 1	61,257	61,306	61,344	61,379	61,38	61,394	61,41	61,92	64,99	65,33
	20 $\bar{2}$ 1	74,665	74,694	74,717	74,738	74,74	74,748	74,76	75,07	76,87	77,07
	10 $\bar{1}$ 0	90,000	90,000	90,000	90,000	90,00	90,000	90,00	90,00	90,00	90,00
	21 $\bar{3}$ 2	67,481	67,522	67,554	67,583	67,59	67,596	67,61	68,04	70,57	70,86
	21 $\bar{3}$ 1	78,288	78,311	78,329	78,346	78,35	78,353	78,36	78,60	80,00	80,15
	21 $\bar{3}$ 0	90,000	90,000	90,000	90,000	90,00	90,000	90,00	90,00	90,00	90,00
11 $\bar{2}$ 8	11 $\bar{2}$ 8	21,542	21,581	21,612	21,641	21,64	21,653	21,71	22,09	24,89	25,24
	11 $\bar{2}$ 6	27,759	27,807	27,845	27,879	27,88	27,894	27,91	28,42	31,75	32,16
	11 $\bar{2}$ 4	38,291	38,348	38,392	38,432	38,44	38,450	38,47	39,07	42,87	43,32
	11 $\bar{2}$ 2	57,653	57,706	57,747	57,784	57,79	57,800	57,82	58,37	61,69	62,07
	11 $\bar{2}$ 0	90,000	90,000	90,000	90,000	90,00	90,000	90,00	90,00	90,00	90,00
10 $\bar{1}$ 0	21 $\bar{3}$ 0	19,107	19,107	19,107	19,107	19,11	19,107	19,11	19,11	19,11	19,11
	11 $\bar{2}$ 0	30,000	30,000	30,000	30,000	30,00	30,000	30,00	30,00	30,00	30,00
	01 $\bar{1}$ 0	60,000	60,000	60,000	60,000	60,00	60,000	60,00	60,00	60,00	60,00

и $\{01\bar{1}2\}$ и λ — угол между $\{10\bar{1}1\}$ и $\{\bar{1}101\}$. Эти углы определяются с помощью следующих соотношений:

$$\cos \rho_1 = \frac{1}{\sqrt{\frac{4}{3}(c^2/a^2) + 1}}, \text{ т. е. } \operatorname{tg} \rho_1 = \frac{2c}{\sqrt{3}a}, \quad (51a)$$

$$\cos \rho_2 = \frac{2}{\sqrt{\frac{4}{3}(c^2/a^2) + 4}}, \text{ т. е. } \operatorname{tg} \rho_2 = \frac{c}{\sqrt{3}a}, \quad (51b)$$

отсюда

$$\operatorname{tg} \rho_1 = 2 \operatorname{tg} \rho_2, \quad (51r)$$

$$\cos \lambda = \frac{\frac{3}{4}(a^2/c^2) - \frac{1}{2}}{\frac{3}{4}(a^2/c^2) + 1}, \quad (51d)$$

$$\frac{a_R}{a} = \frac{1}{\sqrt{3} \cos \rho_2}, \quad (52)$$

$$\cos \frac{\alpha'}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \rho_2. \quad (53)$$

§ 2. ЗАМЕЧАНИЯ К ИНДИЦИРОВАНИЮ ЭЛЕКТРОНОГРАММ ОТ ГЕКСАГОНАЛЬНЫХ КРИСТАЛЛОВ

1. СИСТЕМА С ТРЕМЯ ИНДЕКСАМИ

При расшифровке электронограмм от гексагональных кристаллов рекомендуется следовать правилу, принятому составителями Международных таблиц по рентгеновской кристаллографии, том II [5].

Плоскости обозначаются индексами $(hk.l)$, где точка означает, что третий индекс $i = -(h+k)$ опущен.

Оси зон (направления) выражаются как $[uvw]$. Если вместо нуля стоит точка, например $[uv.w]$, то это указывает, что третий индекс $-(u+v)$ отсутствует.

Уравнение зон (12)

$$hu + kv + lw = 0 \quad (1, 2, 3, \dots)$$

выполняется так же, как и для других систем. Для нахождения общей зоны пары плоскостей, или наоборот, можно использовать правило векторного произведения.

Причины отмеченного выше различия в обозначениях направлений и плоскостей относительно трех копланарных осей (лежащих в одной плоскости) заключаются в следующем:

- а. В случае плоскостей два пересечения плоскости $hx + ky + lz = 1$ (с осью x и y) полностью определяют также ее пересечение с базисной плоскостью. Поэтому нет необходимости указывать ее пересечение с третьей копланарной осью, составляющей угол 120° с первыми двумя. Если ось x или y мы заменим третьей осью, то придем к соответствующему уравнению, отнесенному к новым осям, причем h или k заменятся на $-(h+k)$. Если подставить $-(h+k)$

в выражения для определения межплоскостных расстояний d , то они не изменятся, поскольку содержат член $(h^2 + hk + k^2)$, который не меняется при замене h или k на $-(h + k)$.

- б. В случае направлений положение узла решетки определяется вектором, соединяющим узел с началом координат и имеющим компоненты ua_1 , va_2 и wc . Тогда тот же самый узел нельзя описать этим вектором при добавлении к нему третьей компоненты, параллельной a_3 . С другой стороны, выражение, описывающее длину вектора, содержит член $(u^2 - uv + v^2)$, величина которого изменится при подстановке индекса $-(u + v)$ вместо u или v .

В соответствии с принятым правилом обозначения направлений с помощью трех индексов положение всех узлов решетки в реальном пространстве определяется векторами $[uv.w]$ или $[uv0w]$, а положение узлов в обратном пространстве — векторами обратной решетки $(hk.l)$, в обозначение которых не входит *третий индекс* i . Кроме того, в обратном пространстве (оси координат расположены так, как показано на фиг. 33, — под углом 60° друг к другу) плоскости обратной решетки $[uv.w]$ отсекают отрезки a_1^*/u и a_2^*/v ($|a_1^*| = |a_2^*|$) на осях x^* и y^* . (Не следует пытаться использовать простой индекс третьей копланарной оси, если все три оси не составляют друг с другом одинаковый угол 120° .)

Направление $[uv.w]$, перпендикулярное плоскости $(hk.l)$, можно найти из следующего выражения:

$$\frac{u}{2h+k} = \frac{v}{h+2k} = \frac{2w}{3l} \left(\frac{c}{a} \right)^2. \quad (54a)$$

2. СИСТЕМА С ЧЕТЫРЬМИ ИНДЕКСАМИ

Несмотря на очевидные преимущества системы с тремя индексами, для индизирования направлений она имеет один недостаток: направления, которые *геометрически эквивалентны* (но не всегда эквивалентны структурно), могут быть представлены *различными* семействами индексов. В этих случаях полезна система с четырьмя индексами для плоскостей $(hkil)$, и ее использование не вызывает никаких проблем, пока она не применяется для определения векторов обратной решетки. Систему с четырьмя индексами можно использовать и для обозначения направлений в кристаллической решетке, но, очевидно, она должна при этом состоять из неодинаковых компонент, параллельных осям кристалла. Такая система из четырех индексов была применена Вебером, который использовал обозначения $[UVJW]$, где третий индекс J уже не является дополнительным и должен всегда присутствовать. Формулы преобразования дают,

однако, дробные значения индексов, если положить один из них $W = w$. Другая система индексов без дробей обозначается как $[pqr]$, где $p = 3U$ и т. д. (Тэйлор [3] использовал обозначения $[pqr]$ для системы с тремя индексами и $[u, v, u+v, r]$ для системы с четырьмя индексами. Мы предпочитаем использовать здесь общепринятые обозначения.) Вектор, соединяющий начало координат с каким-нибудь узлом решетки, имеет длину I_{uvw} , и его можно обозначить как I . Поэтому

$$3I = 3(ua_1 + va_2 + wc)$$

и

$$3I = pa_1 + qa_2 + ra_3 + sc.$$

Коэффициент 3 включен для того, чтобы избавиться от дробных чисел во втором семействе индексов. Поскольку три единичных вектора, лежащих в одной плоскости, дают при сложении нуль, т. е.

$$a_1 + a_2 + a_3 = 0,$$

то можно сделать подстановку, выразив a_3 через a_1 и a_2 :

$$3I = (p-r)a_1 + (q-r)a_2 + sc;$$

приравнявая коэффициенты, получаем

$$3u = p-r, \quad 3v = q-r, \quad 3w = s.$$

Иной выбор пар осей даст другие варианты значений индексов для $3u$ и $3v$:

$$(r-q) \text{ и } (p-q) \text{ или } (q-p) \text{ и } (r-p).$$

В каждом случае член $9(u^2 - uv + v^2)$ тождественно равен симметричному выражению $(p+q+r)^2 - 3(pq + qr + rp)$. Поскольку положение точки на плоскости описывается только двумя координатами, то одна из трех координат p, q или r не является независимой. Простейшее симметричное (и линейное) соотношение между этими координатами имеет вид $p+q+r=0$, соответствующий уравнению $h+k+i=0$. Используя это соотношение, приходим к выражению

$$9(u^2 - uv + v^2) = 3(p^2 + pq + q^2),$$

которое должно быть и действительно является инвариантным при замене p или q на $r = -(p+q)$. Поэтому индексы определяются следующим образом:

$$u = \frac{2p+q}{3}, \quad v = \frac{2q+p}{3}, \quad w = \frac{s}{3}, \quad (55a)$$

и обратно

$$p = 2u - v, \quad q = 2v - u, \quad r = \overline{p + q} = \overline{u + v}, \quad s = 3w. \quad (556)$$

Этот ряд формул дает возможность переходить от системы с тремя индексами к системе с четырьмя индексами. Таким образом, уравнение (12) можно заменить уравнением

$$hp + kq + tr + ls = 0,$$

которое после подстановки значений индексов i и r принимает вид

$$h(2p + q) + k(2q + p) + ls = 0,$$

или

$$p(2h + k) + q(2k + h) + ls = 0.$$

Правило перемножения зон приводит к следующим соотношениям для индексов p, q, r, s общего направления двух пересекающихся плоскостей:

$$\begin{aligned} p &= l_2(2k_1 + h_1) - l_1(2k_2 + h_2), \\ q &= l_1(2h_2 + k_2) - l_2(2h_1 + k_1), \\ r &= -(p + q) = l_2(h_1 - k_1) - l_1(h_2 - k_2), \\ s &= 3(h_1k_2 - k_1h_2). \end{aligned} \quad (56)$$

Уравнение (54а) принимает вид

$$\frac{p}{h} = \frac{q}{k} = \frac{r}{l} = \frac{2s}{3l} \left(\frac{c}{a} \right)^2. \quad (54б)$$

Индексы направлений, состоящие из некоторых малых целых чисел, приведены в табл. 12; данных, содержащихся в этой таблице, вполне достаточно для большинства практических задач. Независимо от выбора самих осей, как следует из табл. 12, имеется вдвое больше направлений одного типа в положительном 120-градусном секторе (а также в соответствующем противоположном секторе, где x и y отрицательны). Соседние секторы, заключенные между $\pm x$ и $\mp y$, захватывают лишь $1/3$ площади базисной плоскости (60-градусные секторы). Если предстоит часто работать с гексагональной системой, то рекомендуется нанести эти направления (опуская w) на линейный трехкоординатный график¹⁾. Полезно также построить соответствующие сетки обратной решетки, подобные показанным на фиг. 33.

¹⁾ Иначе говоря, нанести их в базисной плоскости. — Прим. перев.

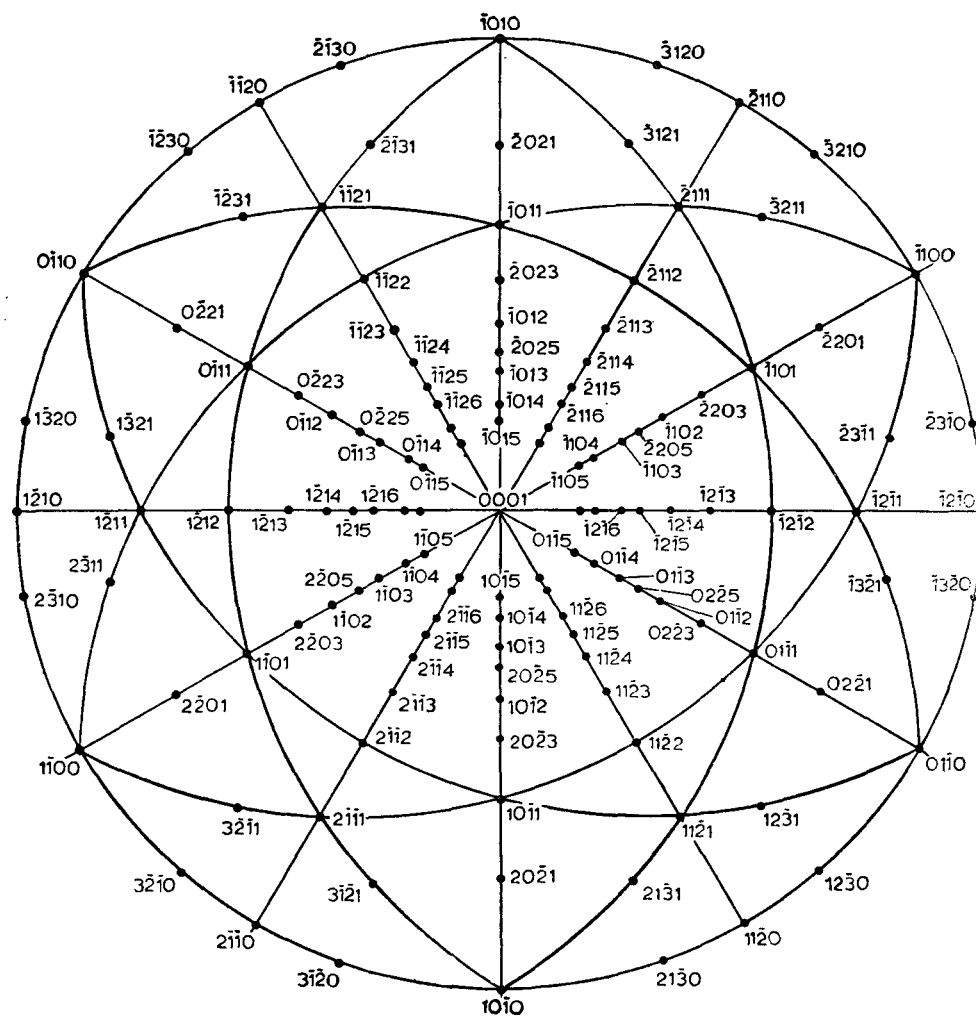
Таблица 12

ОБОЗНАЧЕНИЕ НАПРАВЛЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ СИСТЕМ С ТРЕМЯ И ЧЕТЫРЬМЯ ИНДЕКСАМИ

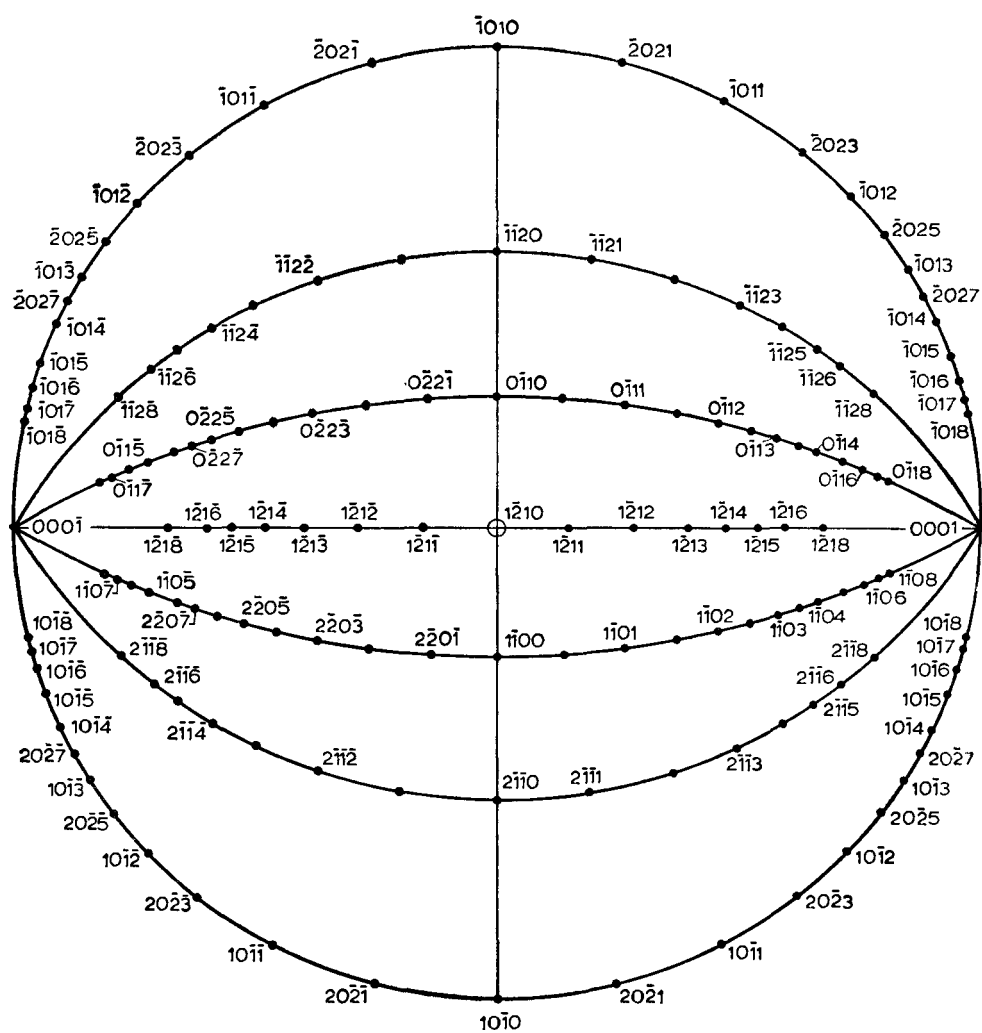
Два положительных индекса		Один отрицательный индекс				
$[uv.w]$	количество направлений *	$[uv.w]$	количество направлений *	$[pqrs]$	$u^2 - uv + v^2$	$p^2 + pq + q^2$
$[10.w]$	2	$[10.w]$	2	$[2\bar{1}\bar{1}, 3w]$	1	3
$[11.w]$	1			$[112, 3w]$		
		$[1\bar{1}.w]$	1	$[3\bar{3}0, 3w] =$ $= 3[110w]$	3	9
$[12.w]$	2			$[033, 3w]$		
		$[1\bar{2}.w]$	2	$[4\bar{5}1, 3w]$		
$[13.w]$	2			$[1\bar{5}4, 3w]$	7	21
$[23.w]$	2			$[145, 3w]$		
		$[1\bar{3}.w]$	2	$[5\bar{7}2, 3w]$		
$[14.w]$	2			$[275, 3w]$	13	39
$[34.w]$	2			$[257, 3w]$		
		$[2\bar{3}.w]$	2	$[781, 3w]$		
$[25.w]$	2			$[187, 3w]$	19	57
$[35.w]$	2			$[178, 3w]$		
		$[1\bar{4}.w]$	2	$[693, 3w] =$ $= 3[231w]$		
$[15.w]$	2			$[396, 3w]$	21	63
$[45.w]$	2			$[369, 3w]$		

* При изменении знаков индексов на обратные количество направлений удваивается; это будут противоположные направления.

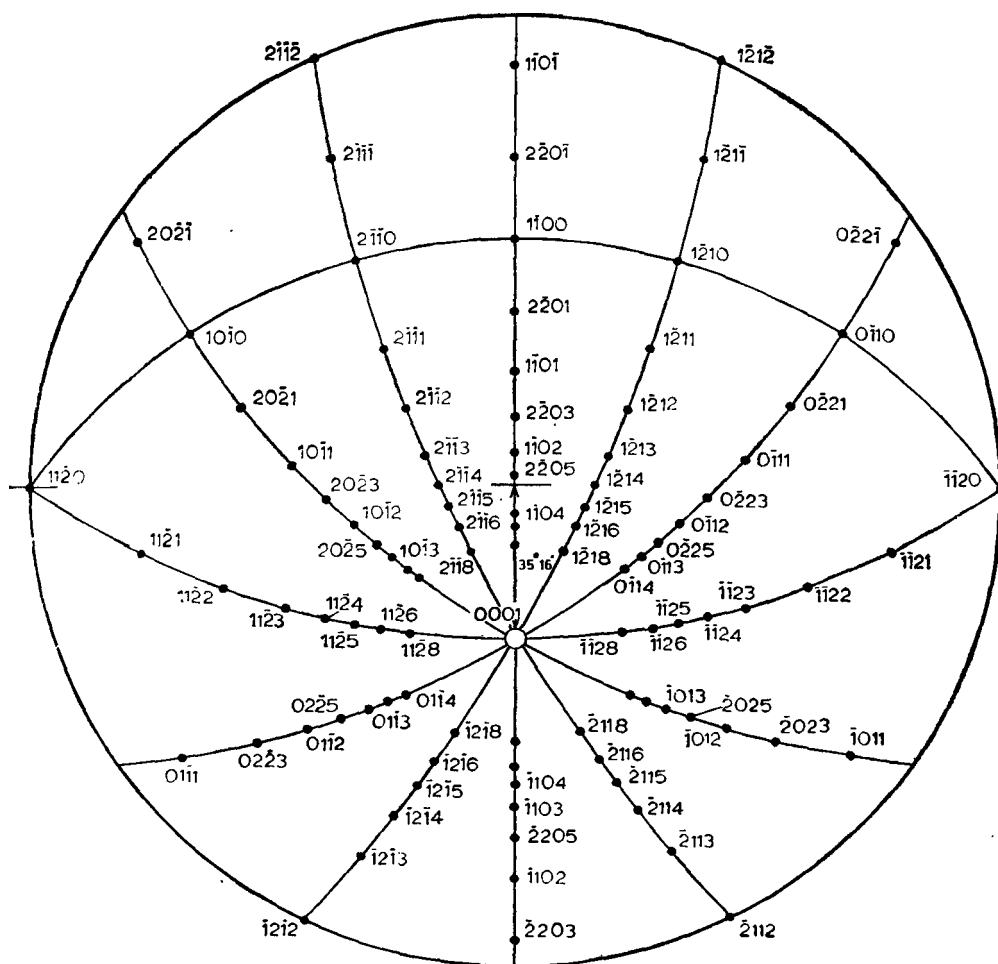
Для $w \neq 0$ количество направлений снова удваивается за счет возможного изменения знака индекса w на обратный.



Ф и г. 25. Стереографическая проекция для гексагональных кристаллов на плоскость $(00.1) = (0001)$ с отношением осей $c/a = 1,633$.

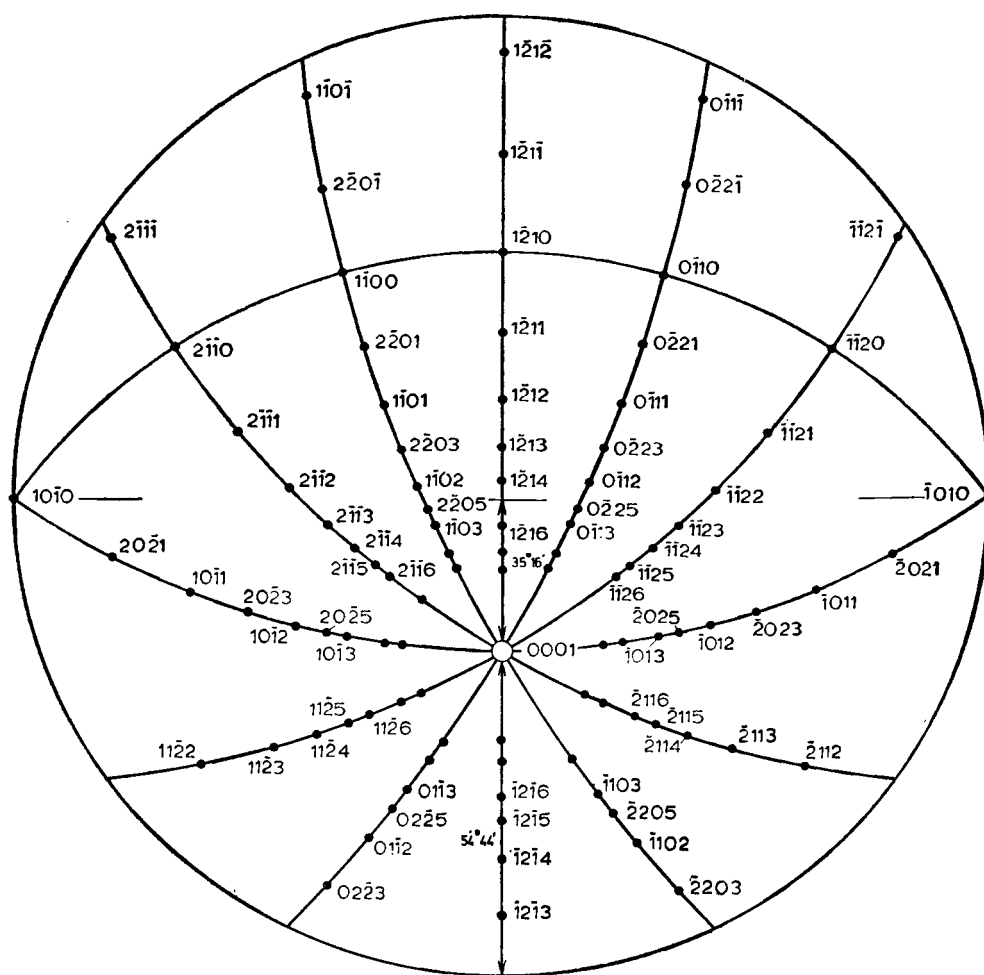


Ф и г. 26. Стереографическая проекция для гексагональных кристаллов на плоскость $(\bar{1}210)$ с отношением осей $c/a = 1,633$



Ф и г. 27. Вспомогательная проекция для гексагональных кристаллов с отношением осей $c/a = 1,633$, полученная в результате поворота стереографической проекции, изображенной на фиг. 25, вокруг оси $[11.0]$ на $35^\circ 16'$.

Этот поворот относительно оси 2-го порядка идентичен повороту, который необходимо совершить для того, чтобы стереографическая проекция на фиг. 30 совпала со стереографической проекцией на фиг. 31. Однако здесь поворот не переводит в плоскость проекции плоскость с простыми индексами.



Ф и г. 28. Вспомогательная проекция для гексагональных кристаллов с отношением осей $c/a = 1,633$, полученная в результате поворота стереографической проекции, изображенной на фиг. 25, вокруг оси $[21.0]$ на $35^\circ 16'$. Этот поворот осуществляется относительно другой оси 2-го порядка, и снова плоскость проекции не имеет простых индексов.

3. ПРАКТИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ИНДИЦИРОВАНИЮ ЭЛЕКТРОНОГРАММ

Вычислив однажды с помощью выражения (14) межплоскостные расстояния, можно проиндцировать любые рефлексы, если известны кристаллическая структура и природа дифрагирующей среды. Хотя можно пользоваться системой с тремя индексами, следует помнить, что плоскости, обозначаемые с помощью различных перестановок индексов h , k и i при заданном l , являются идентичными во всех отношениях, включая межплоскостное расстояние. Таким образом,

$$(31.2) = (3\bar{4}.2) = (\bar{4}1.2) \neq (43.2).$$

Формула для определения углов между двумя кристаллическими плоскостями $(h_1k_1.l_1)$ и $(h_2k_2.l_2)$ содержит члены

$$h_1h_2 + k_1k_2 + \frac{1}{2}(h_1k_2 + k_1h_2).$$

Поэтому плоскости $(h_1k_1.l_1)$ и $(h_2k_2.l_2)$ вследствие возможной перестановки индексов h , k и i могут пересекаться под различными углами. Это обусловлено множественностью (повторяемостью) плоскостей, что так характерно для соединений с кубической решеткой. По этой причине для названной кристаллической системы были построены стандартные стереографические проекции (фиг. 25—28), в которых для обозначения плоскостей использованы четыре индекса, хотя для обратной решетки используются только три.

10. Кубическая система

§ 1. УГЛЫ И ДРУГИЕ ДАННЫЕ

В § 4 гл. 3 было установлено, что межплоскостные расстояния в кубических кристаллах зависят от величины $\sqrt{N}$, где $N = h^2 + k^2 + l^2$. Все возможные значения N вплоть до 64 приведены в табл. 13. В примитивной решетке дифракция может возникать от плоскостей, имеющих любые из этих индексов. Разрешенные рефлексy для объемноцентрированной (о.ц.к.) и гранецентрированной (г. ц. к.) решеток обозначаются символом $\times$. Значения $\sqrt{N}$ даны здесь с точностью, достаточной для большинства расчетов межплоскостных расстояний. Для расшифровки электрограмм необходимо определить и сравнить не только межплоскостные расстояния, но и углы. В табл. 14 приведены значения углов между плоскостями в кубических кристаллах, вычисленные с помощью следующей формулы:

$$\cos \phi = \frac{h_1 h_2 + k_1 k_2 + l_1 l_2}{\sqrt{h_1^2 + k_1^2 + l_1^2} \sqrt{h_2^2 + k_2^2 + l_2^2}},$$

где $(h_1 k_1 l_1)$ и $(h_2 k_2 l_2)$ — индексы двух плоскостей и ϕ — угол между ними. Эту формулу с равным успехом можно использовать и для определения угла ρ между двумя осями зон (направлениями) с теми же самыми индексами, поскольку каждая из них перпендикулярна соответствующей плоскости.

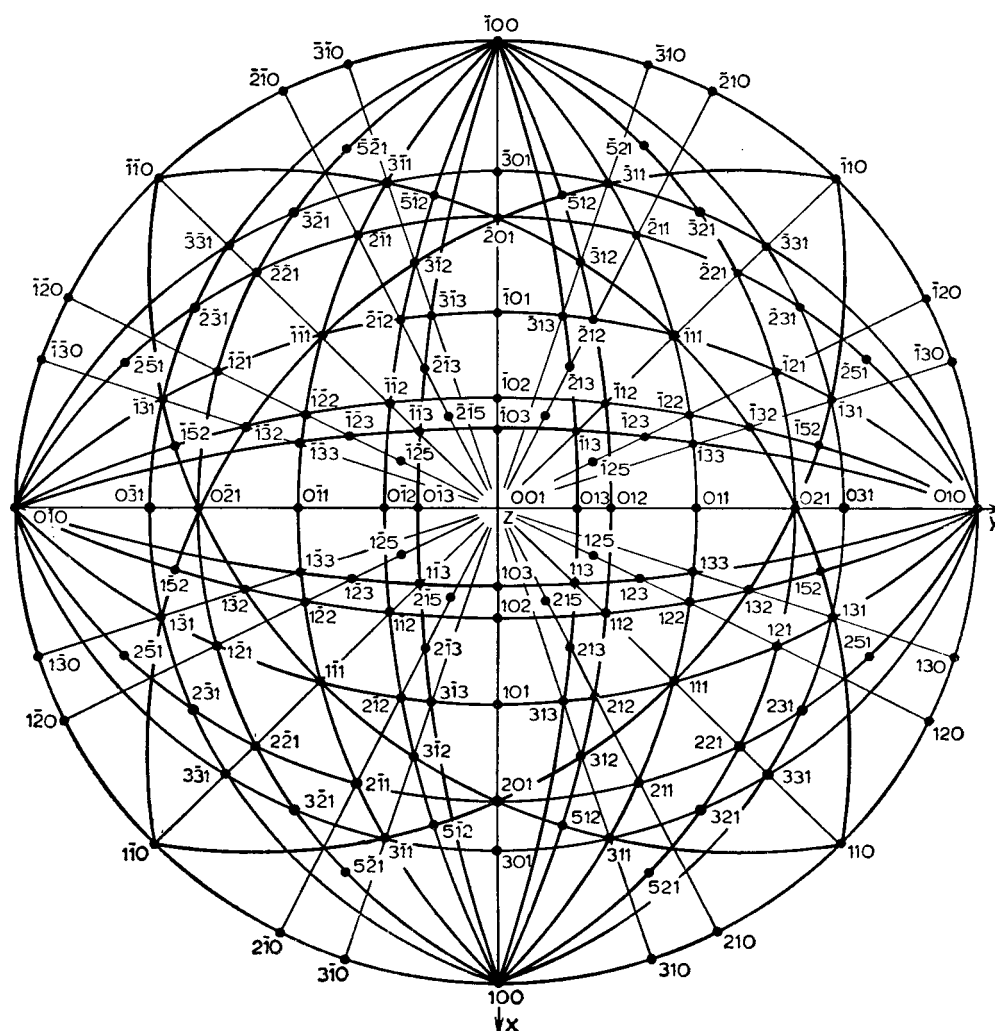
В табл. 14 даны углы между любой парой плоскостей, каждый индекс которых не превышает числа 5, за исключением случаев, когда все три индекса содержат общий целочисленный множитель. В этом случае индексы делятся на общий множитель и используется полученное семейство индексов. Данных, содержащихся в табл. 14, вполне достаточно для нахождения углов, необходимых для построения стереографической проекции большинства плоскостей (hkl) кубической кристаллической системы. Примеры таких проекций приведены на фиг. 29—31.

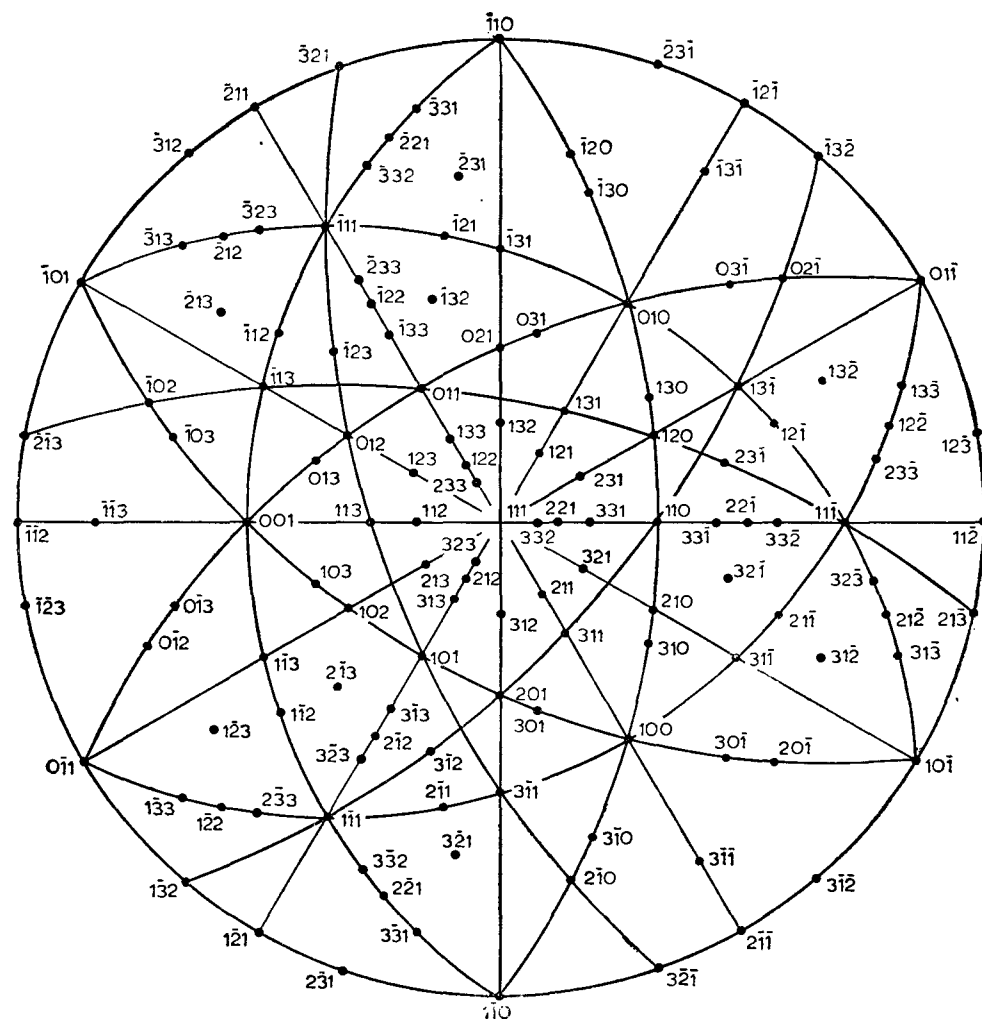
Чтобы ограничить размер табл. 14, индексы в ней приведены только в общем виде. Однако для данной пары плоскостей $\{hkl\}$ величина знаменателя в приведенной выше формуле для $\cos \phi$ не меняется при перестановке индексов hkl и изменении их знаков. Таким образом, для данной

Таблица 13

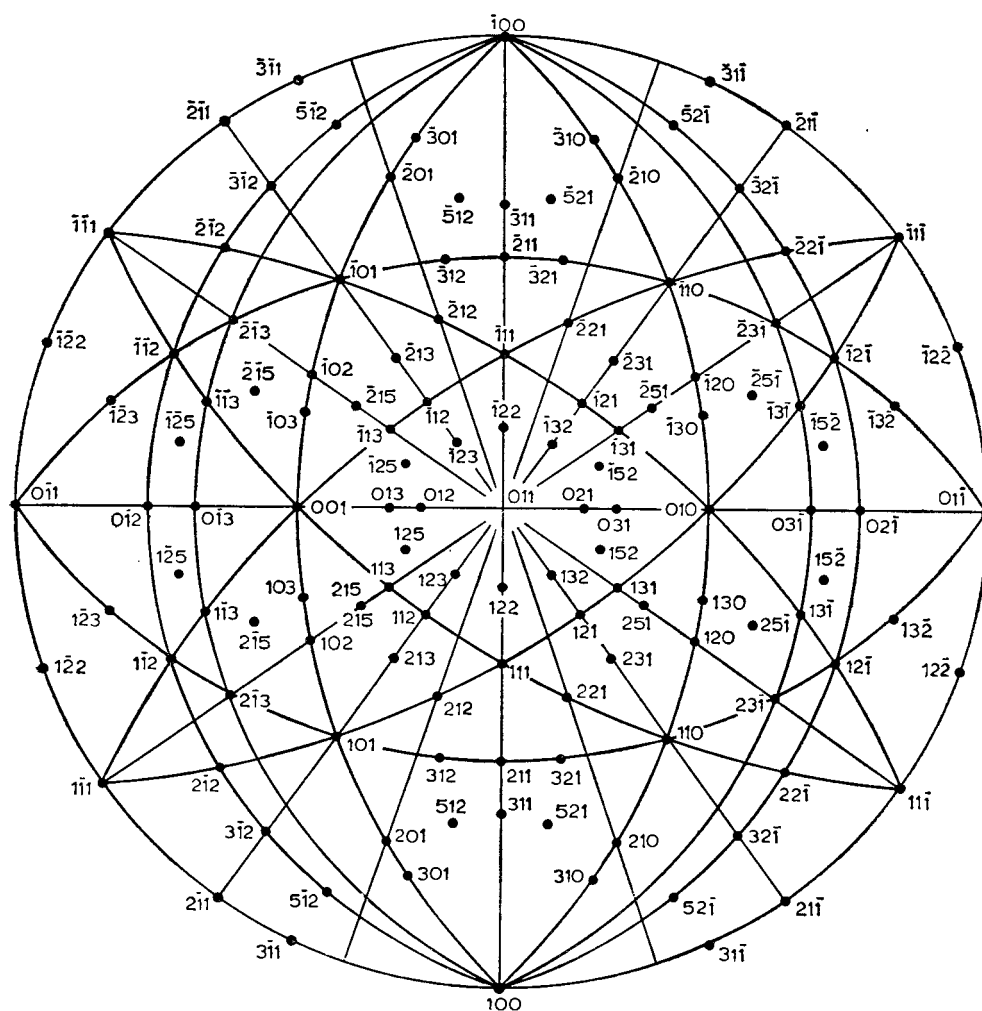
ВОЗМОЖНЫЕ ИНДЕКСЫ ДЛЯ КУБИЧЕСКИХ КРИСТАЛЛОВ

№ линии $N = (h^2 + k^2 + l^2)$	Индексы $h k l$	$\sqrt{N} = \sqrt{h^2 + k^2 + l^2}$	о.ц.к.	г.ц.к.	№ линии $N = (h^2 + k^2 + l^2)$	Индексы $h k l$	$\sqrt{N} = \sqrt{h^2 + k^2 + l^2}$	о.ц.к.	г.ц.к.
1	100	1,00			33	522, 441	5,745		
2	110	1,414	×		34	530, 433	5,831	×	
3	111	1,732		×	35	531	5,916		×
4	200	2,00	×	×	36	600, 442	6,00	×	×
5	210	2,236			37	610	6,083		
6	211	2,450	×		38	611, 532	6,164	×	
7	—	—			39	—	—		
8	220	2,828	×	×	40	620	6,325	×	×
9	300, 221	3,00			41	621, 540, 443	6,403		
10	310	3,162	×		42	541	6,481	×	
11	311	3,317		×	43	533	6,557		×
12	222	3,464	×	×	44	622	6,633	×	×
13	320	3,606			45	630, 542	6,708		
14	321	3,742	×		46	631	6,782	×	
15	—	—			47	—	—		
16	400	4,00	×	×	48	444	6,928	×	×
17	410, 322	4,123			49	700, 632	7,00		
18	411, 330	4,243	×		50	710, 550, 543	7,071	×	
19	331	4,359		×	51	711, 551	7,141		×
20	420	4,472	×	×	52	640	7,211	×	×
21	421	4,583			53	720, 641	7,280		
22	332	4,690	×		54	721, 633, 552	7,349	×	
23	—	—			55	—	—		
24	422	4,899	×	×	56	642	7,483	×	×
25	500, 430	5,00			57	722, 544	7,550		
26	510, 431	5,099	×		58	730	7,616	×	
27	511, 333	5,196		×	59	731, 553	7,681		×
28	—	—			60	—	—		
29	520, 432	5,385			61	650, 643	7,810		
30	521	5,477	×		62	732, 651	7,874	×	
31	—	—			63	—	—		
32	440	5,657	×	×	64	800	8,00	×	×





Ф и г. 30. Стереографическая проекция для кубических кристаллов на плоскость (111).



УГЛЫ (в градусах) МЕЖДУ ПЛОСКОСТЯМИ Π_1

h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2	
1	0	0	1	0	0	90,00 (0)
			1	1	0	45,00 (1)
			1	1	1	54,74 (1)
			2	1	0	26,57 (2)
			2	1	1	35,26 (2)
			2	2	1	48,19 (2)
			3	1	0	18,43 (3)
			3	1	1	25,24 (3)
			3	2	0	33,69 (3)
			3	2	1	36,70 (3)
			3	2	2	43,31 (3)
			3	3	1	46,51 (3)
			3	3	2	50,24 (3)
			4	1	0	14,04 (4)
			4	1	1	19,47 (4)
			4	2	1	29,21 (4)
			4	3	0	36,87 (4)
			4	3	1	38,33 (4)
			4	3	2	42,03 (4)
			4	3	3	46,69 (4)
			4	4	1	45,87 (4)
			4	4	3	51,34 (4)
			5	1	0	11,31 (5)
			5	1	1	15,79 (5)
			5	2	0	21,80 (5)
			5	2	1	24,09 (5)
			5	2	2	29,50 (5)
			5	3	0	30,06 (5)
			5	3	1	32,31 (5)
			5	3	2	35,80 (5)
			5	3	3	40,32 (5)
			5	4	0	38,66 (5)
			5	4	1	39,51 (5)
			5	4	2	41,81 (5)
			5	4	3	45,00 (5)
			5	4	4	48,53 (5)
			5	5	1	45,56 (5)
			5	5	2	47,12 (5)
			5	5	3	49,39 (5)
			5	5	4	52,01 (5)

h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2	
1	1	0	1	1	0	60,00 (1)
			1	1	1	35,26 (2)
			2	1	0	18,43 (3)
			2	1	1	30,00 (3)
			2	2	1	19,47 (4)
			3	1	0	26,57 (4)
			3	1	1	31,48 (4)
			3	2	0	11,31 (5)
			3	2	1	19,11 (5)

90,00 (0)	90,00 (0)		
63,43 (1)			
65,91 (1)	90,00 (0)		
70,53 (1)			
71,57 (1)	90,00 (0)		
72,45 (1)	74,50 (1)		
56,31 (2)			
57,69 (2)			
60,98 (2)			
76,74 (1)	90,00 (0)		
64,76 (2)			
75,96 (1)	77,40 (1)		
76,37 (1)	90,00 (0)		
64,12 (2)	78,69 (1)		
53,13 (3)	68,20 (2)		
53,96 (3)			
56,15 (3)			
59,04 (3)			
79,98 (1)	90,00 (0)		
62,06 (3)			
78,69 (1)	90,00 (0)		
78,90 (1)	79,48 (1)		
68,20 (2)			
68,58 (2)	90,00 (0)		
69,63 (2)	80,27 (1)		
59,04 (3)	71,07 (2)		
59,53 (3)			
60,88 (3)	90,00 (0)		
62,77 (3)	81,12 (1)		
51,34 (4)	72,65 (2)		
51,89 (4)	64,90 (3)		
53,40 (4)			
55,55 (4)			
58,01 (4)			
81,95 (1)			
74,21 (2)			
67,01 (3)			
60,50 (4)			
90,00 (0)	71,57 (1)	90,00 (0)	
90,00 (0)	73,22 (1)	90,00 (0)	
50,77 (2)	76,37 (1)	90,00 (0)	
54,74 (2)	63,43 (2)	77,08 (1)	
45,00 (3)	90,00 (0)		
47,87 (3)	66,91 (2)	78,69 (1)	
64,76 (2)	55,46 (3)	67,79 (2)	79,11 (1)
53,96 (3)			
40,89 (4)			

3	2	2	30,96	(5)	46,69	(4)
3	3	1	13,26	(6)	49,54	(4)
3	3	2	25,24	(6)	41,08	(5)
4	1	0	30,96	(5)	46,69	(4)
4	1	1	33,56	(5)	60,00	(3)
4	2	1	22,21	(6)	39,51	(5)
4	3	0	8,13	(7)	55,55	(4)
4	3	1	13,90	(7)	46,10	(5)
4	3	2	23,20	(7)	38,02	(6)
4	3	3	31,91	(7)	43,31	(6)
4	4	1	10,02	(8)	52,01	(5)
4	4	3	27,94	(8)	39,37	(7)
5	1	0	33,69	(6)	46,10	(5)
5	1	1	35,26	(6)	57,02	(4)
5	2	0	23,20	(7)	48,96	(5)
5	2	1	25,35	(7)	39,23	(6)
5	2	2	30,50	(7)	60,50	(4)
5	3	0	14,04	(8)	52,67	(5)
5	3	1	17,02	(8)	44,18	(6)
5	3	2	23,41	(8)	36,59	(7)
5	3	3	30,38	(8)	49,68	(6)
5	4	0	6,34	(9)	56,48	(5)
5	4	1	10,89	(9)	49,11	(6)
5	4	2	18,43	(9)	42,45	(7)
5	4	3	25,84	(9)	36,87	(8)
5	4	4	32,55	(9)	41,47	(8)
5	5	1	8,05	(10)	53,55	(6)
5	5	2	15,79	(10)	47,66	(7)
5	5	3	22,99	(10)	42,57	(8)
5	5	4	29,50	(10)	38,43	(9)
h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2	
I	I	I	I	I	I	70,53 (1)
			2	1	0	39,23 (3)
			2	1	1	19,47 (4)
			2	2	1	15,79 (5)
			3	1	0	43,09 (4)
			3	1	1	29,50 (5)
			3	2	0	36,81 (5)
			3	2	1	22,21 (6)
			3	2	2	11,42 (7)
			3	3	1	22,00 (7)
			3	3	2	10,02 (8)
			4	1	0	45,56 (5)
			4	1	1	35,26 (6)
			4	2	1	28,13 (7)
			4	3	0	36,07 (7)
			4	3	1	25,07 (8)
			4	3	2	15,23 (9)
			4	3	3	8,05 (10)
			4	4	1	25,24 (9)
			4	4	3	7,33 (11)
			5	1	0	47,21 (6)
						75,04 (1)
						61,87 (2)
						54,74 (3)
						68,58 (2)
						58,52 (3)
						80,79 (1)
						51,89 (4)
						65,16 (3)
						48,53 (5)
						60,50 (4)
						65,16 (3)
						57,02 (4)
						50,95 (5)
						83,37 (1)
						47,21 (6)
						57,58 (5)
						66,67 (4)
						45,29 (7)
						03,20 (5)
						63,07 (4)

46,69 (4)	80,13 (1)	90,00 (0)		
49,54 (4)	71,07 (2)	90,00 (0)		
41,08 (5)	81,33 (1)	90,00 (0)		
46,69 (4)	59,04 (3)	80,13 (1)		
60,00 (3)	70,53 (2)	90,00 (0)		
39,51 (5)	62,42 (3)	72,02 (2)	81,12 (1)	
55,55 (4)	64,90 (3)	81,87 (1)		
40,10 (5)	56,31 (4)	65,42 (3)	73,90 (2)	82,03 (1)
38,02 (6)	48,96 (5)	74,77 (2)	82,45 (1)	
43,31 (6)	83,03 (1)	90,00 (0)		
52,01 (5)	68,33 (3)	90,00 (0)		
39,37 (7)	83,66 (1)	90,00 (0)		
46,10 (5)	56,31 (4)	82,03 (1)		
57,02 (4)	74,21 (2)	90,00 (0)		
48,96 (5)	66,80 (3)	74,77 (2)		
39,23 (6)	58,91 (4)	67,21 (3)	82,58 (1)	
60,50 (4)	68,33 (3)	90,00 (0)		
52,67 (5)	68,67 (5)	75,96 (2)		
44,18 (6)	61,44 (4)	76,17 (2)		
36,59 (7)	55,00 (5)	69,87 (3)	76,74 (2)	83,41 (1)
49,68 (6)	77,55 (2)	90,00 (0)		
56,48 (5)	63,79 (4)	83,66 (1)		
49,11 (6)	56,94 (5)	64,12 (4)	70,89 (3)	83,74 (1)
42,45 (7)	50,77 (6)	71,57 (3)	77,83 (2)	83,95 (1)
36,87 (8)	45,57 (7)	78,46 (2)	84,26 (1)	
41,47 (8)	84,63 (1)	90,00 (0)		
53,55 (6)	66,67 (4)	90,00 (0)		
47,66 (7)	73,22 (3)	90,00 (0)		
42,57 (8)	79,39 (2)	90,00 (0)		
38,43 (9)	85,01 (1)	90,00 (0)		

75,04 (1)				
61,87 (2)	90,00 (0)			
54,74 (3)	78,90 (1)			
68,58 (2)				
58,52 (3)	79,98 (1)			
80,79 (1)				
51,89 (4)	72,02 (2)	90,00 (0)		
65,16 (3)	81,95 (1)			
48,53 (5)	82,39 (1)			
60,50 (4)	75,75 (2)			
65,16 (3)				
57,02 (4)	74,21 (2)			
50,95 (5)	67,79 (3)	82,76 (1)		
83,37 (1)				
47,21 (6)	76,91 (2)	90,00 (0)		
57,58 (5)	71,24 (3)	83,85 (1)		
66,67 (4)	78,58 (2)			
45,29 (7)	84,23 (1)			
63,20 (5)	74,31 (3)			
63,07 (4)				

h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2		
1	1	1	5	1	1	38,94 (7)	56,25 (5)
			5	2	0	41,37 (7)	71,24 (3)
			5	2	1	32,51 (8)	50,77 (6)
			5	2	2	25,24 (9)	59,83 (5)
			5	3	0	37,62 (8)	78,58 (2)
			5	3	1	28,56 (9)	46,91 (7)
			5	3	2	20,51 (10)	55,81 (6)
			5	3	3	14,42 (11)	63,88 (5)
			5	4	0	35,76 (9)	84,83 (1)
			5	4	1	27,02 (10)	44,55 (8)
			5	4	2	18,79 (11)	52,95 (7)
			5	4	3	11,54 (12)	60,67 (6)
			5	4	4	6,21 (13)	67,52 (5)
			5	5	1	27,21 (11)	43,31 (9)
			5	5	2	19,47 (12)	51,06 (8)
			5	5	3	12,27 (13)	58,25 (7)
			5	5	4	5,77 (14)	64,76 (6)

h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2		
2	1	0	2	1	0	36,87 (4)	53,13 (3)
			2	1	1	24,09 (5)	43,09 (4)
			2	2	1	26,57 (6)	41,81 (5)
			3	1	0	8,13 (7)	31,95 (6)
			3	1	1	19,29 (7)	47,61 (5)
			3	2	0	7,13 (8)	29,74 (7)
			3	2	1	17,02 (8)	33,21 (7)
			3	2	2	29,81 (8)	40,60 (7)
			3	3	1	22,57 (9)	44,10 (7)
			3	3	2	30,89 (9)	40,29 (8)
			4	1	0	12,53 (9)	29,81 (8)
			4	1	1	18,43 (9)	42,45 (7)
			4	2	1	12,60 (10)	28,56 (9)
						78,74 (2)	90,00 (0)
			4	3	0	10,30 (11)	26,57 (10)
			4	3	1	15,26 (11)	28,71 (10)
			4	3	2	24,01 (11)	33,85 (10)
						85,24 (1)	90,00 (0)
			4	3	3	32,47 (11)	39,92 (10)
			4	4	1	20,90 (12)	45,52 (9)
			4	4	3	33,06 (12)	39,80 (11)
			5	1	0	15,26 (11)	28,71 (10)
			5	1	1	18,79 (11)	39,23 (9)
			5	2	0	4,76 (12)	33,85 (10)
			5	2	1	11,54 (12)	26,08 (11)
						85,32 (1)	90,00 (0)
			5	2	2	20,90 (12)	45,52 (9)
			5	3	0	4,40 (13)	32,47 (11)
			5	3	1	10,67 (13)	33,74 (11)
			5	3	2	19,42 (13)	29,47 (12)
			5	3	3	27,55 (13)	41,39 (11)
			5	4	0	12,09 (14)	24,78 (13)
			5	4	1	14,96 (14)	26,22 (13)

Продолжение табл. 14

70,53 (3)						
65,06 (4)	77,83 (2)					
84,23 (1)						
72,98 (3)	84,40 (1)					
68,00 (4)	90,00 (0)					
84,95 (1)						
79,74 (2)	90,00 (0)					
75,04 (3)	85,06 (1)					
70,94 (4)	80,60 (2)					
76,74 (3)						
85,36 (1)						
80,96 (2)						
76,97 (3)						
73,48 (4)						
66,42 (2)	78,46 (1)	90,00 (0)				
56,79 (3)	79,48 (1)	90,00 (0)				
53,40 (4)	63,43 (3)	72,65 (2)	90,00 (0)			
45,00 (5)	64,90 (3)	73,57 (2)	81,87 (1)			
66,14 (3)	82,25 (1)					
41,91 (6)	60,26 (4)	68,15 (3)	75,64 (2)	82,87 (1)		
53,30 (5)	61,44 (4)	68,99 (3)	83,14 (1)	90,00 (0)		
49,40 (6)	64,29 (4)	77,47 (2)	83,77 (1)			
59,14 (5)	72,07 (3)	84,11 (1)				
48,13 (7)	67,58 (4)	73,38 (3)	84,53 (1)			
40,60 (7)	49,40 (6)	64,29 (4)	77,47 (2)	83,77 (1)		
50,77 (6)	71,57 (3)	77,83 (2)	83,95 (1)			
38,67 (8)	46,91 (7)	54,16 (6)	60,79 (5)	67,02 (4)	72,98 (3)	
44,31 (8)	57,54 (6)	63,43 (5)	69,04 (4)	74,44 (3)	79,70 (2)	
37,87 (9)	52,13 (7)	58,25 (6)	63,99 (5)	79,90 (2)	84,97 (1)	
48,37 (8)	54,46 (7)	60,11 (6)	65,47 (5)	70,60 (4)	80,44 (2)	
46,35 (9)	67,45 (5)	76,70 (3)	81,18 (2)			
56,98 (7)	62,15 (6)	71,86 (4)	81,04 (2)			
45,70 (10)	69,56 (5)	73,78 (4)	81,97 (2)			
37,87 (9)	52,13 (7)	63,99 (5)	74,74 (3)	79,90 (2)	84,97 (1)	
52,95 (7)	75,04 (3)	85,06 (1)				
41,63 (9)	48,37 (8)	65,47 (5)	70,60 (4)	80,44 (2)	85,24 (1)	
42,71 (9)	49,22 (8)	55,14 (7)	65,91 (5)	70,94 (4)	75,82 (3)	
51,48 (8)	62,15 (6)	81,04 (2)	85,54 (1)			
39,92 (10)	57,53 (7)	62,60 (6)	67,45 (5)	76,70 (3)	85,60 (1)	
47,13 (9)	58,05 (7)	67,79 (5)	76,89 (3)	85,66 (1)		
37,06 (11)	49,24 (9)	54,52 (8)	59,48 (7)	73,13 (4)	85,84 (1)	
52,14 (9)	61,48 (7)	78,19 (3)	86,09 (1)			
45,70 (10)	56,03 (8)	65,22 (6)	69,56 (5)	73,78 (4)	77,91 (3)	
40,62 (11)	51,61 (9)	61,12 (7)	65,54 (6)	78,05 (3)	82,07 (2)	

5	4	2	21,04 (14)	29,93 (13)	36,87 (12)
			86,18 (1)	90,00 (0)	
5	4	3	27,69 (14)	34,70 (13)	45,92 (11)
			82,73 (2)	86,37 (1)	
5	4	4	33,97 (14)	39,64 (13)	44,70 (12)
5	5	1	20,06 (15)	46,46 (11)	55,69 (9)
5	5	2	24,09 (15)	43,09 (12)	56,79 (9)
5	5	3	29,15 (15)	40,81 (13)	50,18 (11)
5	5	4	34,34 (15)	39,59 (14)	44,31 (13)

h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2			
2	1	1						
			2	1	1	33,56 (5)	48,19 (4)	60,00 (3)
			2	2	1	17,72 (7)	35,26 (6)	47,12 (5)
			3	1	0	25,35 (7)	49,80 (5)	58,91 (4)
			3	1	1	10,02 (8)	42,39 (6)	60,50 (4)
			3	2	0	25,07 (8)	37,57 (7)	55,52 (5)
			3	2	1	10,89 (9)	29,21 (8)	40,20 (7)
						90,00 (0)		
			3	2	2	8,05 (10)	26,98 (9)	53,55 (6)
			3	3	1	20,51 (10)	41,47 (8)	68,00 (4)
			3	3	2	16,78 (11)	29,50 (10)	52,46 (7)
			4	1	0	26,98 (9)	46,12 (7)	53,55 (6)
			4	1	1	15,79 (10)	39,66 (8)	47,66 (7)
			4	2	1	11,49 (11)	36,70 (9)	44,55 (8)
			4	3	0	26,08 (11)	35,26 (10)	55,14 (7)
			4	3	1	16,10 (12)	28,27 (11)	36,81 (10)
						85,41 (1)		
			4	3	2	9,76 (13)	24,53 (12)	33,50 (11)
						76,85 (3)	90,00 (0)	
			4	3	3	11,42 (14)	24,47 (13)	55,94 (8)
			4	4	1	22,50 (13)	38,58 (11)	44,71 (10)
			4	4	3	16,99 (15)	26,80 (14)	54,98 (9)
			5	1	0	28,27 (11)	43,90 (9)	55,91 (7)
			5	1	1	19,47 (12)	38,22 (10)	51,06 (8)
			5	2	0	24,53 (12)	40,98 (9)	52,66 (8)
			5	2	1	14,31 (13)	34,93 (11)	41,81 (10)
						85,73 (1)	90,00 (0)	
			5	2	2	5,77 (14)	38,58 (11)	44,71 (10)
			5	3	0	24,47 (13)	39,63 (11)	55,94 (8)
			5	3	1	14,96 (14)	34,10 (12)	46,36 (10)
			5	3	2	6,59 (15)	30,58 (13)	37,37 (12)
						78,54 (3)	82,39 (2)	86,20 (1)
			5	3	3	5,05 (16)	29,35 (14)	51,50 (10)
			5	4	0	26,80 (14)	34,02 (13)	54,98 (9)
			5	4	1	19,11 (15)	28,13 (14)	35,02 (13)
						79,11 (3)	82,76 (2)	86,39 (1)
			5	4	2	13,16 (16)	24,09 (15)	37,71 (13)
						79,48 (3)	86,51 (1)	
			5	4	3	11,04 (17)	22,52 (16)	30,00 (15)
						73,22 (5)	80,03 (3)	90,00 (0)
			5	4	4	13,26 (18)	23,18 (17)	57,27 (10)
			5	5	1	23,84 (16)	36,84 (14)	46,69 (12)
			5	5	2	19,19 (17)	38,94 (14)	43,76 (13)
			5	5	3	16,92 (18)	31,75 (16)	50,37 (12)
			5	5	4	17,30 (19)	25,24 (18)	50,44 (11)

48,19 (10)	53,13 (9)	57,77 (8)	66,42 (6)	78,46 (3)
50,77 (10)	63,72 (7)	67,70 (6)	71,57 (5)	79,06 (3)
69,18 (6)	76,29 (4)	79,76 (3)		
64,00 (7)	71,75 (5)	79,17 (3)		
60,87 (8)	72,28 (5)	86,51 (1)		
65,95 (7)	73,08 (5)	86,66 (1)		
70,71 (6)	74,02 (5)	80,49 (3)		

70,53 (2)	80,41 (1)			
65,91 (3)	74,21 (2)	82,18 (1)		
75,04 (2)	82,58 (1)			
75,75 (2)	90,00 (0)			
63,07 (4)	83,50 (1)			
49,11 (6)	56,94 (5)	70,89 (3)	77,40 (2)	83,74 (1)
60,33 (5)	72,72 (3)	78,58 (2)	84,32 (1)	
79,20 (2)				
64,20 (5)	69,63 (4)	79,98 (2)	85,01 (1)	
60,33 (5)	72,72 (3)	78,58 (2)		
54,74 (6)	61,24 (5)	73,22 (3)	84,48 (1)	
51,42 (7)	63,55 (5)	69,12 (4)	84,89 (1)	90,00 (0)
65,91 (5)	80,60 (2)	85,32 (1)		
43,90 (9)	61,29 (6)	66,40 (5)	71,32 (4)	76,10 (3)
46,98 (9)	52,66 (8)	57,95 (7)	67,73 (5)	72,35 (4)
60,65 (7)	69,51 (5)	81,95 (2)	85,99 (1)	
64,76 (6)	69,19 (5)	77,69 (3)	81,83 (2)	
63,49 (7)	67,51 (6)	82,67 (2)	86,34 (1)	
61,29 (6)	71,32 (4)	76,10 (3)		
61,87 (6)	71,68 (4)	80,06 (2)		
57,95 (7)	76,85 (3)	85,65 (1)		
47,87 (9)	53,40 (8)	58,55 (7)	68,12 (5)	81,43 (2)
60,17 (7)	64,76 (6)	77,69 (3)	85,92 (1)	
60,65 (7)	81,95 (2)	85,99 (1)		
56,49 (8)	65,54 (6)	73,98 (4)	82,07 (2)	90,00 (0)
43,24 (11)	53,41 (9)	60,59 (6)	70,66 (5)	74,64 (4)
60,13 (8)	75,58 (4)	82,85 (2)		
67,51 (6)	78,97 (3)	86,34 (1)		
49,89 (12)	46,14 (11)	63,83 (7)	71,64 (5)	75,41 (4)
43,09 (12)	47,98 (11)	60,87 (8)	72,28 (5)	75,91 (4)
50,57 (11)	54,74 (10)	58,69 (9)	66,16 (7)	69,73 (6)
60,88 (9)	67,76 (7)	83,79 (2)	86,90 (1)	
62,79 (8)	69,94 (6)	76,78 (4)	81,43 (2)	
67,11 (7)	70,53 (6)	77,16 (4)	80,41 (3)	
64,84 (8)	71,40 (6)	77,73 (4)	83,90 (2)	
63,11 (9)	66,30 (8)	84,23 (2)	87,12 (1)	

h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2		
2	2	1	2	2	1	27,27 (8)	38,94 (7)
			3	1	0	32,51 (8)	42,45 (7)
			3	1	1	25,24 (9)	45,29 (7)
			3	2	0	22,41 (10)	42,30 (8)
			3	2	1	11,49 (11)	27,02 (10)
			3	2	2	14,04 (12)	27,21 (11)
			3	3	1	6,21 (13)	32,73 (11)
			3	3	2	5,77 (14)	22,50 (13)
			4	1	0	36,06 (10)	43,31 (9)
			4	1	1	30,20 (11)	45,00 (9)
			4	2	1	18,98 (13)	29,21 (12)
						77,40 (3)	81,64 (2)
			4	3	0	21,04 (14)	42,83 (11)
			4	3	1	11,31 (15)	31,81 (13)
						86,25 (1)	90,00 (0)
			4	3	2	7,96 (16)	21,80 (15)
						82,89 (2)	86,45 (1)
			4	3	3	13,63 (17)	23,84 (16)
			4	4	1	9,45 (17)	29,50 (15)
			4	4	3	8,47 (19)	20,44 (18)
			5	1	0	38,33 (12)	44,02 (11)
			5	1	1	33,49 (13)	45,12 (11)
			5	2	0	29,94 (14)	42,03 (12)
			5	2	1	24,09 (15)	31,57 (14)
						79,48 (3)	86,51 (1)
			5	2	2	21,81 (16)	41,03 (13)
			5	3	0	23,84 (16)	42,00 (13)
			5	3	1	16,70 (17)	32,31 (15)
			5	3	2	13,26 (18)	23,18 (17)
						74,31 (5)	80,66 (3)
			5	3	3	15,02 (19)	30,21 (17)
			5	4	0	20,44 (18)	43,21 (14)
			5	4	1	12,24 (19)	29,03 (17)
						78,13 (4)	81,12 (3)
			5	4	2	6,38 (20)	26,57 (18)
						84,30 (2)	87,15 (1)
			5	4	3	8,13 (21)	19,47 (20)
						76,37 (5)	81,87 (3)
			5	4	4	13,75 (22)	22,00 (21)
			5	5	1	11,42 (21)	27,52 (19)
			5	5	2	3,68 (22)	30,47 (19)
			5	5	3	3,52 (23)	24,31 (21)
			5	5	4	10,02 (24)	19,32 (23)

h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2		
3	1	0	3	1	0	25,84 (9)	36,87 (8)
			3	1	1	17,55 (10)	40,29 (8)
			3	2	0	15,26 (11)	37,87 (9)
			3	2	1	21,62 (11)	32,31 (10)
						85,15 (1)	90,00 (0)
			3	2	2	32,47 (11)	46,35 (9)
			3	3	1	29,47 (12)	43,49 (10)

Продолжение табл. 14

63,61 (4)	83,62 (1)	90,00 (0)				
58,19 (5)	65,06 (4)	83,95 (1)				
59,83 (5)	72,45 (3)	84,23 (1)				
49,67 (7)	68,30 (4)	79,34 (2)	84,70 (1)			
36,70 (9)	57,69 (6)	63,55 (5)	74,50 (3)	79,74 (2)	84,89 (1)	
49,70 (8)	66,16 (5)	71,13 (4)	75,96 (3)	90,00 (0)		
57,04 (7)	67,52 (5)	85,61 (1)				
44,71 (10)	60,17 (7)	69,19 (5)	81,83 (2)	85,92 (1)		
55,53 (7)	60,98 (6)	80,69 (2)				
51,06 (8)	56,63 (7)	66,87 (5)	71,68 (4)	90,00 (0)		
36,86 (11)	43,33 (10)	54,41 (8)	64,12 (6)	68,67 (5)	73,08 (4)	
48,19 (10)	70,53 (5)	82,34 (2)				
38,33 (12)	53,96 (9)	58,47 (8)	62,77 (7)	74,84 (4)	78,69 (3)	
29,94 (14)	44,03 (12)	56,15 (9)	64,32 (7)	68,20 (6)	75,66 (4)	
90,00 (0)						
51,04 (11)	62,79 (8)	73,39 (5)	76,78 (4)	86,72 (1)		
35,67 (14)	54,53 (10)	69,63 (6)	83,34 (2)	86,67 (1)		
47,41 (13)	58,63 (10)	71,80 (6)	81,02 (3)	84,02 (2)		
53,96 (9)	58,47 (8)	62,77 (7)	78,69 (3)			
54,74 (9)	63,32 (7)	71,29 (5)	86,32 (1)			
56,15 (9)	60,32 (8)	68,20 (6)	86,45 (1)			
37,71 (13)	47,98 (11)	52,51 (10)	64,79 (7)	68,58 (6)	72,28 (5)	
45,87 (12)	62,34 (8)	73,13 (5)	76,58 (4)	79,98 (3)		
51,04 (11)	66,41 (7)	76,78 (4)	86,72 (1)			
42,91 (13)	51,70 (11)	59,53 (9)	73,64 (5)	80,27 (3)	86,77 (1)	
35,80 (15)	40,80 (14)	53,50 (11)	60,88 (9)	67,76 (7)	71,07 (6)	
83,79 (2)						
48,64 (13)	69,16 (7)	75,28 (5)	87,09 (1)			
47,41 (13)	71,80 (6)	81,02 (3)	84,02 (2)			
34,62 (16)	39,51 (15)	51,89 (12)	55,54 (11)	65,70 (8)	75,10 (5)	
87,05 (1)						
32,36 (17)	37,34 (16)	60,20 (10)	63,43 (9)	69,65 (7)	78,54 (4)	
90,00 (0)						
26,41 (19)	45,00 (15)	55,55 (12)	64,90 (9)	67,84 (8)	70,73 (7)	
87,30 (1)	90,00 (0)					
51,82 (14)	60,94 (11)	74,64 (6)	77,25 (5)	84,93 (2)		
37,49 (17)	52,64 (13)	70,93 (7)	81,95 (3)	87,32 (1)		
35,26 (18)	60,07 (11)	65,91 (9)	84,79 (2)	87,40 (1)		
42,46 (17)	61,49 (11)	67,01 (9)	82,52 (3)	87,51 (1)		
48,97 (16)	57,76 (13)	73,31 (7)	80,55 (4)	82,93 (3)		
53,13 (6)	72,54 (3)	84,26 (1)	90,00 (0)			
55,10 (6)	67,58 (4)	79,01 (2)	90,00 (0)			
52,13 (7)	58,25 (6)	74,74 (3)	79,90 (2)			
40,48 (9)	47,46 (8)	53,73 (7)	59,53 (6)	65,00 (5)	75,31 (3)	
52,15 (8)	57,53 (7)	72,13 (4)	76,70 (3)			
54,52 (8)	64,20 (6)	90,00 (0)				

3	3	2	36,00 (12)	42,13 (11)
4	1	0	4,40 (13)	23,02 (12)
4	1	1	14,31 (13)	34,93 (11)
4	2	1	14,96 (14)	26,22 (13)
4	3	0	18,43 (15)	34,70 (13)
4	3	1	21,52 (15)	36,27 (13)
			71,94 (5)	86,44 (1)
4	3	2	28,26 (15)	34,70 (14)
			79,85 (3)	83,26 (2)
4	3	3	35,56 (15)	45,17 (13)
4	4	1	28,26 (16)	44,31 (13)
4	4	3	37,80 (16)	42,20 (15)
5	1	0	7,13 (16)	21,52 (15)
5	1	1	13,16 (16)	31,57 (14)
5	2	0	3,37 (17)	28,26 (15)
5	2	1	11,04 (17)	22,52 (16)
			83,37 (2)	86,69 (1)
5	2	2	20,64 (17)	44,31 (13)
5	3	0	12,53 (18)	35,56 (15)
5	3	1	15,82 (18)	31,21 (16)
			83,86 (2)	90,00 (0)
5	3	2	22,57 (18)	29,30 (17)
			78,16 (4)	81,15 (3)
5	3	3	29,77 (18)	47,53 (14)
5	4	0	20,22 (19)	32,91 (17)
5	4	1	22,01 (19)	33,95 (17)
			84,40 (2)	87,20 (1)
5	4	2	26,41 (19)	36,74 (17)
			87,30 (1)	
5	4	3	31,82 (19)	36,39 (18)
			66,27 (9)	71,76 (7)
5	4	4	37,27 (19)	44,60 (17)
5	5	1	27,67 (20)	44,89 (16)
5	5	2	30,61 (20)	42,98 (17)
5	5	3	34,57 (20)	42,18 (18)
5	5	4	38,88 (20)	42,30 (19)

h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2		
3	1	1	3	1	1	35,10 (9)	50,48 (7)
			3	2	0	23,09 (11)	41,18 (9)
			3	2	1	14,76 (12)	36,31 (10)
			3	2	2	18,07 (13)	36,45 (11)
			3	3	1	25,94 (13)	40,46 (11)
			3	3	2	25,85 (14)	39,52 (12)
			4	1	0	18,07 (13)	36,45 (11)
			4	1	1	5,77 (14)	31,48 (12)
			4	2	1	9,27 (15)	31,20 (13)
			4	3	0	25,24 (15)	38,38 (13)
			4	3	1	18,90 (16)	34,12 (14)
			4	3	2	17,86 (17)	32,88 (15)
			4	3	3	21,45 (18)	34,17 (16)
			4	4	1	26,84 (17)	38,07 (15)
			4	4	3	26,53 (19)	36,82 (17)

52,64 (9)	61,84 (7)	66,14 (6)	78,33 (3)		
32,47 (11)	57,53 (7)	72,13 (4)	76,70 (3)	85,60 (1)	
58,55 (7)	72,65 (4)	81,43 (2)	85,73 (1)		
40,62 (11)	46,36 (10)	61,12 (7)	60,82 (5)	82,07 (2)	86,04 (1)
40,63 (12)	55,30 (9)	71,57 (5)	75,35 (4)	79,06 (3)	
46,98 (11)	51,67 (10)	56,07 (9)	60,26 (8)	64,27 (7)	68,15 (6)
90,00 (0)					
40,24 (13)	49,76 (11)	54,04 (10)	58,10 (9)	65,73 (7)	72,93 (5)
49,40 (12)	60,78 (9)	71,01 (6)	74,27 (5)		
52,73 (11)	63,87 (8)	67,34 (7)	86,84 (1)		
50,06 (13)	63,61 (9)	66,73 (8)	75,70 (5)		
29,74 (14)	60,26 (8)	71,94 (5)	79,28 (3)	82,87 (2)	86,44 (1)
60,87 (8)	75,91 (4)	83,01 (2)			
40,24 (13)	49,76 (11)	69,37 (6)	72,93 (5)	83,26 (2)	86,63 (1)
36,07 (14)	41,36 (13)	50,57 (11)	62,49 (8)	66,16 (7)	73,22 (5)
52,73 (11)	63,87 (8)	77,28 (4)	86,84 (1)		
40,60 (14)	49,40 (12)	60,78 (9)	74,27 (5)	77,47 (4)	80,64 (3)
41,55 (14)	50,10 (12)	57,69 (10)	64,68 (8)	71,29 (6)	77,65 (4)
44,10 (14)	48,17 (13)	52,01 (12)	55,65 (11)	62,50 (9)	68,96 (7)
87,06 (1)					
54,64 (12)	73,18 (6)	78,88 (4)			
42,20 (15)	53,66 (12)	57,09 (11)	69,78 (7)	75,70 (5)	78,61 (4)
38,67 (16)	46,91 (14)	50,63 (13)	57,54 (11)	67,02 (8)	70,03 (7)
48,70 (14)	52,21 (13)	58,77 (11)	61,87 (10)	70,73 (7)	84,59 (2)
40,51 (17)	47,87 (15)	51,24 (14)	54,45 (13)	57,54 (12)	60,53 (11)
77,08 (5)	79,70 (4)				
47,92 (16)	62,57 (11)	70,42 (8)	72,95 (7)		
51,69 (14)	63,72 (10)	69,25 (8)	84,92 (2)		
55,98 (13)	61,75 (11)	64,51 (10)	87,53 (1)		
54,80 (14)	60,39 (12)	65,69 (10)	80,52 (4)		
48,57 (17)	64,65 (11)	67,00 (10)	74,19 (7)		
62,96 (5)	84,78 (1)				
54,17 (7)	65,28 (5)	75,47 (3)	85,20 (1)		
49,86 (8)	61,09 (6)	71,20 (4)	80,73 (2)		
48,84 (9)	59,21 (7)	68,55 (5)	85,81 (1)		
51,50 (9)	61,04 (7)	69,77 (5)	78,02 (3)		
50,00 (10)	59,05 (8)	67,31 (6)	75,10 (4)	90,00 (0)	
59,21 (7)	68,55 (5)	77,33 (3)	85,81 (1)		
44,71 (10)	55,35 (8)	64,76 (6)	81,83 (2)	90,00 (0)	
43,64 (11)	53,69 (9)	70,79 (5)	78,62 (3)	86,23 (1)	
57,13 (9)	65,03 (7)	72,45 (5)	86,54 (1)		
44,80 (12)	53,75 (10)	61,77 (8)	69,22 (6)	76,32 (4)	83,21 (2)
43,29 (13)	51,98 (11)	66,93 (7)	73,74 (5)	80,33 (3)	86,79 (1)
51,65 (12)	58,86 (10)	65,56 (8)	71,93 (6)	84,06 (2)	
54,74 (11)	61,81 (9)	68,44 (7)	74,79 (5)	80,94 (3)	
52,26 (13)	58,80 (11)	64,93 (9)	76,38 (5)	87,30 (1)	

h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2			
3	1	1	5	1	0	18,90 (16)	34,12 (14)	61,77 (8)
			5	1	1	9,45 (17)	29,50 (15)	41,03 (13)
			5	2	0	17,86 (17)	43,29 (13)	51,98 (11)
			5	2	1	7,75 (18)	28,26 (16)	39,59 (14)
						90,00 (0)		
			5	2	2	4,26 (19)	38,07 (15)	46,97 (13)
			5	3	0	21,45 (18)	43,62 (14)	51,65 (12)
			5	3	1	14,46 (19)	29,96 (17)	40,14 (15)
			5	3	2	11,98 (20)	38,50 (16)	46,78 (14)
						84,39 (2)		
			5	3	3	15,08 (21)	38,59 (17)	46,39 (15)
			5	4	0	26,53 (19)	36,82 (17)	58,80 (11)
			5	4	1	21,49 (20)	33,13 (18)	41,89 (16)
						84,66 (2)		
			5	4	2	19,29 (21)	31,35 (19)	40,17 (17)
						82,25 (3)		
			5	4	3	20,27 (22)	31,48 (20)	39,87 (18)
						90,00 (0)		
			5	4	4	23,29 (23)	33,00 (21)	53,20 (15)
			5	5	1	27,55 (21)	36,66 (19)	56,71 (13)
			5	5	2	25,49 (22)	42,39 (18)	48,97 (16)
			5	5	3	25,47 (23)	41,77 (19)	48,14 (17)
			5	5	4	27,04 (24)	35,26 (22)	53,57 (16)
h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2			
3	2	0	3	2	0	22,62 (12)	46,19 (9)	62,51 (6)
			3	2	1	15,50 (13)	27,19 (12)	35,38 (11)
						77,15 (3)	85,75 (1)	90,00 (0)
			3	2	2	29,02 (13)	36,18 (12)	47,73 (10)
			3	3	1	17,36 (15)	45,58 (11)	55,06 (9)
			3	3	2	27,51 (15)	39,76 (13)	44,80 (12)
			4	1	0	19,65 (14)	36,18 (12)	42,27 (11)
			4	1	1	23,76 (14)	44,02 (11)	49,18 (10)
			4	2	1	14,45 (16)	32,08 (14)	48,26 (11)
						83,05 (2)	86,53 (1)	
			4	3	0	3,18 (18)	19,44 (17)	48,27 (12)
			4	3	1	11,74 (18)	22,38 (17)	40,40 (14)
						74,22 (5)	80,61 (3)	86,88 (1)
			4	3	2	22,02 (18)	28,89 (17)	34,51 (16)
						75,08 (5)	84,09 (2)	87,05 (1)
			4	3	3	31,11 (18)	36,04 (17)	44,48 (15)
			4	4	1	15,07 (20)	47,47 (14)	57,92 (11)
			4	4	3	29,97 (20)	38,77 (18)	42,58 (17)
			5	1	0	22,38 (17)	35,32 (15)	45,00 (13)
			5	1	1	24,85 (17)	46,06 (13)	68,06 (7)
			5	2	0	11,89 (19)	34,51 (16)	39,42 (15)
			5	2	1	15,82 (19)	30,59 (17)	35,89 (16)
						87,10 (1)		
			5	2	2	23,46 (19)	39,42 (16)	57,92 (11)
			5	3	0	2,73 (21)	25,35 (19)	44,48 (15)
			5	3	1	10,10 (21)	27,03 (19)	37,16 (17)
						87,31 (1)		

Продолжение табл. 14

69,22 (6)	76,32 (4)	83,21 (2)		
58,52 (9)	66,03 (7)	79,98 (3)	86,67 (1)	
66,93 (7)	80,33 (3)	86,79 (1)		
48,66 (12)	56,60 (10)	70,71 (6)	77,28 (4)	83,68 (2)
54,74 (11)	61,81 (9)	80,94 (3)	86,99 (1)	
65,56 (8)	78,06 (4)	84,06 (2)		
48,51 (13)	55,90 (11)	75,24 (5)	81,21 (3)	87,08 (1)
54,06 (12)	60,72 (10)	66,97 (8)	72,93 (6)	78,72 (4)
59,62 (11)	65,55 (9)	71,22 (7)	87,36 (1)	
64,93 (9)	70,75 (7)	87,30 (1)		
56,06 (12)	62,27 (10)	68,15 (8)	73,79 (6)	79,27 (4)
47,61 (15)	54,25 (13)	66,14 (9)	71,66 (7)	77,01 (5)
46,98 (16)	53,35 (14)	64,76 (10)	70,05 (8)	80,18 (4)
58,72 (13)	63,94 (11)	73,77 (7)	83,12 (3)	
62,33 (11)	67,67 (9)	72,81 (7)	82,72 (3)	
60,50 (12)	70,84 (8)	75,75 (6)	80,55 (4)	
59,32 (13)	69,31 (9)	74,05 (7)	87,75 (1)	
58,70 (14)	63,55 (12)	77,13 (6)	85,74 (2)	
67,38 (5)	72,08 (4)	90,00 (0)		
48,15 (9)	53,63 (8)	58,74 (7)	68,25 (5)	72,75 (4)
70,35 (5)	82,27 (2)	90,00 (0)		
63,55 (7)	79,00 (3)			
72,80 (5)	79,78 (3)	90,00 (0)		
47,73 (10)	57,44 (8)	70,35 (5)	78,36 (3)	82,27 (2)
70,92 (5)	86,25 (1)			
52,75 (10)	61,04 (8)	64,93 (7)	72,39 (5)	75,99 (4)
60,05 (9)	63,66 (8)	70,56 (6)	86,82 (1)	
53,25 (11)	57,05 (10)	60,69 (9)	67,62 (7)	70,95 (6)
43,86 (14)	47,97 (13)	51,83 (12)	65,67 (8)	72,00 (6)
90,00 (0)				
73,42 (6)	81,80 (3)	87,27 (1)		
61,13 (10)	76,03 (5)	78,86 (4)		
74,94 (6)	80,02 (4)	87,52 (1)		
57,05 (10)	67,62 (7)	80,61 (3)	83,75 (2)	
74,52 (5)	86,94 (1)			
55,49 (11)	59,00 (10)	72,00 (6)	78,11 (4)	
48,83 (13)	56,15 (11)	66,10 (8)	69,24 (7)	78,31 (4)
61,13 (10)	78,86 (4)	84,46 (2)		
61,60 (10)	64,65 (9)	73,42 (6)	87,27 (1)	
52,45 (13)	58,96 (11)	65,04 (9)	70,84 (7)	81,91 (3)

5	3	2	19,12 (21)	31,26 (19)
			79,63 (4)	87,42 (1)
5	3	3	27,35 (21)	36,52 (19)
5	4	0	4,97 (23)	17,65 (22)
5	4	1	10,16 (23)	19,69 (22)
			77,64 (5)	85,09 (2)
5	4	2	18,02 (23)	24,55 (22)
			80,48 (4)	85,26 (2)
5	4	3	25,56 (23)	30,35 (22)
			76,39 (6)	85,50 (2)
5	4	4	32,34 (23)	36,08 (22)
5	5	1	13,85 (25)	48,68 (17)
5	5	2	19,34 (25)	44,18 (19)
5	5	3	25,49 (25)	40,69 (21)
5	5	4	31,41 (25)	38,26 (23)

h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2		
3	2	1	3	2	1	21,79 (13)	31,00 (12)
						73,40 (4)	81,79 (2)
			3	2	2	13,52 (15)	24,84 (14)
						82,55 (2)	86,28 (1)
			3	3	1	11,18 (16)	30,86 (14)
						90,00 (0)	
			3	3	2	14,38 (17)	24,26 (16)
						80,16 (3)	83,46 (2)
			4	1	0	24,84 (14)	32,58 (13)
						82,55 (2)	86,28 (1)
			4	1	1	19,11 (15)	35,02 (13)
						75,41 (4)	79,11 (3)
			4	2	1	7,49 (17)	21,07 (16)
						65,91 (7)	73,05 (5)
			4	3	0	15,82 (18)	24,68 (17)
						74,50 (5)	83,86 (2)
			4	3	1	5,21 (19)	19,36 (18)
						65,21 (8)	68,48 (7)
			4	3	2	6,98 (20)	19,45 (19)
						66,61 (8)	75,63 (5)
			4	3	3	15,73 (21)	23,55 (20)
						79,44 (4)	82,10 (3)
			4	4	1	12,31 (21)	27,88 (19)
						73,79 (6)	76,55 (5)
			4	4	3	16,26 (23)	23,33 (22)
						77,95 (5)	82,81 (3)
			5	1	0	27,00 (17)	33,00 (16)
						80,95 (3)	83,98 (2)
			5	1	1	22,21 (18)	34,62 (16)
						90,00 (0)	
			5	2	0	19,45 (19)	32,47 (17)
						78,55 (4)	87,16 (1)
			5	2	1	12,60 (20)	22,01 (19)
						60,79 (10)	63,95 (9)

43,96 (16)	54,20 (13)	57,32 (12)	60,34 (11)	66,11 (9)	77,00 (5)
90,00 (0)					-
50,62 (15)	67,63 (9)	82,71 (3)	87,58 (1)		
49,48 (15)	58,68 (12)	64,33 (10)	69,73 (8)	72,35 (7)	85,03 (2)
43,32 (17)	53,19 (14)	56,20 (13)	61,92 (11)	64,66 (10)	72,57 (7)
38,23 (19)	48,58 (16)	54,63 (14)	62,95 (11)	70,69 (8)	73,18 (7)
34,54 (21)	41,82 (19)	45,09 (18)	48,18 (17)	69,33 (9)	74,06 (7)
87,75 (1)					
42,72 (20)	75,10 (7)	81,55 (4)	85,79 (2)		
59,68 (13)	74,23 (7)	78,80 (5)			
52,85 (16)	65,47 (11)	79,12 (5)	81,32 (4)		
46,68 (19)	71,04 (9)	79,60 (5)	87,93 (1)		
41,32 (22)	76,17 (7)	80,17 (5)	86,08 (2)		

38,21 (11)	44,42 (19)	49,99 (9)	60,00 (7)	64,62 (6)	69,08 (5)
85,90 (1)					
32,58 (13)	44,52 (11)	49,59 (10)	63,02 (7)	71,09 (5)	78,79 (3)
42,63 (12)	52,18 (10)	60,63 (8)	68,41 (6)	75,80 (4)	82,96 (2)
31,27 (15)	42,21 (13)	55,26 (10)	59,15 (9)	62,88 (8)	73,45 (5)
86,73 (1)					
44,52 (11)	49,59 (10)	54,31 (9)	63,02 (7)	67,11 (6)	71,09 (5)
40,89 (12)	46,14 (11)	50,95 (10)	55,46 (9)	67,79 (6)	71,64 (5)
86,39 (1)					
28,98 (15)	40,70 (13)	45,58 (12)	50,09 (11)	58,34 (9)	62,19 (8)
76,51 (4)	79,92 (3)	86,66 (1)	90,00 (0)		
36,70 (15)	45,98 (13)	53,99 (11)	57,69 (10)	61,24 (9)	71,29 (6)
86,94 (1)					
27,00 (17)	33,00 (16)	38,17 (15)	42,79 (14)	47,05 (13)	54,79 (11)
74,81 (5)	80,05 (3)	83,98 (2)	87,00 (1)	90,00 (0)	
32,47 (17)	37,43 (16)	41,89 (15)	49,82 (13)	56,91 (11)	63,47 (9)
78,55 (4)	81,44 (3)	87,16 (1)			
29,44 (19)	46,57 (15)	50,08 (14)	59,72 (11)	65,64 (9)	71,29 (7)
84,74 (2)	87,37 (1)				
33,13 (18)	45,74 (15)	49,36 (14)	62,27 (10)	65,25 (9)	70,99 (7)
81,98 (3)	87,33 (1)				
28,77 (21)	44,80 (17)	54,24 (14)	57,14 (13)	65,33 (10)	73,01 (7)
85,21 (2)	87,61 (1)				
42,79 (14)	47,05 (13)	54,79 (11)	61,85 (9)	65,21 (8)	68,48 (7)
43,94 (14)	51,89 (12)	59,05 (10)	65,70 (8)	72,02 (6)	78,13 (4)
37,43 (16)	49,82 (13)	53,45 (12)	56,91 (11)	63,47 (9)	66,61 (8)
28,56 (18)	33,95 (17)	42,95 (15)	50,63 (13)	54,16 (12)	57,54 (11)
72,98 (6)	75,88 (5)	78,74 (4)	81,58 (3)	84,40 (2)	87,20 (1)

γ_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2		
3	2	1	5	2	2	12,31 (21)	33,13 (18)
			5	3	0	73,79 (6)	76,55 (5)
			5	3	1	15,73 (21)	29,44 (19)
			5	3	2	71,29 (7)	79,44 (4)
			5	3	3	6,35 (22)	25,38 (20)
			5	3	4	74,27 (6)	79,59 (4)
			5	3	5	4,31 (23)	17,48 (22)
			5	3	6	55,69 (13)	61,52 (11)
			5	3	7	90,00 (0)	
			5	3	8	11,99 (24)	26,28 (22)
			5	4	0	75,85 (6)	80,62 (4)
			5	4	1	16,26 (23)	23,33 (22)
			5	4	2	75,50 (6)	82,81 (3)
			5	4	3	8,21 (24)	18,47 (23)
			5	4	4	57,58 (13)	63,02 (11)
			5	4	5	87,64 (1)	90,00 (0)
			5	4	6	5,11 (25)	17,02 (24)
			5	4	7	61,44 (12)	64,01 (11)
			5	4	8	90,00 (0)	
			5	4	9	10,67 (26)	19,11 (25)
			5	4	10	60,57 (13)	63,03 (12)
			5	4	11	87,83 (1)	
			5	4	12	17,10 (27)	23,02 (26)
			5	5	1	77,74 (6)	83,90 (3)
			5	5	2	13,34 (26)	26,08 (24)
			5	5	3	85,71 (2)	
			5	5	4	10,89 (27)	29,21 (24)
			5	5	5	75,25 (7)	77,40 (6)
			5	5	6	13,03 (28)	25,22 (26)
			5	5	7	82,00 (4)	86,01 (2)
			5	5	8	17,44 (29)	22,91 (28)
			5	5	9	76,69 (7)	84,34 (3)
h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2		
3	2	2	3	2	2	19,75 (16)	58,03 (9)
			3	3	1	18,93 (17)	33,42 (15)
			3	3	2	10,75 (19)	21,45 (18)
			4	1	0	34,56 (14)	49,68 (11)
			4	1	1	23,84 (16)	42,00 (13)
			4	2	1	17,70 (18)	32,13 (16)
			4	2	2	71,48 (6)	77,78 (4)
			4	3	0	29,18 (18)	34,45 (17)
			4	3	1	17,95 (20)	25,35 (19)
			4	3	2	79,03 (4)	81,80 (3)
			4	3	3	7,77 (22)	18,95 (21)
			4	3	4	79,62 (4)	82,23 (3)
			4	3	5	3,37 (24)	16,93 (23)
			4	4	1	21,75 (22)	36,66 (19)
			4	4	2	10,00 (26)	18,75 (25)
			5	1	0	36,04 (17)	51,80 (13)
			5	1	1	27,52 (19)	45,56 (15)
			5	2	0	31,16 (19)	43,90 (16)
			5	2	1	21,58 (21)	37,15 (18)
			5	2	2	82,37 (3)	84,92 (2)

Продолжение табл. 11

37,73 (17)	45,74 (15)	49,36 (14)	52,78 (13)	65,25 (9)	70,99 (7)
81,98 (3)	84,66 (2)				
34,41 (18)	50,08 (14)	53,43 (13)	56,63 (12)	59,72 (11)	65,64 (9)
87,37 (1)					
35,59 (18)	43,71 (16)	50,77 (14)	57,17 (12)	63,14 (10)	68,81 (8)
84,82 (2)	90,00 (0)				
24,43 (21)	34,54 (19)	38,70 (18)	42,52 (17)	46,08 (16)	52,63 (14)
64,31 (10)	69,71 (8)	72,33 (7)	77,48 (5)	82,53 (3)	87,52 (1)
35,40 (20)	42,81 (18)	49,30 (16)	60,72 (12)	65,95 (10)	70,97 (8)
85,32 (2)					
37,53 (19)	44,80 (17)	54,24 (14)	57,14 (13)	62,67 (11)	73,01 (7)
85,21 (2)					
24,87 (22)	30,00 (21)	38,41 (19)	45,49 (17)	48,71 (16)	51,79 (15)
65,64 (10)	68,21 (9)	70,74 (8)	75,67 (6)	78,10 (5)	82,89 (3)
23,60 (23)	33,21 (21)	37,17 (20)	40,80 (19)	53,30 (15)	58,81 (13)
68,99 (9)	71,41 (8)	73,81 (7)	78,51 (5)	80,83 (4)	83,14 (3)
20,62 (23)	33,74 (22)	40,89 (20)	44,10 (19)	50,02 (17)	55,46 (15)
65,43 (11)	67,79 (10)	76,89 (6)	79,11 (5)	81,30 (4)	83,49 (3)
27,75 (25)	47,73 (19)	50,42 (18)	57,93 (15)	67,08 (11)	71,42 (9)
85,94 (2)	87,97 (1)				
34,58 (22)	47,65 (18)	63,31 (12)	72,58 (8)	77,02 (6)	81,39 (4)
33,23 (23)	40,20 (21)	54,41 (16)	59,39 (14)	66,42 (11)	70,89 (9)
83,74 (3)	87,92 (1)				
33,38 (24)	40,05 (22)	56,17 (16)	60,85 (14)	73,84 (8)	77,95 (6)
27,35 (27)	46,30 (21)	53,69 (18)	56,00 (17)	66,75 (12)	72,78 (9)
86,23 (2)	88,11 (1)				
61,93 (8)	76,39 (4)	86,63 (1)			
43,67 (13)	59,95 (9)	73,85 (5)	80,39 (3)	86,81 (1)	
55,33 (11)	68,78 (7)	71,93 (6)	87,04 (1)		
53,97 (10)	69,33 (6)	72,90 (5)			
46,69 (12)	59,04 (9)	62,79 (8)	66,41 (7)	80,13 (3)	
37,45 (15)	42,19 (14)	50,57 (12)	58,04 (10)	61,55 (9)	68,25 (7)
86,97 (1)	90,00 (0)				
47,23 (14)	73,08 (6)	84,43 (2)	87,22 (1)		
36,04 (17)	40,44 (16)	44,48 (15)	58,45 (11)	67,63 (8)	76,24 (5)
87,27 (1)					
25,74 (20)	50,91 (14)	54,16 (13)	63,23 (10)	68,88 (8)	76,99 (5)
84,83 (2)					
60,06 (12)	62,77 (11)	73,07 (7)	78,00 (5)	90,00 (0)	
40,54 (18)	56,71 (13)	75,33 (6)	82,72 (3)	85,16 (2)	
57,98 (14)	67,74 (10)	70,07 (9)	74,62 (7)	85,66 (2)	
55,20 (12)	67,63 (8)	70,55 (7)			
59,11 (11)	65,16 (9)	76,50 (5)			
50,91 (14)	60,30 (11)	74,32 (6)	79,62 (4)		
41,17 (17)	51,69 (14)	54,85 (13)	60,85 (11)	66,51 (9)	74,59 (6)

5	2	2	13,82	(23)	32,39	(20)
5	3	0	29,13	(21)	37,79	(19)
5	3	1	19,45	(23)	30,58	(21)
			87,65	(1)		
5	3	2	10,39	(25)	25,19	(23)
			83,22	(3)	85,49	(2)
5	3	3	3,00	(27)	22,38	(25)
5	4	0	29,40	(23)	33,56	(22)
5	4	1	20,67	(25)	20,08	(24)
			87,86	(1)	90,00	(.0)
5	4	2	12,53	(27)	19,94	(26)
			77,47	(6)	81,68	(4)
5	4	3	5,91	(29)	16,18	(28)
			74,07	(8)	76,11	(7)
5	4	4	5,21	(31)	15,48	(30)
5	5	1	23,51	(27)	38,64	(23)
5	5	2	16,84	(29)	30,80	(26)
5	5	3	11,81	(31)	23,70	(29)
5	5	4	9,87	(33)	17,19	(32)

50,71 (15)	59,56 (12)	70,26 (8)	72,81 (7)	90,00 (0)	
48,28 (16)	68,02 (9)	80,42 (4)	87,62 (1)		
38,84 (19)	45,82 (17)	57,80 (13)	63,19 (11)	73,32 (7)	82,94 (3)
30,05 (22)	48,02 (17)	53,83 (15)	59,24 (13)	66,83 (10)	78,65 (5)
56,30 (15)	61,26 (13)	74,90 (7)	79,34 (5)	83,63 (3)	
47,02 (18)	74,62 (7)	85,66 (2)			
38,20 (21)	41,54 (20)	55,85 (15)	70,32 (9)	79,22 (5)	81,39 (4)
29,81 (24)	46,61 (19)	49,40 (18)	64,29 (12)	66,57 (11)	73,19 (8)
83,77 (3)	85,85 (2)				
22,17 (27)	54,33 (17)	56,72 (16)	63,52 (13)	67,83 (11)	72,02 (9)
82,11 (4)	88,03 (1)				
61,19 (15)	63,27 (14)	71,26 (10)	78,89 (6)	88,16 (1)	
54,74 (17)	76,25 (7)	84,15 (3)			
46,12 (21)	62,48 (14)	72,72 (9)	78,58 (6)	88,11 (1)	
53,13 (19)	69,68 (11)	73,49 (9)	88,19 (1)		
59,50 (17)	67,16 (13)	69,01 (12)	76,18 (8)	84,86 (3)	
61,73 (9)	80,92 (3)	86,98 (1)			
38,50 (16)	54,06 (12)	72,93 (6)	84,39 (2)	90,00 (0)	
52,26 (11)	59,95 (9)	67,08 (7)	86,81 (1)		
57,27 (10)	64,37 (8)	77,51 (4)	83,79 (2)		
49,40 (13)	56,59 (11)	69,49 (7)	75,50 (5)	97,13 (1)	
53,38 (13)	65,61 (9)	76,74 (5)	82,09 (3)		
35,92 (18)	43,96 (16)	57,32 (12)	63,26 (10)	68,90 (8)	74,34 (6)
35,96 (19)	50,28 (15)	62,06 (11)	67,45 (9)	72,65 (7)	77,70 (5)
44,91 (18)	56,58 (14)	76,35 (6)	80,95 (4)	90,00 (0)	
40,64 (19)	58,72 (13)	63,94 (11)	78,48 (5)	87,71 (1)	
41,20 (21)	52,48 (17)	75,48 (7)	83,83 (3)	87,95 (1)	
50,96 (14)	57,32 (12)	68,90 (8)	84,84 (2)		
54,97 (13)	60,04 (11)	77,25 (5)	87,47 (1)		
56,37 (13)	62,06 (11)	67,45 (9)	87,56 (1)		
47,92 (16)	54,10 (14)	65,24 (10)	70,42 (8)	80,36 (4)	85,19 (2)
47,24 (17)	63,94 (11)	73,77 (7)	78,48 (5)		
56,58 (14)	61,83 (12)	76,35 (6)	80,95 (4)		
35,48 (21)	48,76 (17)	54,43 (15)	64,75 (11)	69,57 (9)	74,25 (7)
35,04 (22)	41,90 (20)	47,94 (18)	63,47 (12)	68,15 (10)	72,68 (8)
85,73 (2)					
42,72 (21)	62,05 (13)	71,65 (9)	79,93 (5)	83,98 (3)	
52,48 (17)	66,79 (11)	75,48 (7)	83,83 (3)		
38,85 (22)	44,93 (20)	55,50 (16)	60,29 (14)	69,27 (10)	73,55 (8)
38,13 (23)	54,45 (17)	63,60 (13)	67,90 (11)	80,15 (5)	88,04 (1)
32,48 (26)	38,86 (24)	49,54 (20)	58,73 (16)	71,07 (10)	74,96 (8)
90,00 (0)					
45,66 (23)	54,74 (19)	77,72 (7)	81,26 (5)	88,26 (1)	

h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2			
3	3	1	5	5	1	5,21 (31)	21,31 (29)	42,37 (23)
			5	5	2	2,53 (32)	29,06 (28)	35,74 (26)
			5	5	3	9,73 (33)	29,99 (29)	36,25 (27)
			5	5	4	16,23 (34)	25,36 (32)	42,76 (26)
h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2			
3	3	2	3	3	2	17,34 (21)	50,48 (14)	65,85 (9)
			4	1	0	39,14 (15)	43,62 (14)	55,33 (11)
			4	1	1	31,32 (17)	45,29 (14)	49,21 (13)
			4	2	1	21,49 (20)	27,88 (19)	37,73 (17)
						79,27 (4)	87,33 (1)	
			4	3	0	26,43 (21)	39,87 (18)	43,54 (17)
			4	3	1	15,91 (23)	28,59 (21)	33,25 (20)
						80,37 (4)	82,79 (3)	85,20 (2)
			4	3	2	8,21 (25)	18,16 (24)	24,41 (23)
						87,73 (1)	90,00 (0)	
			4	3	3	9,17 (27)	18,07 (26)	56,74 (15)
			4	4	1	15,21 (26)	31,39 (23)	35,26 (22)
			4	4	3	2,70 (30)	15,07 (29)	53,18 (18)
			5	1	0	41,18 (18)	44,70 (17)	57,07 (13)
			5	1	1	34,85 (20)	48,97 (16)	54,94 (14)
			5	2	0	33,76 (21)	41,22 (19)	50,70 (16)
			5	2	1	26,46 (23)	31,09 (22)	42,30 (19)
						74,19 (7)	87,77 (1)	
			5	2	2	21,00 (25)	35,26 (22)	50,88 (17)
			5	3	0	28,65 (24)	39,84 (21)	46,00 (19)
			5	3	1	20,45 (26)	30,13 (24)	37,55 (22)
						81,71 (4)	85,87 (2)	
			5	3	2	14,44 (28)	20,96 (27)	30,16 (25)
						80,04 (5)	84,04 (3)	86,03 (2)
			5	3	3	12,74 (30)	24,45 (28)	54,18 (18)
			5	4	0	25,97 (27)	40,02 (23)	42,90 (22)
			5	4	1	17,44 (29)	31,20 (26)	34,67 (25)
						88,11 (1)		
			5	4	2	9,85 (31)	22,83 (29)	27,14 (28)
						77,15 (7)	82,70 (4)	88,18 (1)
			5	4	3	5,74 (33)	15,24 (32)	20,82 (31)
						74,25 (9)	77,82 (7)	84,81 (3)
			5	4	4	8,75 (35)	16,23 (34)	57,55 (19)
			5	5	1	17,19 (32)	33,29 (28)	48,94 (22)
			5	5	2	9,45 (34)	25,92 (31)	41,03 (26)
			5	5	3	2,25 (36)	19,31 (34)	48,23 (24)
			5	5	4	4,26 (38)	13,83 (37)	54,74 (22)
h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2			
4	1	0	4	1	0	19,75 (16)	28,07 (15)	61,93 (8)
			4	1	1	13,63 (17)	30,96 (15)	62,79 (8)
			4	2	1	17,70 (18)	25,88 (17)	37,45 (15)
						71,48 (6)	77,78 (4)	83,92 (2)
			4	3	0	22,83 (19)	39,09 (16)	50,91 (13)
			4	3	1	25,35 (19)	36,04 (17)	40,44 (16)
						87,27 (1)	90,00 (0)	

Продолжение табл. 14

56,90 (17)	65,32 (13)	77,20 (7)	88,16 (1)	
60,03 (16)	64,08 (14)	82,83 (4)	86,42 (2)	
55,43 (19)	70,82 (11)	84,86 (3)	88,29 (1)	
51,59 (22)	76,94 (8)	83,51 (4)	86,76 (2)	
79,52 (4)	82,16 (3)			
58,86 (10)	62,27 (9)	75,02 (5)		
56,44 (11)	66,30 (8)	69,40 (7)	84,23 (2)	
41,89 (16)	52,78 (13)	59,22 (11)	68,15 (8)	76,55 (5)
75,18 (6)	82,65 (3)	87,56 (1)		
37,40 (19)	51,16 (15)	54,17 (14)	67,89 (9)	77,93 (5)
87,60 (1)				
47,70 (17)	61,64 (12)	64,18 (11)	73,91 (7)	78,58 (5)
68,55 (10)	70,79 (9)	72,99 (8)	83,70 (3)	
50,88 (17)	74,94 (7)	85,74 (2)	87,87 (1)	
64,35 (13)	68,51 (11)	78,48 (6)	80,42 (5)	
59,88 (12)	72,98 (7)			
65,78 (10)	80,55 (4)			
64,18 (11)	69,13 (9)	80,89 (4)		
51,48 (16)	56,98 (14)	59,60 (13)	64,65 (11)	71,86 (8)
61,15 (13)	68,21 (10)	79,31 (5)	85,74 (2)	
70,79 (9)	77,33 (6)	87,90 (1)		
49,56 (18)	54,79 (16)	64,38 (12)	73,24 (8)	77,51 (6)
46,23 (20)	58,75 (15)	63,28 (13)	69,77 (10)	75,99 (7)
67,04 (12)	71,03 (10)	74,92 (8)	90,00 (0)	
76,52 (7)	84,27 (3)	86,18 (2)		
48,86 (20)	51,31 (19)	70,79 (10)	80,53 (5)	82,44 (4)
43,03 (23)	57,30 (17)	59,44 (16)	65,60 (13)	75,27 (8)
50,72 (21)	61,16 (16)	65,03 (14)	66,92 (13)	70,63 (11)
86,54 (2)				
66,71 (14)	71,90 (11)	73,60 (10)	81,88 (5)	
76,18 (8)	86,58 (2)			
56,55 (19)	71,39 (11)	83,34 (4)	88,34 (1)	
63,63 (16)	67,13 (14)	80,41 (6)	83,63 (4)	
63,50 (17)	70,05 (13)	77,88 (8)	79,41 (7)	
76,39 (4)	86,63 (1)	90,00 (0)		
73,39 (5)	80,13 (3)	90,00 (0)		
42,19 (14)	50,57 (12)	61,55 (9)	64,95 (8)	68,25 (7)
90,00 (0)				
54,40 (12)	67,17 (8)	78,81 (4)	81,63 (3)	
44,48 (15)	51,80 (13)	58,45 (11)	67,63 (8)	70,55 (7)

4	3	2	31,16 (19)	35,84 (18)
			68,88 (8)	76,99 (5)
4	3	5	37,79 (19)	48,28 (16)
4	4	1	32,39 (20)	44,13 (17)
4	4	3	40,75 (20)	43,97 (19)
5	1	0	2,73 (21)	17,95 (20)
5	1	1	11,42 (21)	27,52 (19)
5	2	0	7,77 (22)	25,74 (20)
5	2	1	13,05 (22)	21,58 (21)
			82,37 (3)	84,92 (2)
5	2	2	21,75 (22)	40,54 (18)
5	3	0	16,93 (23)	33,71 (20)
5	3	1	19,45 (23)	30,58 (21)
			87,65 (1)	
5	3	2	25,19 (23)	30,05 (22)
			74,01 (7)	78,65 (5)
5	3	3	31,71 (23)	51,04 (17)
5	4	0	24,62 (24)	37,30 (21)
5	4	1	26,08 (24)	38,20 (21)
			72,58 (8)	87,86 (1)
5	4	2	29,81 (24)	37,31 (22)
			66,57 (11)	81,68 (4)
5	4	3	34,59 (24)	37,92 (23)
			74,07 (8)	76,11 (7)
5	4	4	39,56 (24)	47,58 (21)
5	5	1	31,89 (25)	44,50 (21)
5	5	2	34,40 (25)	43,44 (22)
5	5	3	37,87 (25)	43,43 (23)
5	5	4	41,72 (25)	44,23 (24)

h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2		
4	1	1	4	1	1	27,27 (16)	38,94 (14)
			4	2	1	12,24 (19)	29,03 (17)
						81,12 (3)	84,10 (2)
			4	3	0	26,41 (19)	41,04 (16)
			4	3	1	22,41 (20)	33,60 (18)
						71,12 (7)	76,64 (5)
			4	3	2	23,20 (21)	38,02 (18)
						72,16 (7)	74,77 (6)
			4	3	3	27,21 (22)	39,82 (19)
			4	4	1	30,50 (21)	38,78 (19)
			4	4	3	32,15 (23)	42,59 (20)
			5	1	0	13,90 (21)	28,56 (19)
			5	1	1	3,68 (22)	24,88 (20)
			5	2	0	15,65 (22)	38,02 (18)
			5	2	1	8,21 (23)	25,35 (21)
						80,09 (4)	82,58 (3)
			5	2	2	10,02 (24)	34,85 (20)
			5	3	0	21,61 (23)	46,59 (17)
			5	3	1	17,02 (24)	28,78 (22)
						85,43 (2)	
			5	3	2	17,08 (25)	36,59 (21)
						78,98 (5)	90,00 (0)

43,90 (16)	50,91 (14)	54,16 (13)	57,29 (12)	60,30 (11)	63,23 (10)
79,62 (4)					
51,40 (15)	57,27 (13)	68,02 (9)	70,56 (8)		
50,71 (15)	59,56 (12)	70,26 (8)	90,00 (0)		
52,70 (16)	60,50 (13)	62,97 (12)	72,36 (8)		
25,35 (19)	64,65 (9)	76,24 (5)	79,03 (4)	87,27 (1)	
65,16 (9)	70,50 (5)	81,95 (3)	87,32 (1)		
35,84 (18)	54,16 (13)	68,88 (8)	76,99 (5)	82,23 (3)	84,83 (2)
32,72 (19)	37,15 (18)	54,85 (13)	66,51 (9)	71,94 (7)	74,59 (6)
87,46 (1)					
56,71 (13)	65,03 (10)	75,33 (6)	82,72 (3)		
45,00 (17)	60,06 (12)	73,07 (7)	78,00 (5)	82,83 (3)	
38,84 (19)	45,82 (17)	57,80 (13)	63,19 (11)	68,35 (9)	73,32 (7)
44,91 (18)	48,02 (17)	56,58 (14)	59,24 (13)	64,36 (11)	66,83 (10)
83,22 (3)					
56,30 (15)	70,56 (9)	74,99 (7)			
40,75 (20)	52,70 (16)	65,38 (11)	79,08 (5)	81,29 (4)	
44,68 (19)	59,49 (17)	53,22 (16)	55,85 (15)	65,69 (11)	70,32 (9)
90,00 (0)					
40,60 (21)	49,40 (18)	54,66 (16)	59,59 (14)	61,96 (13)	64,29 (12)
83,77 (3)					
43,92 (21)	49,33 (19)	54,33 (17)	56,72 (16)	63,52 (13)	67,83 (11)
50,02 (20)	59,07 (16)	67,33 (12)	69,31 (11)		
49,81 (19)	59,37 (15)	72,20 (9)	88,05 (1)		
53,55 (18)	60,33 (15)	64,59 (13)	84,32 (3)		
57,54 (17)	61,73 (15)	77,23 (7)			
51,18 (21)	61,47 (16)	63,40 (15)	70,83 (11)		
60,00 (9)	67,11 (7)	86,82 (1)			
39,51 (15)	48,04 (13)	55,54 (11)	59,05 (10)	72,02 (6)	75,10 (5)
52,21 (13)	67,84 (8)	70,73 (7)	87,30 (1)		
38,20 (17)	46,10 (15)	49,67 (14)	56,31 (12)	59,44 (11)	65,42 (9)
82,03 (3)					
41,92 (17)	48,96 (15)	52,21 (14)	61,22 (11)	64,04 (10)	66,80 (9)
87,49 (1)					
49,70 (16)	58,30 (13)	63,60 (11)	66,16 (10)	78,34 (5)	
57,76 (13)	60,50 (12)	63,17 (11)	80,55 (4)		
51,26 (17)	56,48 (15)	63,79 (12)	70,65 (9)	81,53 (4)	
65,42 (9)	73,90 (6)	79,34 (4)	87,35 (1)		
35,26 (18)	63,02 (10)	68,72 (8)	84,79 (2)	90,00 (0)	
55,32 (13)	72,16 (7)	82,45 (3)			
35,15 (19)	42,98 (17)	52,95 (14)	58,91 (12)	61,75 (11)	72,47 (7)
85,06 (2)	87,53 (1)				
48,97 (16)	52,01 (15)	63,17 (11)	78,16 (5)	87,65 (1)	
71,13 (8)	73,56 (7)	85,36 (2)			
44,18 (18)	50,40 (16)	61,44 (12)	71,41 (8)	76,17 (6)	80,83 (4)
43,41 (19)	52,28 (16)	55,00 (15)	67,52 (10)	69,87 (9)	76,74 (6)

h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2			
4	1	1	5	3	3	20,84 (26)	44,04 (20)	59,79 (14)
			5	4	0	27,94 (24)	39,37 (21)	53,92 (16)
			5	4	1	24,60 (25)	33,23 (23)	36,86 (22)
						68,67 (10)	79,52 (5)	83,74 (3)
			5	4	2	24,00 (26)	36,09 (23)	39,38 (22)
						71,57 (9)	75,76 (7)	87,99 (1)
			5	4	3	25,84 (27)	36,87 (24)	45,57 (21)
						74,53 (8)	84,26 (3)	
			5	4	4	29,06 (28)	38,60 (25)	51,36 (20)
			5	5	1	30,89 (26)	37,62 (24)	58,12 (16)
			5	5	2	30,00 (27)	42,46 (23)	54,74 (18)
			5	5	3	30,77 (28)	47,54 (22)	56,47 (18)
			5	5	4	32,71 (29)	41,03 (26)	52,46 (21)
h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2			
4	2	1	4	2	1	17,75 (20)	25,21 (19)	35,95 (17)
						58,41 (11)	61,56 (10)	73,40 (6)
			4	3	0	16,23 (22)	29,21 (20)	33,98 (19)
						77,40 (5)	79,95 (4)	84,99 (2)
			4	3	1	10,16 (23)	26,01 (21)	35,00 (19)
						64,66 (10)	67,35 (9)	72,57 (7)
			4	3	2	13,46 (24)	21,25 (23)	26,94 (22)
						58,21 (13)	60,90 (12)	66,10 (10)
						85,35 (2)		
			4	3	3	20,67 (25)	30,60 (23)	34,58 (22)
						74,81 (7)	85,71 (2)	87,86 (1)
			4	4	1	18,26 (25)	29,11 (23)	33,31 (22)
						72,31 (8)	74,58 (7)	90,00 (0)
			4	4	3	23,05 (27)	27,62 (26)	35,12 (24)
						74,18 (8)	78,20 (6)	80,19 (5)
			5	1	0	19,69 (22)	26,01 (21)	35,60 (19)
						75,12 (6)	82,62 (3)	87,55 (1)
			5	1	1	15,00 (23)	28,13 (21)	37,07 (19)
						77,88 (5)	82,76 (3)	87,59 (1)
			5	2	0	13,46 (24)	26,94 (22)	43,16 (18)
						83,02 (3)	85,35 (2)	87,68 (1)
			5	2	1	5,11 (25)	17,02 (24)	23,60 (23)
						58,81 (13)	61,44 (12)	64,01 (11)
			5	2	2	9,01 (26)	33,31 (22)	40,56 (20)
						74,58 (7)	81,26 (4)	87,82 (1)
			5	3	0	13,34 (26)	30,60 (23)	34,58 (22)
						85,71 (2)	87,86 (1)	
			5	3	1	5,18 (27)	22,76 (25)	31,97 (23)
						66,06 (11)	70,61 (9)	75,04 (7)
			5	3	2	7,61 (28)	17,10 (27)	31,83 (24)
						62,60 (13)	64,86 (12)	67,08 (11)
						87,97 (1)	90,00 (0)	
			5	3	3	15,19 (29)	33,70 (25)	40,06 (23)
						88,09 (1)		
			5	4	0	17,40 (28)	27,62 (26)	35,12 (24)
						67,98 (11)	78,20 (6)	84,13 (3)
			5	4	1	12,45 (29)	24,61 (27)	28,90 (26)
						55,08 (17)	61,87 (14)	64,04 (13)
						86,14 (2)	88,07 (1)	

П продолжение табл. 11

68,93 (10)	81,73 (4)			
66,11 (11)	70,65 (9)	87,89 (1)		
43,33 (20)	51,81 (17)	56,94 (15)	61,78 (13)	64,12 (12)
48,12 (19)	50,77 (18)	53,32 (17)	60,53 (14)	62,82 (13)
50,70 (19)	53,13 (18)	62,18 (14)	64,32 (13)	68,49 (11)
57,95 (17)	62,08 (15)	68,00 (12)	77,38 (7)	
62,48 (14)	78,58 (6)	82,41 (4)		
56,96 (17)	65,36 (13)	75,13 (8)	86,32 (2)	
68,39 (12)	86,48 (2)			
56,55 (19)	62,34 (16)	71,39 (11)	79,98 (6)	
40,37 (16)	44,42 (15)	48,19 (14)	51,75 (13)	55,15 (12)
79,02 (4)	84,53 (2)	87,27 (1)		
45,71 (16)	55,43 (13)	61,31 (11)	64,12 (10)	69,56 (8)
39,62 (18)	43,32 (17)	50,06 (15)	53,19 (14)	61,92 (11)
75,12 (6)	77,64 (5)	82,62 (3)	85,09 (2)	87,55 (1)
35,86 (20)	39,65 (19)	43,16 (18)	46,46 (17)	52,57 (15)
68,61 (9)	71,08 (8)	75,93 (6)	80,67 (4)	83,02 (3)
44,68 (19)	50,49 (17)	58,40 (14)	60,89 (13)	68,02 (10)
46,86 (18)	52,57 (16)	57,87 (14)	67,67 (10)	70,01 (9)
44,30 (21)	52,16 (18)	56,96 (16)	61,50 (14)	67,98 (11)
90,00 (0)				
39,62 (18)	53,19 (14)	61,92 (11)	67,35 (9)	72,57 (7)
44,44 (17)	50,95 (15)	56,91 (13)	62,49 (11)	72,90 (7)
49,58 (16)	58,21 (13)	60,90 (12)	68,61 (9)	71,08 (8)
37,17 (20)	40,80 (19)	47,37 (17)	50,40 (16)	53,30 (15)
71,41 (8)	78,51 (5)	80,83 (4)	83,14 (3)	87,72 (1)
46,86 (18)	49,78 (17)	52,57 (16)	57,87 (14)	70,01 (9)
90,00 (0)				
50,49 (17)	58,40 (14)	60,89 (13)	65,69 (11)	74,81 (7)
39,23 (21)	45,51 (19)	51,17 (17)	56,41 (15)	61,35 (13)
73,37 (5)	83,05 (3)	87,89 (1)		
41,98 (21)	44,93 (20)	47,73 (19)	55,50 (16)	57,93 (15)
71,42 (9)	75,65 (7)	79,81 (5)	81,86 (4)	83,90 (3)
50,78 (19)	55,55 (17)	64,37 (13)	68,53 (11)	80,42 (5)
44,30 (21)	56,96 (16)	61,50 (14)	63,70 (13)	65,86 (12)
32,67 (25)	39,24 (23)	42,20 (22)	50,23 (19)	52,69 (18)
68,26 (11)	70,32 (10)	72,36 (9)	76,37 (7)	80,31 (5)

			5	4	2	12,60 (30)	24,38 (28)	32,24 (26)	35,59 (25)	38,67 (24)	44,30 (22)	46,91 (21)	49,41 (20)
						56,43 (17)	60,79 (15)	62,91 (14)	67,02 (12)	69,03 (11)	71,02 (10)	74,92 (8)	76,84 (7)
						78,74 (6)	80,64 (5)	82,52 (4)	86,27 (2)				
			5	4	3	16,93 (31)	22,21 (30)	26,50 (29)	33,57 (27)	36,64 (26)	39,51 (25)	44,78 (23)	47,24 (22)
						56,26 (18)	58,36 (17)	62,42 (15)	72,02 (10)	73,87 (9)	79,33 (6)	81,12 (5)	84,69 (3)
						86,46 (2)	88,23 (1)						
			5	4	4	22,34 (32)	29,88 (30)	33,05 (29)	46,08 (24)	50,51 (22)	56,69 (19)	62,45 (16)	67,93 (13)
						73,20 (10)	76,63 (8)	85,03 (3)	86,69 (2)				
			5	5	1	18,69 (31)	27,61 (29)	34,41 (27)	45,35 (23)	54,51 (19)	58,70 (17)	66,59 (13)	70,36 (11)
						74,04 (9)	88,25 (1)						
			5	5	2	18,15 (32)	30,55 (29)	33,75 (28)	46,92 (23)	51,42 (21)	55,65 (19)	67,29 (13)	69,12 (12)
						70,93 (11)	76,26 (8)	78,00 (7)	84,89 (3)				
			5	5	3	20,36 (33)	28,27 (31)	39,91 (27)	53,37 (21)	57,33 (19)	61,12 (17)	68,33 (13)	75,19 (9)
						78,53 (7)	85,11 (3)						
			5	5	4	24,04 (34)	27,58 (33)	33,62 (31)	45,70 (26)	51,84 (23)	55,66 (21)	62,83 (17)	67,91 (14)
						72,81 (11)	79,16 (7)	89,73 (6)	88,46 (1)				
h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2								
4	3	0	4	3	0	16,26 (24)	50,21 (16)	61,31 (12)	68,90 (9)	73,74 (7)	90,00 (0)		
			4	3	1	11,31 (25)	19,72 (24)	41,82 (19)	51,13 (16)	53,96 (15)	59,34 (13)	69,33 (9)	71,71 (8)
						74,06 (7)	78,69 (5)	90,00 (0)					
			4	3	2	21,80 (25)	26,96 (24)	35,21 (22)	42,03 (20)	48,05 (18)	50,85 (17)	68,20 (10)	74,93 (7)
						77,12 (6)	81,46 (4)	87,87 (1)	90,00 (0)				
			4	3	3	30,96 (25)	34,59 (24)	43,92 (21)	76,11 (7)	84,09 (3)	90,00 (0)		
			4	4	1	12,88 (28)	48,59 (19)	56,15 (16)	63,09 (13)	73,83 (8)	81,99 (4)		
			4	4	3	29,01 (28)	38,66 (25)	41,44 (24)	77,37 (7)	82,82 (4)	90,00 (0)		
			5	1	0	25,56 (23)	38,33 (20)	41,82 (19)	48,18 (17)	53,96 (15)	64,44 (11)	80,97 (4)	83,24 (3)
			5	1	1	27,72 (23)	43,00 (19)	49,13 (17)	64,95 (11)	74,37 (7)	87,79 (1)		
			5	2	0	15,07 (26)	31,33 (23)	42,03 (20)	56,15 (15)	58,67 (14)	72,72 (8)	74,93 (7)	77,12 (6)
			5	2	1	18,31 (26)	32,88 (23)	46,07 (19)	51,63 (17)	59,26 (14)	66,32 (11)	68,58 (10)	75,19 (7)
						79,48 (5)	85,81 (2)						
			5	2	2	25,15 (26)	36,80 (23)	60,83 (14)	75,89 (7)	86,01 (2)			
			5	3	0	5,91 (29)	22,17 (27)	46,69 (20)	59,04 (15)	65,69 (12)	67,83 (11)	72,02 (9)	84,09 (3)
			5	3	1	11,37 (29)	24,11 (27)	38,96 (23)	50,04 (19)	54,92 (17)	59,53 (15)	63,93 (13)	68,17 (11)
						72,29 (9)	80,27 (5)	84,18 (3)					
			5	3	2	19,80 (29)	28,84 (27)	32,48 (26)	41,74 (23)	54,27 (18)	56,53 (17)	62,99 (14)	69,09 (11)
						76,87 (7)	78,77 (6)	84,41 (3)	88,14 (1)				
			5	3	3	27,81 (29)	34,56 (27)	50,17 (21)	70,40 (11)	84,75 (3)			
			5	4	0	1,79 (32)	14,47 (31)	51,34 (20)	60,02 (16)	62,06 (15)	67,99 (12)	75,53 (8)	88,21 (1)
			5	4	1	9,05 (32)	16,93 (31)	44,78 (23)	54,10 (19)	58,36 (17)	60,41 (16)	66,35 (13)	70,16 (11)
						75,71 (8)	88,23 (1)						
			5	4	2	17,44 (32)	22,45 (31)	39,18 (26)	46,71 (23)	49,01 (22)	53,40 (20)	65,33 (14)	72,65 (10)
						76,20 (8)	77,05 (7)	83,15 (4)	88,29 (1)				
			5	4	3	25,16 (32)	28,74 (31)	34,89 (29)	40,21 (27)	45,00 (25)	47,25 (24)	71,87 (11)	76,92 (8)
						78,58 (7)	85,13 (3)	88,38 (1)	90,00 (0)				
			5	4	4	32,04 (32)	34,79 (31)	42,12 (28)	77,76 (8)	83,92 (4)	88,48 (1)		
			5	5	1	11,42 (35)	40,90 (23)	57,85 (19)	61,57 (17)	72,06 (11)	81,95 (5)		
			5	5	2	17,72 (35)	44,96 (26)	51,25 (23)	67,60 (14)	79,02 (7)	82,18 (5)		
			5	5	3	24,31 (35)	40,97 (29)	45,33 (27)	73,36 (11)	82,52 (5)	85,52 (3)		
			5	5	4	30,50 (35)	38,02 (32)	40,26 (31)	78,64 (8)	82,93 (5)	88,59 (1)		

h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2		
4	3	1	4	3	1	15,94 (25)	22,62 (24)
						64,97 (11)	67,38 (10)
			4	3	2	10,49 (27)	18,76 (26)
						59,35 (14)	61,74 (13)
						87,91 (1)	
			4	3	3	19,65 (28)	24,75 (27)
						82,27 (4)	84,21 (3)
			4	4	1	8,09 (29)	22,81 (27)
						80,17 (5)	82,15 (4)
			4	4	3	18,29 (31)	27,35 (29)
						82,96 (4)	84,73 (3)
			5	1	0	27,80 (23)	36,13 (21)
						72,08 (8)	85,59 (2)
			5	1	1	25,07 (24)	33,87 (22)
						81,32 (4)	85,67 (2)
			5	2	0	18,76 (26)	33,11 (23)
						75,23 (7)	83,73 (3)
			5	2	1	14,82 (27)	26,47 (25)
						57,51 (15)	62,26 (13)
						83,83 (3)	90,00 (0)
			5	2	2	17,08 (28)	31,41 (25)
						76,17 (7)	80,17 (5)
			5	3	0	12,74 (29)	24,75 (27)
						76,38 (7)	82,27 (4)
			5	3	1	6,02 (30)	21,85 (28)
						66,56 (12)	70,64 (10)
			5	3	2	9,52 (31)	22,69 (29)
						57,26 (17)	65,57 (13)
						82,69 (4)	88,18 (1)
			5	3	3	16,86 (32)	26,20 (30)
						86,57 (2)	90,00 (0)
			5	4	0	11,45 (32)	18,29 (31)
						75,82 (8)	77,62 (7)
			5	4	1	3,00 (33)	14,45 (32)
						54,90 (19)	57,00 (18)
						77,77 (7)	84,79 (3)
			5	4	2	6,28 (34)	15,26 (33)
						58,25 (18)	60,20 (17)
						84,97 (3)	88,32 (1)
			5	4	3	13,90 (35)	19,44 (34)
						50,36 (23)	56,31 (20)
						83,63 (4)	86,82 (2)
			5	4	4	20,75 (36)	24,61 (35)
						82,54 (5)	84,04 (4)
			5	5	1	8,65 (36)	20,98 (34)
						70,76 (12)	80,52 (6)
			5	5	2	9,08 (37)	28,27 (33)
						76,10 (9)	79,23 (7)
			5	5	3	14,02 (38)	29,76 (34)
						87,07 (2)	
			5	5	4	19,70 (39)	26,72 (37)
						81,67 (6)	84,46 (4)

Продолжение табл. 14

27,80 (23)	32,20 (22)	43,05 (19)	49,17 (17)	52,02 (16)	60,00 (13)
69,75 (9)	72,08 (8)	76,66 (6)	78,91 (5)	87,80 (1)	
24,43 (25)	33,11 (23)	36,76 (22)	40,11 (21)	46,22 (19)	51,75 (17)
68,64 (10)	70,87 (9)	75,23 (7)	79,51 (5)	83,73 (3)	85,82 (2)
32,77 (25)	42,27 (22)	45,06 (21)	55,13 (17)	70,35 (10)	76,38 (7)
88,07 (1)					
38,26 (23)	46,94 (20)	54,52 (17)	59,20 (15)	65,82 (12)	72,11 (9)
84,12 (3)					
30,95 (28)	40,03 (25)	49,97 (21)	52,22 (20)	70,31 (11)	77,62 (7)
88,24 (1)					
43,05 (19)	49,17 (17)	52,02 (16)	57,42 (14)	64,97 (11)	69,75 (9)
87,80 (1)					
40,99 (20)	47,21 (18)	52,85 (16)	63,07 (12)	67,83 (10)	76,91 (6)
36,76 (22)	49,04 (18)	51,75 (17)	59,35 (14)	61,74 (13)	66,38 (11)
87,91 (1)					
30,76 (24)	38,03 (22)	41,24 (21)	47,13 (19)	52,50 (17)	55,05 (16)
69,02 (10)	71,20 (9)	73,35 (8)	75,48 (7)	77,59 (6)	79,69 (5)
34,98 (24)	44,20 (21)	49,56 (19)	56,89 (16)	65,82 (12)	72,11 (9)
84,12 (3)					
39,32 (23)	52,74 (18)	55,13 (17)	61,91 (14)	66,20 (12)	68,29 (11)
84,21 (3)					
30,47 (26)	43,17 (22)	48,47 (20)	53,37 (18)	57,97 (16)	62,35 (14)
74,62 (8)	82,38 (4)	86,20 (2)	90,00 (0)		
30,80 (27)	34,19 (26)	37,31 (25)	42,97 (23)	45,58 (22)	50,48 (20)
67,56 (12)	69,52 (11)	71,45 (10)	73,36 (9)	79,00 (6)	80,85 (5)
38,96 (26)	44,13 (24)	61,41 (16)	65,25 (14)	76,16 (8)	79,66 (6)
42,69 (24)	49,97 (21)	54,41 (19)	58,62 (17)	60,66 (16)	70,31 (11)
88,24 (1)					
20,26 (31)	24,79 (30)	35,21 (27)	43,43 (24)	45,89 (23)	50,54 (21)
63,00 (15)	64,93 (14)	66,83 (13)	70,56 (11)	74,20 (9)	75,99 (8)
86,53 (2)	90,00 (0)				
28,71 (30)	32,02 (29)	37,87 (27)	43,04 (25)	49,97 (22)	56,26 (19)
63,99 (15)	71,24 (11)	73,00 (10)	74,74 (9)	79,90 (6)	81,59 (5)
23,76 (33)	30,71 (31)	33,69 (30)	36,46 (29)	39,05 (28)	46,10 (25)
58,20 (19)	65,42 (15)	70,56 (12)	72,24 (11)	78,81 (7)	82,03 (5)
88,41 (1)					
30,99 (33)	43,34 (28)	45,46 (27)	53,31 (23)	71,84 (12)	76,48 (9)
85,53 (3)	88,51 (1)				
39,74 (28)	48,77 (24)	52,83 (22)	60,38 (18)	63,94 (16)	67,39 (14)
83,69 (4)					
34,17 (31)	41,65 (28)	55,91 (21)	59,53 (19)	61,29 (18)	71,32 (12)
85,41 (3)	86,94 (2)				
35,21 (32)	52,21 (24)	55,83 (22)	65,89 (16)	78,21 (8)	81,19 (6)
29,65 (36)	41,55 (31)	49,32 (27)	51,12 (26)	71,71 (13)	77,45 (9)
85,85 (3)	88,62 (1)				

h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2			
4	3	2	4	3	2	15,09 (28)	26,29 (26)	30,45 (25)
						69,83 (10)	71,92 (9)	76,03 (7)
			4	3	3	9,16 (31)	17,18 (30)	22,55 (29)
						80,84 (5)	88,18 (1)	
			4	4	1	14,13 (30)	29,22 (27)	32,81 (26)
						78,82 (6)	80,70 (5)	86,29 (2)
			4	4	3	9,59 (34)	16,86 (33)	21,87 (32)
						76,58 (8)	86,67 (2)	88,34 (1)
			5	1	0	33,11 (23)	36,76 (22)	46,22 (19)
						75,23 (7)	77,38 (6)	
			5	1	1	26,69 (25)	41,37 (21)	47,23 (19)
						83,85 (3)		
			5	2	0	26,29 (26)	34,15 (24)	37,52 (23)
						76,03 (7)	82,07 (4)	86,05 (2)
			5	2	1	18,32 (28)	23,74 (27)	32,05 (25)
						57,15 (16)	59,43 (15)	63,85 (13)
						88,06 (1)	90,00 (0)	
			5	2	2	14,13 (30)	29,22 (27)	39,12 (24)
						71,14 (10)	75,01 (8)	82,57 (4)
			5	3	0	22,55 (29)	30,70 (27)	34,11 (26)
						73,34 (9)	84,52 (3)	86,35 (2)
			5	3	1	13,34 (31)	24,46 (29)	32,06 (27)
						65,92 (13)	69,80 (11)	73,59 (9)
			5	3	2	6,24 (33)	15,43 (32)	20,96 (31)
						52,95 (20)	59,20 (17)	61,19 (16)
						77,83 (7)	83,08 (4)	88,27 (1)
			5	3	3	7,63 (35)	20,85 (33)	28,61 (31)
						75,23 (9)	78,57 (7)	81,86 (5)
			5	4	0	21,87 (32)	25,97 (31)	35,71 (28)
						78,29 (7)	79,98 (6)	86,67 (2)
			5	4	1	13,04 (34)	18,99 (33)	27,35 (31)
						48,77 (23)	57,02 (19)	58,95 (18)
						85,07 (3)	86,71 (2)	88,36 (1)
			5	4	2	4,76 (36)	14,34 (35)	19,75 (34)
						52,48 (22)	56,38 (20)	60,11 (18)
						82,04 (5)	83,64 (4)	85,24 (3)
			5	4	3	3,69 (38)	13,67 (37)	23,20 (35)
						63,48 (17)	66,80 (15)	68,43 (14)
						86,99 (2)		
			5	4	4	10,32 (40)	16,41 (39)	20,83 (38)
						77,21 (9)	80,09 (7)	81,51 (6)
			5	5	1	15,83 (37)	30,90 (33)	41,06 (29)
						85,53 (3)	88,51 (1)	
			5	5	2	9,76 (39)	24,53 (36)	33,50 (33)
						76,85 (9)	84,20 (4)	85,65 (3)
			5	5	3	7,61 (41)	19,47 (39)	26,56 (37)
						74,58 (11)	80,26 (7)	88,61 (1)
			5	5	4	10,62 (43)	16,26 (42)	20,42 (41)
						75,44 (11)	78,13 (9)	86,07 (3)

43,60 (21)	46,40 (20)	56,51 (16)	61,13 (14)	67,71 (11)
82,07 (4)	84,06 (3)	86,05 (2)		
52,77 (19)	55,02 (18)	65,54 (13)	69,49 (11)	78,98 (6)
39,12 (24)	47,25 (21)	58,85 (16)	69,17 (11)	75,01 (8)
90,00 (0)				
50,36 (22)	60,46 (17)	62,35 (16)	64,21 (15)	73,14 (10)
49,04 (18)	51,75 (17)	59,35 (14)	61,74 (13)	66,38 (11)
52,59 (17)	57,58 (15)	62,32 (13)	66,85 (11)	71,24 (9)
49,07 (19)	51,63 (18)	56,51 (16)	61,13 (14)	67,71 (11)
35,54 (24)	38,76 (23)	44,60 (21)	47,31 (20)	49,90 (19)
65,99 (12)	72,23 (9)	74,26 (8)	76,27 (7)	80,24 (5)
44,67 (22)	52,11 (19)	54,42 (18)	67,18 (12)	69,17 (11)
84,43 (3)				
45,52 (22)	48,03 (21)	52,77 (19)	63,52 (14)	69,49 (11)
88,18 (1)				
38,31 (25)	43,79 (23)	53,39 (19)	57,75 (17)	61,91 (15)
80,97 (5)	84,60 (3)	88,20 (1)		
29,12 (29)	32,49 (28)	35,58 (27)	41,14 (25)	46,14 (23)
63,14 (15)	66,95 (13)	70,65 (11)	74,27 (9)	76,06 (8)
49,36 (23)	53,51 (21)	61,22 (17)	68,40 (13)	71,85 (11)
85,13 (3)				
41,06 (26)	48,16 (23)	50,36 (22)	69,63 (12)	76,58 (8)
88,34 (1)				
30,73 (30)	33,80 (29)	39,32 (27)	41,84 (26)	44,25 (25)
64,55 (15)	71,63 (11)	73,35 (10)	75,06 (9)	80,10 (6)
27,65 (32)	30,89 (31)	33,85 (30)	39,19 (28)	41,63 (27)
65,47 (15)	67,20 (14)	70,60 (12)	73,93 (10)	80,44 (6)
88,41 (1)	90,00 (0)			
26,76 (34)	46,94 (26)	48,96 (25)	56,53 (21)	60,07 (19)
73,21 (11)	74,77 (10)	79,41 (7)	82,45 (5)	85,48 (3)
53,82 (24)	55,55 (23)	63,72 (18)	66,83 (16)	69,86 (14)
90,00 (0)				
45,41 (27)	56,90 (21)	70,24 (13)	76,47 (9)	79,51 (7)
38,43 (31)	52,66 (24)	64,56 (17)	66,15 (16)	70,82 (13)
88,55 (1)				
45,49 (29)	59,49 (21)	62,66 (19)	65,73 (17)	71,68 (13)
51,89 (27)	59,81 (22)	61,31 (21)	65,70 (18)	72,71 (13)
87,38 (2)				

h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2		
4	3	3	4	3	3	13,93 (33)	61,93 (16)
			4	4	1	22,26 (31)	33,29 (28)
			4	4	3	7,70 (37)	15,38 (36)
			5	1	0	39,32 (23)	50,28 (19)
			5	1	1	30,89 (26)	43,44 (22)
			5	2	0	34,11 (26)	42,91 (23)
			5	2	1	24,77 (29)	35,50 (26)
						71,75 (10)	80,99 (5)
			5	2	2	17,19 (32)	30,03 (29)
			5	3	0	31,47 (29)	37,43 (27)
			5	3	1	21,93 (32)	29,58 (30)
						76,59 (8)	79,98 (6)
			5	3	2	13,16 (35)	23,35 (33)
						75,50 (9)	82,00 (5)
			5	3	3	6,37 (38)	19,69 (36)
			5	4	0	31,01 (32)	33,87 (31)
			5	4	1	22,15 (35)	25,88 (34)
						82,40 (5)	83,92 (4)
			5	4	2	13,71 (38)	18,93 (37)
						79,69 (7)	82,66 (5)
			5	4	3	6,07 (41)	14,04 (40)
						77,39 (9)	78,81 (8)
			5	4	4	1,84 (44)	12,37 (43)
			5	5	1	24,14 (38)	35,26 (34)
			5	5	2	16,89 (41)	27,52 (38)
			5	5	3	10,77 (44)	20,32 (42)
			5	5	4	7,17 (47)	13,82 (46)

h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2			
4	4	1	4	4	1	20,05 (31)	43,34 (24)	4)
			4	4	3	17,91 (35)	29,55 (32)	2)
			5	1	0	34,98 (24)	44,20 (21)	1)
			5	1	1	33,12 (25)	39,60 (23)	
			5	2	0	25,16 (28)	44,67 (22)	2)
			5	2	1	22,83 (29)	30,89 (27)	7)
						69,54 (11)	73,38 (9)	
			5	2	2	24,62 (30)	38,01 (26)	
			5	3	0	17,19 (32)	46,63 (23)	
			5	3	1	13,83 (33)	24,19 (31)	
						78,11 (7)	84,94 (3)	
			5	3	2	16,23 (34)	28,91 (31)	1)
						88,38 (1)		
			5	3	3	21,70 (35)	39,66 (29)	3)
			5	4	0	11,84 (36)	49,27 (24)	4)
			5	4	1	6,36 (37)	19,93 (35)	
						79,16 (7)	82,28 (5)	
			5	4	2	9,56 (38)	28,08 (34)	
						78,02 (8)	81,04 (6)	
			5	4	3	16,24 (39)	27,59 (36)	3)
						84,35 (4)	88,59 (1)	
			5	4	4	22,74 (40)	31,45 (37)	7)

Продолжение табл. 14

63,81 (15)	74,65 (9)	86,63 (2)			
41,72 (25)	53,34 (20)	77,94 (7)	83,14 (4)	88,29 (1)	
59,41 (19)	69,62 (13)	71,25 (12)	82,30 (5)		
52,74 (18)	55,13 (17)	66,20 (12)	68,29 (11)		
48,69 (20)	58,12 (16)	62,48 (14)	74,69 (8)		
48,03 (21)	63,52 (14)	73,34 (9)	77,12 (7)		
38,48 (25)	43,93 (23)	51,23 (20)	57,84 (17)	65,98 (13)	69,85 (11)
82,81 (4)					
53,34 (20)	59,50 (17)	67,16 (13)	76,18 (8)	88,29 (1)	
45,10 (24)	71,12 (11)	79,84 (6)	84,94 (3)		
35,74 (28)	41,09 (26)	45,91 (24)	54,57 (20)	66,06 (14)	73,15 (10)
86,68 (2)	90,00 (0)				
27,09 (32)	50,22 (23)	54,25 (21)	61,77 (17)	63,57 (16)	67,08 (14)
85,21 (3)	86,81 (2)				
58,46 (20)	61,92 (18)	71,71 (12)	80,97 (6)	87,00 (2)	
43,68 (27)	77,63 (8)	85,39 (3)	88,47 (1)		
34,88 (31)	39,88 (29)	42,19 (28)	52,51 (23)	73,08 (11)	79,32 (7)
86,97 (2)	88,48 (1)				
26,52 (35)	48,34 (26)	50,27 (25)	60,94 (19)	69,03 (14)	73,67 (11)
87,07 (2)					
18,93 (39)	56,09 (23)	57,75 (22)	65,65 (17)	68,67 (15)	75,96 (10)
88,61 (1)					
62,98 (20)	64,43 (19)	72,82 (13)	75,53 (11)	84,79 (4)	
39,78 (32)	51,36 (26)	78,92 (8)	84,49 (4)	87,25 (2)	
47,41 (29)	59,11 (22)	75,12 (11)	79,24 (8)	88,66 (1)	
54,51 (26)	66,30 (18)	71,79 (14)	74,46 (12)	84,88 (4)	
60,95 (23)	68,97 (17)	70,26 (16)	72,81 (14)	81,50 (7)	
61,00 (16)	75,97 (8)	88,26 (1)			
37,96 (29)	49,27 (24)	77,44 (8)	85,32 (3)	90,00 (0)	
49,56 (19)	56,89 (16)	72,11 (9)	88,04 (1)		
55,28 (17)	59,83 (15)	64,18 (13)	80,36 (5)	84,23 (3)	
54,42 (18)	65,15 (13)	67,18 (12)	84,43 (3)		
34,28 (26)	45,64 (22)	55,10 (18)	57,30 (17)	63,58 (14)	65,60 (13)
77,15 (7)	88,18 (1)				
50,48 (21)	64,90 (14)	70,53 (11)	72,36 (10)	81,29 (5)	
59,50 (17)	76,18 (8)	77,94 (7)			
37,40 (27)	51,84 (21)	56,01 (19)	67,51 (13)	71,12 (11)	74,64 (9)
32,09 (30)	45,09 (25)	64,94 (15)	73,60 (10)	75,28 (9)	80,25 (6)
59,71 (19)	73,02 (11)	82,37 (5)			
55,19 (21)	64,22 (16)	72,60 (11)	83,76 (4)		
41,23 (28)	47,82 (25)	57,51 (20)	62,83 (17)	66,24 (15)	71,20 (12)
85,38 (3)					
33,86 (32)	41,19 (29)	51,48 (24)	60,46 (19)	65,47 (16)	70,28 (13)
85,54 (3)	87,03 (2)				
35,67 (33)	46,42 (28)	55,51 (23)	72,82 (12)	77,20 (9)	80,08 (7)
42,45 (32)	51,50 (27)	79,37 (8)	83,38 (5)	90,00 (0)	

			5	5	1	1,98 (41)	18,07 (39)
			5	5	2	5,77 (42)	25,82 (38)
			5	5	3	12,96 (43)	33,01 (37)
			5	5	4	19,47 (44)	28,53 (41)
h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2		
4	4	3	4	4	3	12,68 (40)	55,88 (23)
			5	1	0	42,69 (24)	45,21 (23)
			5	1	1	35,76 (27)	46,27 (23)
			5	2	0	35,71 (28)	41,06 (26)
			5	2	1	27,88 (31)	31,20 (30)
						71,72 (11)	73,43 (10)
			5	2	2	22,43 (34)	32,57 (31)
			5	3	0	31,01 (32)	39,04 (29)
			5	3	1	22,49 (35)	29,41 (33)
						79,35 (7)	82,42 (5)
			5	3	2	15,09 (38)	20,38 (37)
						82,72 (5)	85,64 (3)
			5	3	3	12,45 (41)	21,75 (39)
			5	4	0	28,59 (36)	18,69 (32)
			5	4	1	19,98 (39)	29,83 (36)
						83,08 (5)	84,47 (4)
			5	4	2	12,09 (42)	21,37 (40)
						77,91 (9)	80,62 (7)
			5	4	3	6,34 (45)	13,64 (44)
						83,66 (5)	84,93 (4)
			5	4	4	6,82 (48)	13,53 (47)
			5	5	1	19,89 (43)	31,47 (39)
			5	5	2	12,15 (46)	23,96 (43)
			5	5	3	4,95 (49)	17,14 (47)
			5	5	4	1,59 (52)	11,36 (51)
h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2		
5	1	0	5	1	0	15,94 (25)	22,62 (24)
			5	1	1	11,10 (26)	25,07 (24)
			5	2	0	10,49 (27)	24,43 (25)
			5	2	1	14,82 (27)	21,42 (26)
						75,48 (7)	79,69 (5)
			5	2	2	22,81 (27)	38,26 (23)
			5	3	0	19,65 (28)	32,77 (25)
			5	3	1	21,85 (28)	30,47 (26)
						74,62 (8)	86,20 (2)
			5	3	2	27,03 (28)	30,80 (27)
						71,45 (10)	77,13 (7)
			5	3	3	33,13 (28)	48,86 (22)
			5	4	0	27,35 (29)	40,03 (25)
			5	4	1	28,65 (29)	38,11 (26)
						74,20 (9)	88,27 (1)
			5	4	2	32,02 (29)	37,87 (27)
						65,84 (14)	79,90 (6)

45,02 (29)	59,21 (21)	62,41 (19)	74,45 (11)	88,60 (1)
38,58 (33)	56,99 (23)	66,25 (17)	80,45 (7)	87,28 (2)
52,27 (27)	72,87 (13)	86,10 (3)		
39,52 (36)	48,38 (31)	78,88 (9)	85,08 (4)	88,77 (1)

67,03 (16)	77,32 (9)	78,75 (8)			
54,41 (19)	58,62 (17)	60,66 (16)	70,31 (11)		
50,86 (21)	55,18 (19)	63,20 (15)	67,00 (13)	77,85 (7)	
48,16 (23)	66,05 (14)	69,63 (12)	78,29 (7)		
39,66 (27)	44,53 (25)	51,15 (22)	57,20 (19)	59,12 (18)	64,68 (15)
75,13 (9)	85,09 (3)				
53,27 (22)	60,70 (18)	65,93 (15)	80,61 (6)	88,44 (1)	
43 68 (27)	72,87 (11)	77,63 (8)	85,39 (3)		
35,08 (31)	40,04 (29)	48,70 (25)	52,62 (23)	66,67 (15)	73,12 (11)
88,49 (1)					
27,54 (35)	48,80 (26)	57,86 (21)	61,23 (19)	69,23 (14)	73,82 (11)
87,10 (2)					
56,79 (23)	66,12 (17)	69,07 (15)	77,62 (9)	88,64 (1)	
40,88 (31)	78,75 (8)	84,40 (4)	88,60 (1)		
32,50 (35)	37,32 (33)	47,57 (28)	49,41 (27)	73,19 (12)	80,29 (7)
85,85 (3)	88,62 (1)				
24,78 (39)	45,70 (30)	56,03 (24)	57,62 (23)	68,13 (16)	76,54 (10)
87,33 (2)	90,00 (0)				
18,25 (43)	53,39 (27)	63,79 (20)	65,19 (19)	73,31 (13)	75,94 (11)
60,23 (24)	69,41 (17)	70,67 (16)	71,92 (15)	80,47 (8)	
35,99 (37)	47,32 (31)	78,65 (9)	86,24 (3)	88,75 (1)	
43,73 (34)	54,98 (27)	73,96 (13)	82,67 (6)	86,34 (3)	
50,93 (31)	62,12 (23)	69,78 (17)	79,46 (9)	81,82 (7)	
57,43 (28)	66,19 (21)	68,58 (19)	76,66 (12)	77,79 (11)	

67,38 (10)	78,91 (5)	87,80 (1)	90,00 (0)		
67,83 (10)	76,91 (6)	81,32 (4)	90,00 (0)		
33,11 (23)	56,89 (15)	68,64 (10)	79,51 (5)	85,82 (2)	
30,76 (24)	34,56 (23)	57,51 (15)	66,80 (11)	69,02 (10)	71,20 (9)
83,83 (3)	90,00 (0)				
59,20 (15)	65,82 (12)	74,15 (8)	80,17 (5)		
42,27 (22)	47,73 (20)	59,70 (15)	70,35 (10)	80,32 (5)	84,21 (3)
37,29 (24)	43,17 (22)	48,47 (20)	57,97 (16)	62,35 (14)	70,64 (10)
90,00 (0)					
42,97 (23)	45,58 (22)	50,48 (20)	57,26 (17)	61,50 (15)	65,57 (13)
80,85 (5)					
53,26 (20)	57,43 (18)	68,97 (12)	72,60 (10)		
49,97 (21)	52,22 (20)	62,25 (15)	81,19 (5)	82,96 (4)	
40,84 (25)	43,43 (24)	50,54 (21)	54,90 (19)	63,00 (15)	72,39 (10)
90,00 (0)					
43,04 (25)	47,75 (23)	49,97 (22)	52,13 (21)	58,25 (18)	63,99 (15)
81,59 (5)					

h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2		
5	1	0	5	4	3	36,46 (29)	39,05 (28)
			5	4	4	61,87 (17)	65,42 (15)
			5	5	1	41,12 (29)	49,50 (25)
			5	5	2	34,53 (30)	44,44 (26)
			5	5	3	36,81 (30)	43,90 (27)
			5	5	4	40,01 (30)	44,36 (28)
			5	5	4	43,60 (30)	45,57 (29)
h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2		
5	1	1	5	1	1	22,19 (25)	31,59 (23)
			5	2	0	15,23 (27)	34,72 (23)
			5	2	1	10,32 (28)	24,00 (26)
			5	2	2	77,83 (6)	81,92 (4)
			5	3	0	13,70 (29)	33,12 (25)
			5	3	1	22,46 (28)	43,44 (22)
			5	3	2	19,37 (29)	28,56 (27)
			5	3	3	76,84 (7)	84,40 (3)
			5	3	4	20,51 (30)	35,74 (26)
			5	3	5	86,42 (2)	
			5	4	0	24,52 (31)	42,80 (25)
			5	4	1	29,35 (29)	41,29 (25)
			5	4	2	27,02 (30)	33,75 (28)
			5	4	3	79,74 (6)	83,18 (4)
			5	4	4	27,21 (31)	39,23 (27)
			5	4	5	88,36 (1)	
			5	4	6	29,43 (32)	40,35 (28)
			5	4	7	70,94 (12)	80,60 (6)
			5	4	8	32,73 (33)	42,33 (29)
			5	5	1	33,34 (31)	38,60 (29)
			5	5	2	33,06 (32)	42,84 (28)
			5	5	3	34,23 (33)	47,43 (27)
			5	5	4	36,35 (34)	44,71 (30)
h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2		
5	2	0	5	2	0	30,45 (25)	43,60 (21)
			5	2	1	10,52 (29)	23,74 (27)
			5	2	2	74,26 (8)	80,24 (5)
			5	3	0	20,37 (29)	47,25 (21)
			5	3	1	9,16 (31)	37,23 (25)
			5	3	2	13,34 (31)	32,06 (27)
			5	3	3	69,80 (11)	80,97 (5)
			5	3	4	20,96 (31)	29,12 (29)
			5	3	5	81,34 (5)	83,08 (4)
			5	3	6	28,61 (31)	44,93 (25)
			5	4	0	16,86 (33)	29,54 (30)
			5	4	1	18,99 (33)	30,73 (30)
			5	4	2	68,13 (13)	73,35 (10)
			5	4	3	24,01 (33)	33,85 (30)
			5	4	4	63,71 (16)	73,93 (10)
			5	4	5	29,93 (33)	35,50 (31)
			5	4	6	68,43 (14)	74,77 (10)
			5	4	7	35,74 (33)	42,45 (30)

Продолжение табл. 14

46,10 (25)	50,36 (23)	52,40 (22)	54,38 (21)	56,31 (20)	58,20 (19)
72,24 (11)	73,90 (10)				
51,43 (24)	56,94 (21)	65,44 (16)	67,07 (15)		
48,77 (24)	56,69 (20)	74,06 (10)	90,00 (0)		
52,13 (23)	57,74 (20)	66,40 (15)	82,33 (5)		
55,83 (22)	59,29 (20)	75,21 (10)			
52,88 (25)	59,54 (21)	61,13 (20)	68,77 (15)		
65,96 (11)	70,53 (9)	87,88 (1)			
57,58 (15)	75,51 (7)	79,71 (5)	83,85 (3)		
32,51 (24)	39,38 (22)	55,79 (16)	60,53 (14)	65,06 (12)	73,67 (8)
85,97 (2)					
45,29 (21)	55,28 (17)	64,18 (13)	76,44 (7)	84,23 (3)	
48,69 (20)	70,73 (10)	74,69 (8)	86,22 (2)		
41,57 (23)	46,91 (21)	51,82 (19)	64,98 (13)	69,03 (11)	72,98 (9)
41,47 (24)	46,62 (22)	51,36 (20)	55,81 (18)	68,00 (12)	75,54 (8)
47,54 (23)	56,11 (19)	60,07 (17)	67,57 (13)	78,14 (7)	
50,86 (21)	63,20 (15)	74,31 (9)	88,28 (1)		
39,46 (26)	44,55 (24)	49,21 (22)	53,56 (20)	61,63 (16)	65,43 (14)
48,71 (23)	56,97 (19)	60,81 (17)	68,10 (13)	71,60 (11)	75,04 (9)
44,96 (26)	49,22 (24)	53,22 (22)	60,67 (18)	64,19 (16)	67,60 (14)
50,41 (25)	57,64 (21)	61,03 (19)	64,32 (17)	73,72 (11)	
55,53 (21)	59,20 (19)	66,16 (15)	82,26 (5)		
54,82 (22)	58,41 (20)	61,87 (18)	74,82 (10)	90,00 (0)	
51,22 (25)	54,81 (23)	64,79 (17)	67,92 (15)	82,80 (5)	
51,98 (26)	55,35 (24)	61,72 (20)	67,73 (16)	76,30 (10)	
46,40 (20)	69,83 (10)	82,07 (4)	90,00 (0)		
38,76 (23)	44,60 (21)	47,31 (20)	59,43 (15)	65,99 (12)	72,23 (9)
88,06 (1)	90,00 (0)				
49,72 (20)	63,09 (14)	78,82 (6)	90,00 (0)		
52,77 (19)	61,46 (15)	71,43 (10)	78,98 (6)	80,84 (5)	
38,31 (25)	43,79 (23)	53,39 (19)	57,75 (17)	61,91 (15)	65,92 (13)
88,20 (1)					
41,14 (25)	50,76 (21)	52,95 (20)	55,09 (19)	61,19 (16)	70,65 (11)
90,00 (0)					
53,51 (21)	57,45 (19)	75,23 (9)	81,86 (5)		
43,53 (25)	54,55 (20)	60,46 (17)	73,14 (10)	76,58 (8)	
39,32 (27)	48,77 (23)	50,92 (22)	58,95 (18)	60,85 (17)	64,55 (15)
81,76 (5)	85,07 (3)				
36,60 (29)	48,37 (24)	54,46 (21)	56,38 (20)	60,11 (18)	61,93 (17)
86,83 (2)	90,00 (0)				
38,02 (30)	46,94 (26)	48,96 (25)	52,84 (23)	60,07 (19)	63,48 (17)
79,41 (7)	82,45 (5)				
46,47 (28)	65,28 (17)	72,83 (12)	75,76 (10)		

			5	5	1	24,48 (35)	45,41 (27)
			5	5	2	27,82 (35)	42,88 (29)
			5	5	3	32,21 (35)	41,46 (31)
			5	5	4	36,87 (35)	41,04 (33)
h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2		
5	2	1	5	2	1	14,84 (29)	21,04 (28)
						62,18 (14)	64,32 (13)
			5	2	2	9,85 (31)	30,89 (27)
						86,36 (2)	88,18 (1)
			5	3	0	13,92 (31)	28,75 (28)
						71,75 (10)	77,34 (7)
			5	3	1	9,05 (32)	22,21 (30)
						68,26 (12)	75,71 (8)
			5	3	2	12,21 (33)	18,60 (32)
						57,78 (18)	59,77 (17)
						84,90 (3)	88,30 (1)
			5	3	3	18,80 (34)	38,78 (28)
						86,81 (2)	
			5	4	0	19,79 (33)	31,20 (30)
						68,24 (13)	73,43 (10)
			5	4	1	16,70 (34)	25,64 (32)
						61,39 (17)	63,21 (16)
			5	4	2	17,72 (35)	26,08 (33)
						51,25 (23)	55,14 (21)
						72,58 (11)	77,42 (8)
			5	4	3	21,64 (36)	25,35 (35)
						53,57 (23)	57,17 (21)
						71,95 (12)	76,56 (9)
			5	4	4	26,52 (37)	34,69 (34)
						70,21 (14)	71,68 (13)
			5	5	1	23,02 (36)	29,63 (34)
						69,03 (14)	75,19 (10)
			5	5	2	23,18 (37)	32,36 (34)
						68,12 (15)	71,16 (13)
			5	5	3	25,41 (38)	31,16 (36)
						70,56 (14)	73,43 (12)
			5	5	4	28,78 (39)	31,35 (38)
						70,30 (15)	74,35 (12)
h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2		
5	2	2	5	2	2	40,75 (25)	43,34 (24)
			5	3	0	22,26 (31)	41,72 (25)
			5	3	1	13,83 (33)	31,43 (29)
						78,11 (7)	84,94 (3)
			5	3	2	8,75 (35)	35,02 (29)
						75,28 (9)	80,25 (6)
			5	3	3	10,82 (37)	34,62 (31)
			5	4	0	26,21 (33)	35,35 (30)
			5	4	1	19,93 (35)	30,73 (32)
						71,20 (12)	77,59 (8)

53,27 (23)	67,04 (15)	82,53 (5)	
57,95 (21)	59,64 (20)	67,73 (15)	90,00 (0)
52,82 (25)	62,66 (19)	68,74 (15)	83,06 (5)
46,71 (30)	67,13 (17)	69,95 (15)	76,79 (10)

33,56 (25)	42,83 (22)	45,57 (21)	48,19 (20)	50,70 (19)	55,48 (17)
76,51 (7)	78,46 (6)	82,34 (4)	84,26 (3)	88,09 (1)	
43,03 (23)	45,64 (22)	52,85 (19)	55,10 (18)	69,54 (11)	73,38 (9)
38,48 (25)	46,46 (22)	51,23 (20)	53,49 (19)	65,98 (13)	69,85 (11)
80,99 (5)	88,21 (1)				
36,64 (26)	42,21 (24)	47,24 (22)	51,89 (20)	56,26 (18)	60,41 (16)
79,33 (6)	82,91 (4)	86,46 (2)			
30,81 (29)	36,90 (27)	39,64 (26)	44,70 (24)	47,06 (23)	51,54 (21)
61,71 (16)	65,50 (14)	70,99 (11)	74,54 (9)	78,03 (7)	79,76 (6)
43,62 (26)	52,23 (22)	63,55 (16)	67,06 (14)	77,13 (8)	83,61 (4)
34,22 (29)	44,53 (25)	53,22 (21)	61,01 (17)	64,68 (15)	66,47 (14)
80,15 (6)	85,09 (3)				
29,15 (31)	35,22 (29)	40,48 (27)	49,61 (23)	57,64 (19)	59,53 (18)
68,52 (13)	71,95 (11)	75,31 (9)	76,98 (8)	86,77 (2)	88,39 (1)
29,43 (32)	32,47 (31)	37,88 (29)	40,35 (28)	47,12 (25)	49,22 (24)
58,86 (19)	62,44 (17)	64,19 (16)	65,91 (15)	69,28 (13)	70,94 (12)
79,02 (7)	83,75 (4)	85,32 (3)			
31,56 (33)	36,83 (31)	39,23 (30)	41,52 (29)	43,70 (28)	45,80 (27)
58,91 (20)	60,62 (19)	62,31 (18)	67,21 (15)	68,81 (14)	70,39 (13)
79,59 (7)	87,04 (2)	88,52 (1)			
37,06 (33)	45,47 (29)	51,04 (26)	56,21 (23)	59,48 (21)	65,73 (17)
80,25 (7)	81,66 (6)				
35,11 (32)	44,29 (28)	55,78 (22)	59,25 (20)	62,60 (18)	65,85 (16)
90,00 (0)					
34,93 (33)	49,76 (26)	51,60 (25)	53,40 (24)	65,02 (17)	66,58 (16)
82,86 (5)					
40,48 (32)	44,51 (30)	51,83 (26)	55,22 (24)	61,62 (20)	64,67 (18)
76,25 (10)	90,00 (0)				
38,13 (35)	45,84 (31)	51,00 (28)	55,82 (25)	60,37 (22)	64,72 (19)
75,69 (11)	83,55 (5)				

58,99 (17)	61,00 (16)	83,04 (4)	
55,44 (19)	61,47 (16)	81,42 (5)	83,14 (4)
37,40 (27)	47,41 (23)	51,84 (21)	59,99 (17)
88,31 (1)			71,12 (11)
40,32 (27)	42,76 (26)	49,50 (23)	53,63 (21)
88,38 (1)			64,94 (15)
48,42 (25)	59,71 (19)	69,81 (13)	73,02 (11)
60,70 (18)	62,47 (17)	74,22 (10)	86,88 (2)
33,62 (31)	44,23 (28)	51,84 (23)	59,31 (19)
79,16 (7)	85,38 (3)		66,24 (15)
			69,56 (13)

h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2		
5	2	2	5	4	2	16,23 (37)	28,08 (34)
						71,86 (12)	78,02 (8)
			5	4	3	16,24 (39)	27,59 (36)
						71,33 (13)	74,29 (11)
			5	4	4	19,03 (41)	28,82 (38)
			5	5	1	25,59 (37)	36,45 (33)
			5	5	2	22,50 (39)	42,75 (31)
			5	5	3	21,69 (41)	37,51 (35)
			5	5	4	22,87 (43)	31,01 (40)
h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2		
5	3	0	5	3	0	28,07 (30)	42,67 (25)
			5	3	1	9,73 (34)	29,58 (30)
						69,64 (12)	73,15 (10)
			5	3	2	18,93 (34)	30,41 (31)
						82,00 (5)	88,41 (1)
			5	3	3	27,23 (34)	38,32 (30)
			5	4	0	7,70 (37)	20,38 (35)
			5	4	1	11,73 (37)	22,15 (35)
						74,66 (10)	79,32 (7)
			5	4	2	18,93 (37)	26,52 (35)
						70,59 (13)	82,66 (5)
			5	4	3	26,18 (37)	31,91 (35)
						74,53 (11)	83,03 (5)
			5	4	4	32,81 (37)	37,34 (35)
			5	5	1	16,14 (40)	47,75 (28)
			5	5	2	21,01 (40)	43,66 (31)
			5	5	3	26,74 (40)	40,61 (34)
			5	5	4	32,39 (40)	38,64 (37)
h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2		
5	3	1	5	3	1	19,46 (33)	27,66 (31)
						68,20 (13)	75,10 (9)
			5	3	2	9,20 (36)	21,20 (34)
						63,98 (16)	67,43 (14)
			5	3	3	17,49 (37)	31,72 (33)
						85,56 (3)	88,52 (1)
			5	4	0	12,38 (37)	22,49 (35)
						69,93 (13)	73,12 (11)
			5	4	1	7,64 (38)	20,12 (36)
						62,00 (18)	65,33 (16)
			5	4	2	10,67 (39)	21,20 (37)
						58,05 (21)	61,40 (19)
						88,56 (1)	
			5	4	3	17,02 (40)	24,72 (38)
						61,44 (20)	67,51 (16)
			5	4	4	23,37 (41)	29,17 (39)
						78,38 (9)	86,15 (3)
			5	5	1	13,97 (41)	22,62 (39)
						74,91 (11)	77,70 (9)
			5	5	2	14,96 (42)	29,06 (38)
						73,98 (12)	76,70 (10)

Продолжение табл. 14

41,19 (29)	43,40 (28)	47,57 (26)	56,98 (21)	68,70 (14)	70,28 (13)
81,04 (6)					
35,67 (33)	48,34 (27)	53,78 (24)	55,51 (23)	65,26 (17)	66,80 (16)
84,35 (4)	85,76 (3)				
54,80 (25)	59,52 (22)	65,48 (18)	78,02 (9)	87,36 (2)	
52,45 (25)	65,52 (17)	68,55 (15)	71,53 (13)	83,00 (5)	
44,71 (30)	63,25 (19)	74,90 (11)	76,30 (10)		
48,91 (29)	61,58 (21)	70,13 (15)	78,23 (9)	83,49 (5)	
54,65 (27)	60,47 (23)	64,62 (20)	81,37 (7)	90,00 (0)	
61,93 (16)	63,82 (15)	74,65 (9)	90,00 (0)		
35,74 (28)	50,38 (22)	54,57 (20)	58,55 (18)	62,37 (16)	66,06 (14)
83,34 (4)	90,00 (0)				
33,42 (30)	45,93 (25)	54,25 (21)	58,09 (19)	63,57 (16)	75,50 (9)
90,00 (0)					
51,12 (24)	65,26 (16)	80,97 (6)	90,00 (0)		
47,96 (25)	57,61 (20)	66,31 (15)	69,62 (13)	71,25 (12)	82,30 (5)
42,19 (28)	52,51 (23)	54,40 (22)	58,04 (20)	63,26 (17)	69,88 (13)
82,40 (5)					
37,58 (31)	48,34 (26)	50,27 (25)	55,78 (22)	60,94 (19)	69,03 (14)
87,07 (2)					
34,45 (34)	43,31 (30)	45,30 (29)	49,09 (27)	67,17 (16)	71,62 (13)
85,83 (3)	90,00 (0)				
43,37 (32)	72,82 (13)	79,53 (8)	83,48 (5)		
58,11 (22)	61,30 (20)	76,10 (10)			
54,31 (25)	63,68 (19)	76,50 (10)	83,30 (5)		
47,95 (30)	69,07 (16)	77,10 (10)	90,00 (0)		
42,37 (35)	74,07 (13)	77,81 (10)	83,94 (5)		
34,05 (29)	44,42 (25)	48,92 (23)	57,12 (19)	60,94 (17)	64,62 (15)
78,46 (7)	88,36 (1)				
28,66 (32)	39,85 (28)	44,53 (26)	48,85 (24)	52,90 (22)	60,42 (18)
77,33 (8)	80,53 (6)	83,70 (4)	86,86 (2)		
36,96 (31)	41,62 (29)	45,89 (27)	60,68 (19)	70,42 (13)	73,53 (11)
40,04 (29)	48,70 (25)	56,33 (21)	59,90 (19)	63,34 (17)	66,67 (15)
79,35 (7)	82,42 (5)				
27,53 (34)	33,42 (32)	43,09 (28)	47,30 (26)	51,25 (24)	54,98 (22)
68,58 (14)	71,76 (12)	81,00 (6)	84,01 (4)	87,01 (2)	
28,13 (35)	33,74 (33)	38,64 (31)	43,05 (29)	47,13 (27)	54,58 (23)
64,64 (17)	67,79 (15)	73,91 (11)	76,89 (9)	79,84 (7)	85,66 (3)
35,63 (34)	40,10 (32)	44,18 (30)	51,57 (26)	54,99 (24)	58,27 (22)
73,33 (12)	76,17 (10)	78,98 (8)	81,75 (6)	84,51 (4)	87,26 (2)
34,07 (37)	42,37 (33)	46,05 (31)	52,81 (27)	67,63 (17)	73,08 (13)
88,72 (1)					
38,64 (33)	50,28 (27)	53,72 (25)	57,02 (23)	66,27 (17)	69,20 (15)
83,20 (5)					
34,10 (36)	46,36 (30)	53,27 (26)	56,49 (24)	62,61 (20)	71,21 (14)
79,40 (8)	90,00 (0)				

			5	5	3	18,87 (43)	30,88 (39)
			5	5	4	75,99 (11)	81,14 (7)
						23,73 (44)	29,09 (42)
						77,99 (10)	80,42 (8)
h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2		
5	3	2	5	3	2	13,17 (37)	26,53 (34)
						60,00 (19)	69,99 (13)
			5	3	3	8,29 (40)	27,05 (36)
						75,68 (10)	81,46 (6)
			5	4	0	20,38 (37)	27,54 (35)
						75,32 (10)	79,78 (7)
			5	4	1	12,52 (39)	22,16 (37)
						59,96 (20)	63,22 (18)
						79,91 (7)	85,69 (3)
			5	4	2	7,48 (41)	19,42 (39)
						56,21 (23)	65,73 (17)
						84,45 (4)	85,84 (3)
			5	4	3	9,43 (43)	15,52 (42)
						53,38 (26)	56,59 (24)
						79,42 (8)	80,76 (7)
			5	4	4	14,78 (45)	22,49 (43)
						73,78 (13)	83,83 (5)
			5	5	1	17,44 (42)	30,32 (38)
						79,53 (8)	90,00 (0)
			5	5	2	13,75 (44)	25,16 (41)
						78,54 (9)	82,39 (6)
			5	5	3	13,71 (46)	21,68 (44)
						77,81 (10)	82,72 (6)
			5	5	4	16,57 (48)	20,20 (47)
						72,57 (15)	84,27 (5)
h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2		
5	3	3	5	3	3	24,91 (39)	54,45 (25)
			5	4	0	28,21 (37)	33,53 (35)
			5	4	1	19,74 (40)	26,60 (38)
						87,30 (2)	
			5	4	2	12,17 (43)	21,24 (41)
						75,52 (11)	80,84 (7)
			5	4	3	7,22 (46)	18,39 (44)
						75,00 (12)	85,05 (4)
			5	4	4	8,21 (49)	18,31 (47)
			5	5	1	23,33 (43)	37,81 (37)
			5	5	2	17,33 (46)	33,89 (40)
			5	5	3	13,39 (49)	26,69 (45)
			5	5	4	12,55 (52)	20,19 (50)

35,49 (37)	39,63 (35)	50,34 (29)	56,62 (25)	62,48 (21)	73,38 (13)
83,68 (5)					
33,67 (40)	41,49 (36)	48,26 (32)	51,38 (30)	68,01 (18)	73,06 (14)
82,83 (6)	90,00 (0)				

35,33 (31)	37,86 (30)	40,26 (29)	46,83 (26)	48,86 (25)	58,24 (20)
71,59 (12)	73,17 (11)	76,30 (9)	83,96 (4)	88,49 (1)	
32,74 (34)	46,16 (28)	53,58 (24)	57,03 (22)	66,68 (16)	69,74 (14)
84,32 (4)					
33,28 (33)	40,53 (30)	54,36 (23)	56,13 (22)	64,49 (17)	70,77 (13)
82,72 (5)	87,10 (2)				
25,69 (36)	28,83 (35)	34,31 (33)	41,33 (30)	45,50 (28)	47,48 (27)
64,82 (17)	67,95 (15)	69,49 (14)	71,01 (13)	72,52 (12)	74,02 (11)
87,13 (2)					
29,47 (36)	37,06 (33)	39,30 (32)	41,44 (31)	49,24 (27)	54,52 (24)
67,24 (16)	71,68 (13)	73,13 (12)	74,57 (11)	77,43 (9)	78,85 (8)
88,61 (1)					
19,85 (41)	26,53 (39)	29,33 (38)	31,91 (37)	44,67 (31)	48,29 (29)
59,69 (22)	61,20 (21)	64,16 (19)	67,05 (17)	72,65 (13)	75,38 (11)
88,69 (1)					
25,52 (42)	51,46 (29)	54,54 (27)	61,79 (22)	63,18 (21)	67,25 (18)
86,30 (3)	87,54 (2)				
43,37 (32)	47,04 (30)	62,98 (20)	65,87 (18)	74,18 (12)	76,87 (10)
37,37 (36)	39,41 (35)	50,19 (29)	62,38 (21)	70,66 (15)	72,00 (14)
83,66 (5)					
32,35 (40)	44,11 (34)	56,69 (26)	59,54 (24)	65,01 (20)	70,25 (16)
85,15 (4)					
26,03 (45)	50,28 (32)	57,38 (27)	60,05 (25)	62,66 (23)	68,94 (18)
86,57 (3)	87,71 (2)				

60,77 (21)	77,92 (9)	80,63 (7)			
49,98 (27)	71,96 (13)	83,16 (5)	85,90 (3)		
36,86 (34)	41,15 (32)	58,82 (22)	67,88 (16)	76,39 (10)	79,15 (8)
32,74 (37)	45,19 (31)	48,76 (29)	64,41 (19)	67,27 (17)	72,81 (13)
88,70 (1)					
25,07 (42)	52,85 (28)	55,89 (26)	61,68 (22)	67,16 (18)	72,43 (14)
59,67 (25)	62,32 (23)	69,92 (17)	81,87 (7)	88,84 (1)	
41,63 (35)	57,73 (25)	73,88 (13)	81,40 (7)	83,87 (5)	
45,12 (34)	65,48 (20)	70,61 (16)	78,02 (10)	85,24 (4)	
52,01 (31)	67,84 (19)	72,67 (15)	88,86 (1)		
58,29 (28)	65,61 (22)	67,95 (20)	79,18 (10)	87,85 (2)	

h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2		
5	4	0	5	4	0	12,68 (40)	52,43 (25)
			5	4	1	8,88 (41)	15,44 (40)
			5	4	2	74,63 (11)	77,47 (9)
						17,35 (41)	21,37 (40)
						76,54 (10)	77,91 (9)
			5	4	3	25,10 (41)	27,94 (40)
						79,82 (8)	83,66 (5)
			5	4	4	31,99 (41)	34,16 (40)
			5	5	1	10,23 (45)	50,64 (29)
			5	5	2	16,99 (45)	45,47 (33)
			5	5	3	23,80 (45)	41,21 (37)
			5	5	4	30,11 (45)	37,99 (41)
h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2		
5	4	1	5	4	1	12,53 (41)	17,75 (40)
			5	4	2	63,10 (19)	66,12 (17)
						8,47 (43)	14,96 (42)
						48,16 (29)	53,27 (26)
						80,73 (7)	82,07 (6)
			5	4	3	16,23 (44)	20,23 (43)
						47,43 (31)	53,90 (27)
						84,99 (4)	86,25 (3)
			5	4	4	23,12 (45)	25,94 (44)
						84,13 (5)	85,31 (4)
			5	5	1	6,33 (46)	18,07 (44)
						77,52 (10)	82,55 (6)
			5	5	2	9,28 (47)	25,46 (43)
						75,41 (12)	81,55 (7)
			5	5	3	15,37 (48)	32,46 (42)
						87,70 (2)	90,00 (0)
			5	5	4	21,46 (49)	29,11 (46)
						84,55 (5)	85,64 (4)
h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2		
5	4	2	5	4	2	12,10 (44)	24,34 (41)
						69,17 (16)	73,21 (13)
			5	4	3	7,76 (47)	14,13 (46)
						52,31 (29)	55,30 (27)
						79,06 (9)	82,73 (6)
			5	4	4	14,65 (49)	18,60 (48)
						80,91 (8)	83,20 (6)
			5	5	1	11,16 (47)	26,16 (43)
						76,73 (11)	81,60 (7)
			5	5	2	6,27 (49)	29,27 (43)
						81,84 (7)	88,84 (1)
			5	5	3	8,20 (51)	24,20 (47)
						77,67 (11)	84,43 (5)
			5	5	4	13,46 (53)	20,64 (51)
						79,43 (10)	86,84 (3)

Продолжение табл. 14

60,80 (20)	67,03 (16)	77,32 (9)	90,00 (0)		
45,67 (29)	52,95 (25)	54,67 (24)	59,60 (21)	67,32 (16)	68,81 (15)
90,00 (0)					
19,80 (33)	45,70 (30)	49,32 (28)	52,75 (26)	66,69 (17)	73,78 (12)
81,97 (6)	90,00 (0)				
35,20 (37)	39,37 (35)	45,03 (32)	46,79 (31)	73,31 (13)	78,53 (9)
88,73 (1)	90,00 (0)				
41,87 (36)	79,27 (9)	85,25 (4)	90,00 (0)		
56,86 (25)	62,66 (21)	70,85 (15)	83,72 (5)		
50,39 (30)	68,82 (17)	77,73 (10)	83,90 (5)		
44,63 (35)	74,67 (13)	84,17 (5)			
39,74 (40)	80,04 (9)	84,48 (5)	90,00 (0)		
21,79 (39)	38,21 (33)	46,33 (29)	51,75 (26)	53,47 (25)	60,00 (21)
67,61 (16)	74,82 (11)	76,23 (10)	79,02 (8)	81,79 (6)	88,64 (1)
26,22 (39)	29,06 (38)	31,67 (37)	38,55 (34)	40,62 (33)	44,51 (31)
58,06 (23)	61,12 (21)	66,98 (17)	71,21 (14)	72,60 (13)	75,34 (11)
87,36 (2)	88,68 (1)				
26,53 (41)	31,67 (39)	33,98 (38)	36,16 (37)	38,23 (36)	43,94 (33)
55,43 (26)	68,22 (17)	73,52 (13)	74,82 (12)	78,67 (9)	82,48 (6)
88,75 (1)					
33,07 (41)	40,87 (37)	42,63 (36)	50,69 (31)	74,59 (13)	79,40 (9)
88,83 (1)					
42,72 (34)	49,59 (30)	55,82 (26)	58,76 (24)	64,40 (20)	69,77 (16)
85,04 (4)					
37,07 (38)	42,70 (35)	53,99 (28)	58,34 (25)	62,49 (22)	71,64 (15)
83,97 (5)	80,39 (3)				
36,53 (40)	50,00 (32)	52,94 (30)	68,80 (18)	78,41 (10)	80,75 (8)
31,27 (45)	38,86 (41)	46,86 (36)	48,34 (35)	74,58 (14)	80,16 (9)
88,91 (1)					
32,39 (38)	34,69 (37)	36,87 (36)	56,25 (25)	60,73 (22)	66,42 (18)
78,46 (9)	83,62 (5)	84,90 (4)	87,45 (2)		
18,43 (45)	24,97 (43)	27,69 (42)	30,19 (41)	42,45 (35)	44,21 (34)
62,37 (22)	63,72 (21)	67,70 (18)	71,57 (15)	74,09 (13)	76,59 (11)
83,95 (5)	86,37 (3)	87,58 (2)			
24,73 (46)	49,34 (33)	50,81 (32)	59,11 (26)	70,39 (17)	73,95 (14)
88,87 (1)					
35,50 (39)	43,06 (35)	49,68 (31)	58,54 (25)	66,63 (19)	71,75 (15)
84,01 (5)	86,41 (3)				
33,72 (41)	35,76 (40)	56,79 (27)	62,19 (23)	66,06 (20)	79,48 (9)
90,00 (0)					
20,15 (45)	40,81 (39)	58,40 (27)	60,98 (25)	63,49 (23)	73,08 (15)
80,66 (3)	88,89 (1)				
23,44 (50)	47,24 (37)	55,33 (31)	56,60 (30)	69,60 (19)	76,20 (13)
88,95 (1)					

h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2		
5	4	3	5	4	3	11,48 (49)	19,95 (47)
			5	4	4	70,12 (17)	71,34 (16)
			5	5	1	6,89 (53)	13,08 (52)
			5	5	2	78,11 (11)	86,78 (3)
			5	5	3	18,10 (48)	29,39 (44)
			5	5	4	80,88 (8)	83,18 (6)
						11,04 (51)	22,52 (48)
						77,78 (11)	84,48 (5)
						6,16 (54)	16,78 (52)
						79,39 (10)	85,78 (4)
						7,14 (57)	12,88 (56)
						74,86 (15)	83,00 (7)
h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2		
5	4	4	5	4	4	10,75 (56)	63,99 (25)
			5	5	1	24,66 (49)	33,42 (45)
			5	5	2	17,20 (53)	25,68 (50)
			5	5	3	10,61 (57)	18,48 (55)
			5	5	4	5,99 (61)	11,98 (60)
h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2		
5	5	1	5	5	1	16,10 (49)	46,66 (35)
			5	5	2	7,74 (52)	23,84 (48)
			5	5	3	14,94 (53)	31,04 (47)
			5	5	4	21,45 (54)	30,48 (50)
h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2		
5	5	2	5	5	2	31,59 (46)	33,56 (45)
			5	5	3	7,20 (56)	27,65 (50)
			5	5	4	13,70 (58)	22,89 (55)
h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2		
5	5	3	5	5	3	21,22 (55)	45,98 (41)
			5	5	4	6,51 (62)	15,95 (60)
h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2		
5	5	4	5	5	4	9,99 (65)	58,99 (34)

23,07 (46)	50,21 (32)	51,68 (31)	60,00 (25)	62,61 (23)	68,90 (18)
73,74 (14)	79,63 (9)	81,95 (7)	88,85 (1)	90,00 (0)	
17,19 (51)	57,10 (29)	58,37 (28)	66,84 (21)	69,15 (19)	77,01 (12)

33,72 (42)	37,62 (40)	44,53 (36)	53,55 (30)	73,90 (14)	78,58 (10)
87,73 (2)	90,00 (0)				
30,00 (45)	41,36 (39)	51,99 (32)	61,24 (25)	69,73 (18)	73,22 (15)
87,79 (2)	88,90 (1)				
22,99 (50)	48,49 (36)	58,97 (28)	66,11 (22)	68,39 (20)	75,06 (14)
87,89 (2)					
16,78 (55)	54,94 (33)	63,09 (26)	64,20 (25)	65,31 (24)	72,79 (17)
84,00 (6)					

65,10 (24)	73,70 (16)	82,95 (7)			
40,50 (41)	49,52 (35)	80,39 (9)	84,68 (5)	88,94 (1)	
48,17 (37)	57,27 (30)	76,45 (13)	79,62 (10)	86,90 (3)	
55,32 (33)	64,46 (25)	72,95 (17)	75,01 (15)	83,07 (7)	
61,78 (29)	69,98 (21)	70,97 (20)	79,67 (11)		

60,65 (25)	72,90 (15)	88,88 (1)			
40,34 (40)	55,13 (30)	67,60 (20)	79,01 (10)	87,82 (2)	
34,88 (45)	50,35 (35)	74,13 (15)	84,77 (5)	86,86 (3)	
37,55 (46)	46,41 (40)	80,07 (10)	86,05 (4)	90,00 (0)	

62,42 (25)	84,69 (5)	85,75 (4)			
38,78 (44)	57,89 (30)	69,25 (20)	83,90 (6)	90,00 (0)	
45,29 (42)	54,11 (35)	75,45 (15)	82,30 (8)	85,20 (5)	

64,93 (25)	81,23 (9)	85,14 (5)			
52,49 (38)	61,27 (30)	71,31 (20)	78,91 (12)	80,78 (10)	

67,74 (25)	75,97 (16)	76,86 (15)			
------------	------------	------------	--	--	--

пары плоскостей $\{hkl\}$ углы между ними характеризуются разными значениями числителя в приведенной выше формуле. Поэтому в табл. 14 для каждого значения угла приводится в скобках величина числителя. Это облегчает расшифровку электрограмм. Измеренные межплоскостные расстояния d определяют общие значения индексов $\{h_1k_1l_1\}$ и $\{h_2k_2l_2\}$, а измеренный угол между векторами обратной решетки ограничивает выбор числителя определенным значением $\Sigma h, h_2$. Следовательно, в каждом случае конкретная комбинация индексов hkl и их знаков должна соответствовать значению числителя в формуле для найденного угла. Это может помочь решить вопрос о том, какие конкретные плоскости каждого семейства вызывают появление данных рефлексов, или подтвердить правильность индентирования, проведенного на основании общего расположения рефлексов.

Табл. 14 основана на данных, собранных Пивлером и Ленуски и опубликованных в виде специального отчета IMD №8 (American Institute of Mining, Metallurgical and Petroleum Engineers). Значения углов были нами полностью пересчитаны на цифровой счетной машине «Эллиот-803» и снабжены дополнительно величинами соответствующих числителей. Любые расхождения при вычислении углов повторно проверялись. Поэтому представляется, что данная таблица является достаточно полной и точной.

11. Эталонные электронограммы

На фиг. 32 и 33 приведены схемы эталонных электронограмм соответственно для кубических и гексагональных кристаллов при некоторых ориентировках. Основываясь на симметрии этих схематических электронограмм, можно отнести исследуемые кристаллы к одной из двух упомянутых систем, а в ряде случаев — к тетрагональной системе, которую при этом также можно распознать. Поворот кристалла относительно какой-либо оси, позволяющий получить две или более эталонные электронограммы, дает возможность вполне удовлетворительно идентифицировать дифрагирующую среду «на глаз» без фиксирования электронограмм на фотопластинках. Однако не следует полностью полагаться на подобное суждение. Приведем некоторые замечания по поводу этих схем.

Кубические кристаллы (фиг. 32)

Электронограммы в каждом столбце содержат одну и ту же основную сетку, но в соответствии с правилами погасания возникают различные рефлексы.

Объемноцентрированная кубическая структура дает гранецентрированную кубическую обратную решетку, и наоборот.

Структура алмаза является по существу такой же, как и у гранецентрированных кубических веществ, за исключением того, что рефлексы, для которых

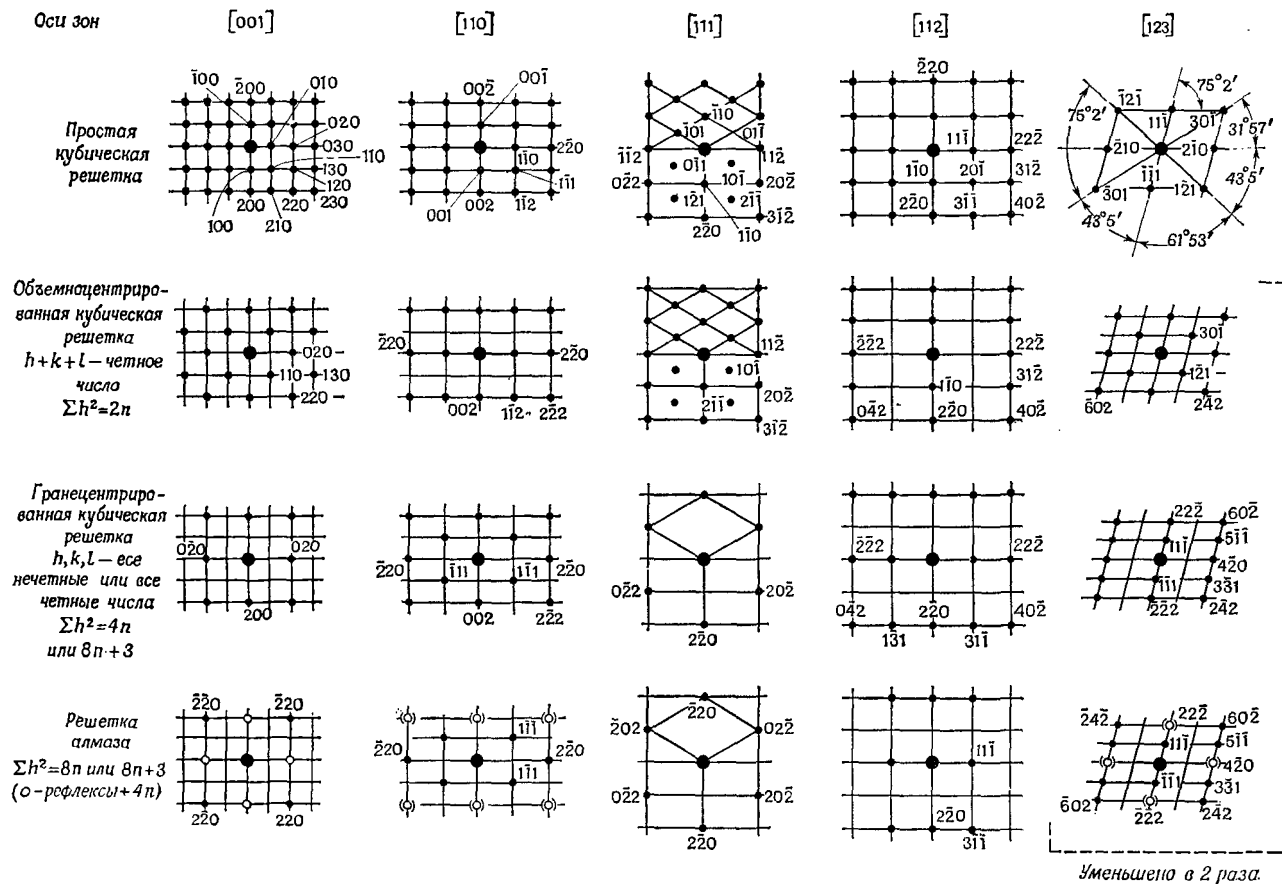
$$\sum_i h_i^2 = \text{Нечетное число, умноженное на четыре,}$$

слабы или отсутствуют вовсе. Однако в случае дифракции электронов такие рефлексы могут появляться в результате *двойного отражения*.

Двойное отражение способствует выравниванию интенсивности рефлексов, хотя и не влияет на дифракционную картину в других отношениях.

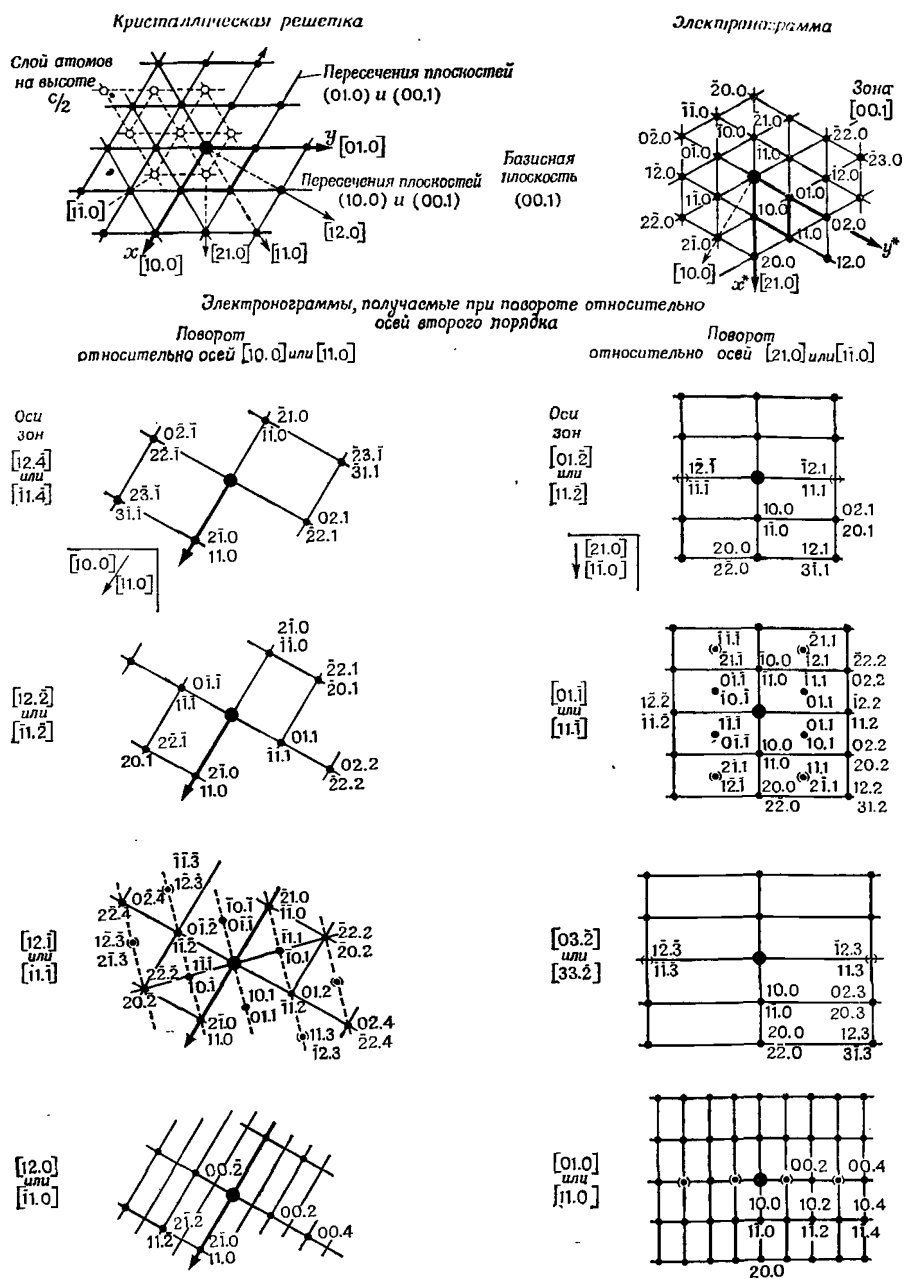
Для ориентировки [111] можно различить гексагональную и прямоугольную симметрию расположения рефлексов.

Ориентировка [123] представляет собой более общий случай оси зоны hkl , когда $h \neq k \neq l$. При построении схематической электронограммы



Ф и г. 32. Эталонные электрограммы для кубических кристаллов.

○ — дополнительные более слабые рефлексы; () — рефлексы, которые могут появиться в результате двойного отражения.



Фиг. 33. Эталонные электронограммы для гексагональных плотно упакованных кристаллов ($c/a = 1,633$).

При индексировании использована система с тремя индексами.
() — рефлексы, которые могут появиться в результате двойного отражения.

подобного типа необходимо употреблять для индексов наименьшие целые числа, удовлетворяющие уравнению $hu + kv + lw = 0$, и в то же время тщательно выбирать правильные углы для конкретного набора индексов (с учетом их знаков).

Гексагональные кристаллы (фиг. 33)

Схемы начерчены в масштабе для отношения осей $c/a = 1,633$ (плотная упаковка сферических атомов).

Электрограмма, представляющая собой основную базисную плоскость, анализируется отдельно и приведена в верхней части фигуры, где показана ее связь с кристаллической решеткой. Соответствующая стереографическая проекция уже приводилась ранее (фиг. 25); была также дана одна из возможных проекций с полюсом $[00.1]$, лежащим в плоскости проекции (см. фиг. 26).

Указаны различные индексы, возможные для плоскостей с одинаковыми межплоскостными расстояниями, что следует из обсуждения, проведенного в § 2 гл. 9.

Имеются два типа осей, относительно которых кристалл обладает симметрией *второго* порядка. Эти оси проходят через ребра гексагона или перпендикулярно его граням. Поворот относительно любой из этих осей дает как раз серии приведенных на фигуре электрограмм. Последние выбраны таким образом, что содержат узлы, отвечающие малым значениям $1/d$ (большим значениям d), т. е. такие узлы, которые находятся вблизи центра электрограммы и имеют малые индексы.

Показаны два из трех возможных вариантов *плоскостных* индексов ¹⁾, которые можно легко установить при рассмотрении электрограммы базисной плоскости обратной решетки. В каждом случае плоскость $(hk.l)$ в системе с четырьмя индексами представляется как $(hk\bar{k} + \bar{h}l)$; различные варианты индексов получаются в результате возможного выбора любых двух индексов из первых трех.

Используемые на схеме обозначения осей зон *строго ограничены тремя индексами* из-за могущей возникнуть неоднозначности, так что применять правило добавления четвертого индекса здесь не следует. Индексы осей зон находятся с помощью векторного произведения с использованием только трех индексов. Эти оси можно определить как направления, проходящие через узлы кристаллической решетки перпендикулярно осям вращения.

¹⁾ То есть индексов относительно осей в базисной плоскости кристаллической решетки. — *Прим. перев.*

Распространение приведенных схем на другие случаи

Кубическая проекция ¹⁾ [001] одинаково хорошо применима к проекциям [100] или [010] *тетрагональной* решетки.

При изменении величины одного из ребер эту проекцию можно применить для тех же проекций *орторомбической* решетки или для проекции [001] (в соответствии с выбором осей).

Для *тетрагонального* и *орторомбического* кристаллов первая и вторая проекции ²⁾ будут всегда иметь вид прямоугольников, как показано на фиг. 32.

Для трех других проекций на фиг. 32 отклонение от кубической симметрии в сторону *тетрагональной* или *орторомбической* изменяет все углы и относительные величины расстояний рефлексов от центра электронограммы (за исключением случая $d_{hkl} = d_{khl}$ в тетрагональной решетке).

Ромбоэдрическое искажение кубической решетки будет приводить к изменению относительных величин расстояний и углов между рефлексами на каждой схематической электронограмме. Только в случае проекции [111], для которой сохраняется ось симметрии третьего порядка, симметрия электронограммы не изменится.

В других отношениях *ромбоэдрическая* решетка ведет себя подобно *гексагональной*, и ее следует анализировать таким же образом.

Орторомбические кристаллы имеют три оси, при вращении вокруг которых прямоугольная симметрия рефлексов на электронограммах сохраняется.

Гексагональная решетка ведет себя подобно центрированной орторомбической решетке, и единственная действительная отличительная ее особенность — наличие оси симметрии третьего порядка, которой в орторомбической решетке соответствует отношение двух орторомбических осей, равное точно $\sqrt{3}$. Такая двойная симметрия показана также на фиг. 32 для кубического кристалла ³⁾.

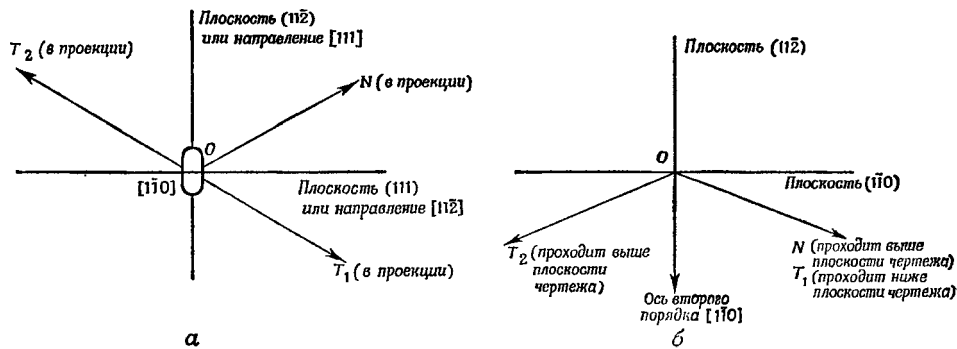
¹⁾ Под проекцией в этом разделе подразумевается та или иная схематическая электронограмма, приведенная на фиг. 32.— *Прим. перев.*

²⁾ Речь идет о проекциях [001] и [110].— *Прим. перев.*

³⁾ Она показана на проекции [111].— *Прим. перев.*

12. Двойники в кубических кристаллах

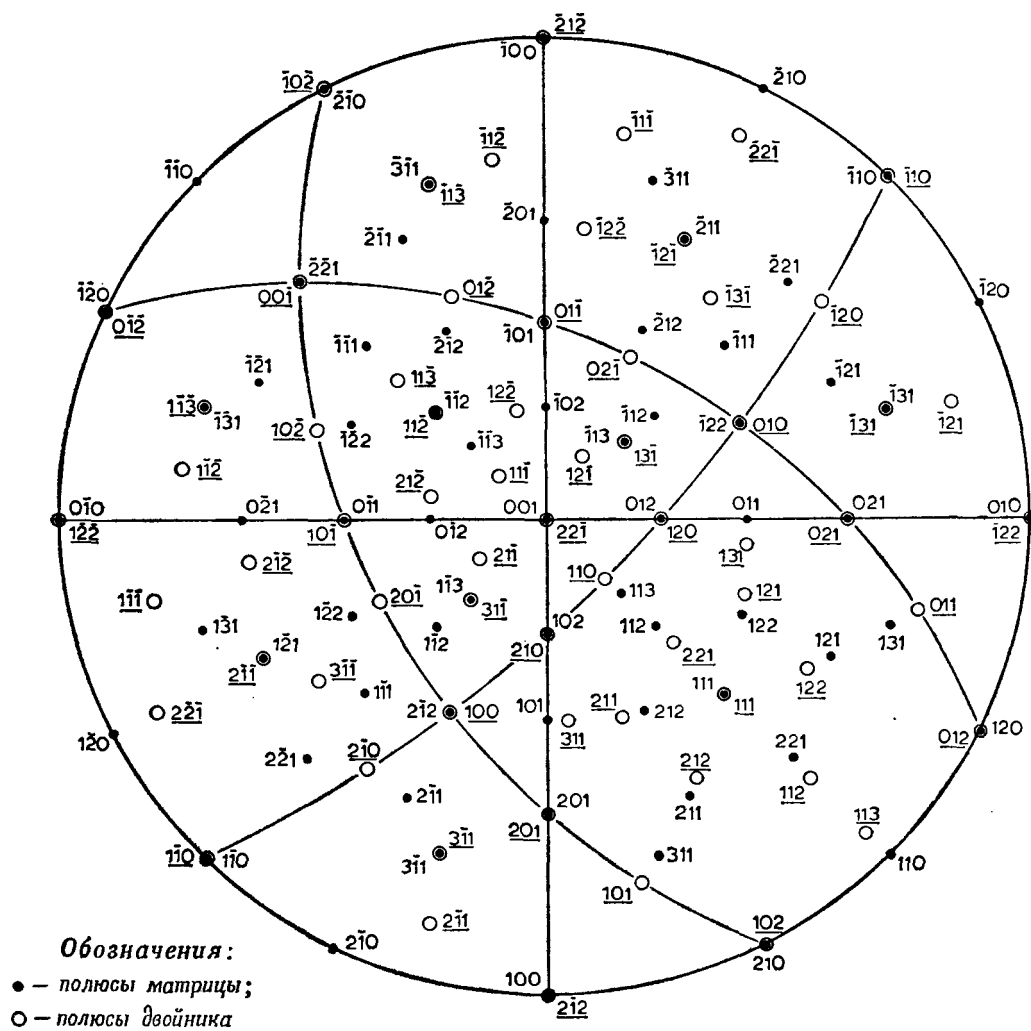
Келли [28] установил, что двойникование по $\{111\}$ в гранецентрированных кубических металлах и по $\{112\}$ в объемноцентрированных кубических металлах приводит к одинаковому результату. Причина этого проиллюстрирована на фиг. 34. Плоскости двойникования в объемноцентрированной решетке, например $(11\bar{2})$, всегда соответствует перпендикулярная ей плоскость двойникования (111) в гранецентрированной кубической решетке. Линия пересечения этих плоскостей есть направление



Ф и г. 34. Схема, показывающая эквивалентность двух типов двойников в г. ц. к. и о. ц. к. решетках.

α — проекция на плоскость $(1\bar{1}0)$; β — в плоскости чертежа лежат плоскость (111) и направление $[1\bar{1}0]$.

типа $\langle 110 \rangle$, в данном случае — $[1\bar{1}0]$, которое является осью симметрии второго порядка. На фигуре показано, что нормаль ON к какой-либо плоскости (направление нормали $[uvw]$) при двойниковании по (111) переходит в направление OT_1 . Двойникование по $(11\bar{2})$ будет переводить ON в направление OT_2 . Плоскости, перпендикулярные OT_1 и OT_2 , или сами эти направления будут одного и того же типа, так как они повернуты относительно друг друга вокруг оси второго порядка $[1\bar{1}0]$. Поэтому они будут



различаться только знаками или порядком чередования своих индексов. Таким образом, стереографическая проекция (фиг. 35), любезно предоставленная Келли, является достаточной для интерпретации двойников в любой из этих структур. Простое аналитическое доказательство такого соотношения заключается в следующем.

Пусть двойники в гранецентрированной кубической решетке образуются по плоскости (111) и в объемпоцентрированной кубической решетке — по плоскости $(11\bar{2})$. Эти плоскости пересекаются по направлению $[1\bar{1}0]$. Поэтому для всех $(h_1k_1l_1)$ соблюдаются соотношения ¹⁾

$$h_2 = -k_3, \quad k_2 = -h_3, \quad l_2 = -l_3,$$

которые подтверждают то положение, что плоскости $(h_2k_2l_2)$ и $(h_3k_3l_3)$ принадлежат к одному и тому же семейству плоскостей $\{hkl\}$ (табл. 15). Кроме того, векторное сложение этих индексов с индексами $[1\bar{1}0]$, если исключить общий множитель, показывает, что эти плоскости образуют с данным направлением одинаковые углы.

Таблица 15

Индексы до двойнико- вания	Индексы после двойнико- вания		Сумма ин- дексов ($h_2 + h_3 \dots$)
	по (111)	по $(11\bar{2})$	
h_1	$h_2 = h_1 - \frac{2}{3}(h_1 + k_1 + l_1) =$ $= \frac{1}{3}(h_1 - 2k_1 - 2l_1)$	$h_3 = h_1 - \frac{1}{3}(h_1 + k_1 - 2l_1) =$ $= \frac{1}{3}(2h_1 - k_1 + 2l_1)$	$h_1 - k_1$
k_1	$k_2 = \frac{1}{3}(-2h_1 + k_1 - 2l_1)$	$k_3 = \frac{1}{3}(-h_1 + 2k_1 + 2l_1)$	$-(h_1 - k_1)$
l_1	$l_2 = \frac{1}{3}(-2h_1 - 2k_1 + l_1)$	$l_3 = \frac{1}{3}(2h_1 + 2k_1 - l_1)$	0

В табл. 16 указано положение в обратном пространстве двойниковых рефлексов кубической решетки, рассчитанное из этих соотношений; табл. 16 является модификацией таблицы, впервые составленной Мираном и Ричменом [29]. [Дополнительную помощь в определении положения

¹⁾ Индексы $(h_2k_2l_2)$ относятся к плоскостям двойника в гранецентрированной кубической решетке, а индексы $(h_3k_3l_3)$ — к плоскостям двойника в объемпоцентрированной кубической решетке. — Прим. перев.

Таблица 16

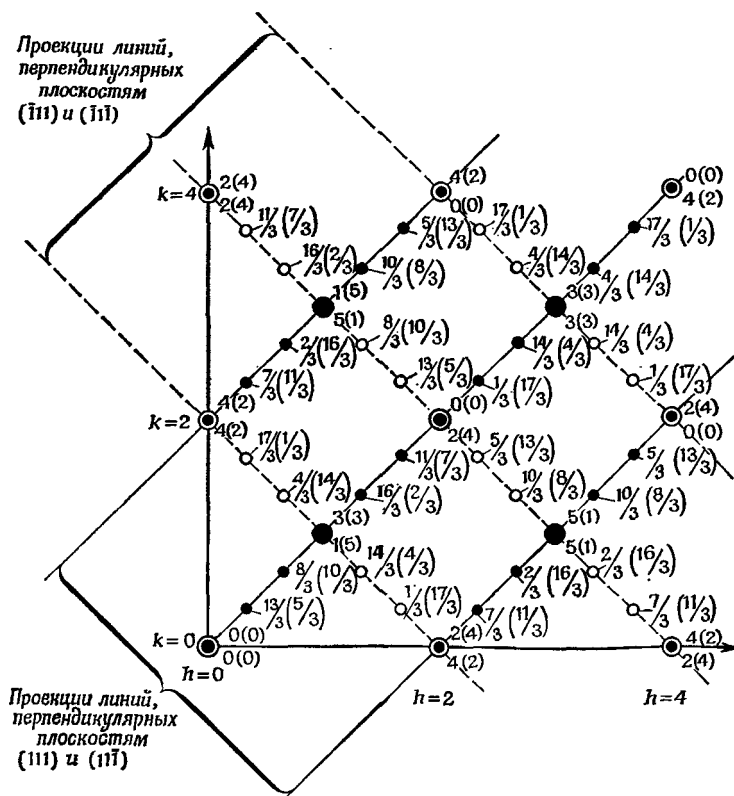
ПОЛОЖЕНИЕ ДВОЙНИКОВЫХ РЕФЛЕКСОВ В ОБРАТНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Символом $\times$ отмечены рефлексы $h_1k_1l_1$ и $h_2k_2l_2$, которые отсутствуют в о.ц.к. структурах	Двойникование по (211), т.е. как в о.ц.к. структурах $\rightarrow$						Двойникование по (111), т.е. как в г.ц.к. структурах $\leftarrow$						Символом $\times$ отмечены рефлексы $h_1k_1l_1$ и $h_2k_2l_2$, которые отсутствуют в г.ц.к. структурах	Символом $\times$ отмечены рефлексы $h_1k_1l_1$ и $h_2k_2l_2$, которые отсутствуют в о.ц.к. структурах	Двойникование по (211), т.е. как в о.ц.к. структурах $\rightarrow$						Двойникование по (111), т.е. как в г.ц.к. структурах $\leftarrow$						Символом $\times$ отмечены рефлексы $h_1k_1l_1$ и $h_2k_2l_2$, которые отсутствуют в г.ц.к. структурах																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																		
	h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2	h_1	k_1	l_1	h_1	k_1	l_1			h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2	h_1	k_1	l_1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
	0	1	1	0	1	1	0	1	1	$\times$		2	-2	0	2/3	-8/3	2/3	-2	0	-2			0	1	3	4/3	5/3	7/3	0	3	1	$\times$			0	-1	3	8/3	1/3	5/3	0	3	-1	$\times$			0	1	3	4/3	5/3	7/3	0	3	1	$\times$			0	-1	3	8/3	1/3	5/3	0	3	-1	$\times$			0	3	1	-4/3	7/3	5/3	0	1	3	$\times$			0	-3	1	8/3	-5/3	-1/3	0	1	-3	$\times$			3	0	1	-1/3	-5/3	8/3	-3	1	0	$\times$			3	0	1	5/3	7/3	-4/3	3	1	0	$\times$			1	0	3	5/3	1/3	8/3	-1	3	0	$\times$			-1	0	3	7/3	5/3	4/3	1	3	0	$\times$			1	3	0	-7/3	4/3	5/3	-1	0	3	$\times$			-1	3	0	-5/3	8/3	1/3	1	0	3	$\times$			3	1	0	-5/3	-4/3	7/3	-3	0	1	$\times$			-3	1	0	1/3	8/3	-5/3	3	0	1	$\times$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																	
	0	1	1	4/3	-1/3	1/3	0	1	-1	$\times$		0	-1	3	8/3	1/3	5/3	0	3	-1			$\times$	0	1	3	4/3	5/3	7/3	0	3	1			$\times$	0	-1	3	8/3	1/3	5/3	0	3	-1			$\times$	0	1	3	4/3	5/3	7/3	0	3	1			$\times$	0	-3	1	8/3	-5/3	-1/3	0	1	-3			$\times$	3	0	1	-1/3	-5/3	8/3	-3	1	0			$\times$	3	0	1	5/3	7/3	-4/3	3	1	0			$\times$	1	0	3	5/3	1/3	8/3	-1	3	0			$\times$	-1	0	3	7/3	5/3	4/3	1	3	0			$\times$	1	3	0	-7/3	4/3	5/3	-1	0	3			$\times$	-1	3	0	-5/3	8/3	1/3	1	0	3			$\times$	3	1	0	-5/3	-4/3	7/3	-3	0	1			$\times$	-3	1	0	1/3	8/3	-5/3	3	0	1			$\times$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
	0	1	-1	-4/3	1/3	-1/3	0	-1	1	$\times$		0	-1	3	8/3	1/3	5/3	0	3	-1			$\times$	0	-1	3	4/3	5/3	7/3	0	3	1			$\times$	0	-1	3	8/3	1/3	5/3	0	3	-1			$\times$	0	3	1	-4/3	7/3	5/3	0	1	3			$\times$	0	-3	1	8/3	-5/3	-1/3	0	1	-3			$\times$	3	0	1	-1/3	-5/3	8/3	-3	1	0			$\times$	3	0	1	5/3	7/3	-4/3	3	1	0			$\times$	1	0	3	5/3	1/3	8/3	-1	3	0			$\times$	-1	0	3	7/3	5/3	4/3	1	3	0			$\times$	1	3	0	-7/3	4/3	5/3	-1	0	3			$\times$	-1	3	0	-5/3	8/3	1/3	1	0	3			$\times$	3	1	0	-5/3	-4/3	7/3	-3	0	1			$\times$	-3	1	0	1/3	8/3	-5/3	3	0	1			$\times$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
	1	0	1	1/3	-1/3	4/3	-1	1	0	$\times$		1	0	3	8/3	1/3	5/3	0	1	3			$\times$	1	0	3	4/3	5/3	7/3	0	1	3			$\times$	1	0	3	8/3	1/3	5/3	0	1	3			$\times$	1	0	3	-4/3	7/3	5/3	0	1	3			$\times$	1	0	3	8/3	1/3	5/3	0	1	3			$\times$	1	0	3	4/3	5/3	7/3	0	1	3			$\times$	1	0	3	-4/3	7/3	5/3	0	1	3			$\times$	1	0	3	8/3	1/3	5/3	0	1	3			$\times$	1	0	3	4/3	5/3	7/3	0	1	3			$\times$	1	0	3	-4/3	7/3	5/3	0	1	3			$\times$	1	0	3	8/3	1/3	5/3	0	1	3			$\times$	1	0	3	4/3	5/3	7/3	0	1	3			$\times$	1	0	3	-4/3	7/3	5/3	0	1	3			$\times$	1	0	3	8/3	1/3	5/3	0	1	3			$\times$	1	0	3	4/3	5/3	7/3	0	1	3			$\times$	1	0	3	-4/3	7/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	8/3	1/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	4/3	5/3	7/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	-4/3	7/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	8/3	1/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	4/3	5/3	7/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	-4/3	7/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	8/3	1/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	4/3	5/3	7/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	-4/3	7/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	8/3	1/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	4/3	5/3	7/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	-4/3	7/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	8/3	1/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	4/3	5/3	7/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	-4/3	7/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	8/3	1/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	4/3	5/3	7/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	-4/3	7/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	8/3	1/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	4/3	5/3	7/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	-4/3	7/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	8/3	1/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	4/3	5/3	7/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	-4/3	7/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	8/3	1/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	4/3	5/3	7/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	-4/3	7/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	8/3	1/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	4/3	5/3	7/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	-4/3	7/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	8/3	1/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	4/3	5/3	7/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	-4/3	7/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	8/3	1/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	4/3	5/3	7/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	-4/3	7/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	8/3	1/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	4/3	5/3	7/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	-4/3	7/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	8/3	1/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	4/3	5/3	7/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	-4/3	7/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	8/3	1/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	4/3	5/3	7/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	-4/3	7/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	8/3	1/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	4/3	5/3	7/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	-4/3	7/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	8/3	1/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	4/3	5/3	7/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	-4/3	7/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	8/3	1/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	4/3	5/3	7/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	-4/3	7/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	8/3	1/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	4/3	5/3	7/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	-4/3	7/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	8/3	1/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	4/3	5/3	7/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	-4/3	7/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	8/3	1/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	4/3	5/3	7/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	-4/3	7/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	8/3	1/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	4/3	5/3	7/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	-4/3	7/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	8/3	1/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	4/3	5/3	7/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	-4/3	7/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	8/3	1/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	4/3	5/3	7/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	-4/3	7/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	8/3	1/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	4/3	5/3	7/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	-4/3	7/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	8/3	1/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	4/3	5/3	7/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	-4/3	7/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	8/3	1/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	4/3	5/3	7/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	-4/3	7/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	8/3	1/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	4/3	5/3	7/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	-4/3	7/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	8/3	1/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	4/3	5/3	7/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	-4/3	7/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	8/3	1/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	4/3	5/3	7/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	-4/3	7/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	8/3	1/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	4/3	5/3	7/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	-4/3	7/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	8/3	1/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	4/3	5/3	7/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	-4/3	7/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	8/3	1/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	4/3	5/3	7/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	-4/3	7/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	8/3	1/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	4/3	5/3	7/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	-4/3	7/3	5/3	0	1	3	$\times$	1	0	3	8/3	1/3	5/3	0	1

Символом $\times$ отмечены рефлексы $h_1 k_1 l_1$ и $h_2 k_2 l_2$, которые отсутствуют в о.ц.к. структурах	Двойникование по (211), т.е. как в о.ц.к. структурах $\rightarrow$						Двойникование по (111), т.е. как в г.ц.к. $\leftarrow$ структурах						Символом $\times$ отмечены рефлексы $h_1 k_1 l_1$ и $h_2 k_2 l_2$, которые отсутствуют в г.ц.к. структурах
	h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2	h_1	k_1	l_1				
	2	1	3	2/3	1/3	11/3	-2	3	1				$\times$
	-2	1	3	2	3	1	2	3	1				$\times$
	2	-1	3	2	-1	3	-2	3	-1				$\times$
	2	1	-3	-10/3	-5/3	-1/3	-2	-3	1				$\times$
	3	2	1	-5/3	-1/3	10/3	-3	1	2				$\times$
	-3	2	1	1/3	11/3	-2/3	3	1	2				$\times$
	3	-2	1	-1	3	-2	3	-1	2				$\times$
	3	2	-1	-3	-1	2	-3	-1	2				$\times$
	2	3	1	-2	-1	3	-2	1	3				$\times$
	-2	3	1	-2/3	11/3	1/3	2	1	3				$\times$
	2	-3	1	2	-3	1	-2	1	-3				$\times$
	2	3	-1	-10/3	1/3	5/3	-2	-1	3				$\times$
	3	1	2	-1/3	-2/3	11/3	-3	2	1				$\times$
	-3	1	2	5/3	10/3	-1/3	3	2	1				$\times$
	3	-1	2	1	-2	3	-3	2	-1				$\times$
	3	1	-2	-3	-2	1	-3	-2	1				$\times$
	1	3	2	-1	2	3	-1	2	3				$\times$
	-1	3	2	-1/3	10/3	5/3	1	2	3				$\times$
	1	-3	2	3	-2	1	-1	2	-3				$\times$
	1	3	-2	-11/3	2/3	1/3	-1	-2	3				$\times$
	0	0	4	8/3	4/3	8/3	0	4	0				
	0	4	0	-8/3	8/3	4/3	0	0	4				
	4	0	0	-4/3	-8/3	8/3	-4	0	0				
	1	1	4	5/3	4/3	11/3	-1	4	1				$\times$
	-1	1	4	7/3	8/3	7/3	1	4	1				$\times$
	1	-1	4	3	0	3	-1	4	-1				$\times$
	1	1	-4	-11/3	-4/3	-5/3	-1	-4	1				$\times$
	1	4	1	-7/3	7/3	8/3	-1	1	4				$\times$
	-1	4	1	-5/3	11/3	4/3	1	1	4				$\times$
	1	-4	1	3	-3	0	-1	1	-4				$\times$
	1	4	-1	-11/3	5/3	-4/3	-1	-1	4				$\times$
	4	1	1	-4/3	-5/3	11/3	-4	1	1				$\times$
	-4	1	1	4/3	11/3	-5/3	4	1	1				$\times$

Продолжение табл. 16

Символом $\times$ отмечены рефлексы $h_1k_1l_1$ и $h_2k_2l_2$, которые отсутствуют в о.ц.к. структурах	Двойникование по (211), т.е. как в о.ц.к. структурах $\rightarrow$						Двойникование по (111), т.е. как в г.ц.к. структурах $\leftarrow$						Символом $\times$ отмечены рефлексы $h_1k_1l_1$ и $h_2k_2l_2$, которые отсутствуют в г.ц.к. структурах
	h_1	k_1	l_1	h_2	k_2	l_2	h_1	k_1	l_1				
	4	-1	1	0	-3	3	-4	1	-1				$\times$
	4	1	-1	-8/3	-7/3	7/3	-4	-1	1				$\times$
	0	3	3	0	3	3	0	3	3				$\times$
	0	3	-3	-4	1	-1	0	-3	3				$\times$
	3	0	3	1	-1	4	-3	3	0				$\times$
	3	0	-3	-3	-3	0	-3	-3	0				$\times$
	3	3	0	-3	0	3	-3	0	3				$\times$
	3	-3	0	1	-4	1	-3	0	-3				$\times$
$\times$	3	3	1	-7/3	1/3	11/3	-3	1	3				
$\times$	-3	3	1	-1/3	13/3	-1/3	3	1	3				
$\times$	3	-3	1	5/3	-11/3	5/3	-3	1	-3				
$\times$	3	3	-1	-11/3	-1/3	7/3	-3	-1	3				
	3	1	3	1/3	-1/3	13/3	-3	3	1				
$\times$	-3	1	3	7/3	11/3	1/3	3	3	1				
$\times$	3	-1	3	5/3	-5/3	11/3	-3	3	-1				
$\times$	3	1	-3	-11/3	-7/3	1/3	-3	-3	1				
$\times$	1	3	3	-1/3	7/3	11/3	-1	3	3				
$\times$	-1	3	3	1/3	11/3	7/3	1	3	3				
$\times$	1	-3	3	11/3	-5/3	5/3	-1	3	-3				
$\times$	1	3	-3	-13/3	1/3	-1/3	-1	-3	3				
	0	2	4	4/3	8/3	10/3	0	4	2				
	0	-2	4	4	0	2	0	4	-2				
	0	4	2	-4/3	10/3	8/3	0	2	4				
	0	-4	2	4	-2	0	0	2	-4				
	4	2	0	-8/3	-4/3	10/3	-4	0	2				
	4	-2	0	0	-4	2	-4	0	-2				
	2	4	0	-10/3	4/3	8/3	-2	0	4				
	2	-4	0	2	-4	0	-2	0	-4				
	4	0	2	0	-2	4	-4	2	0				
	-4	0	2	8/3	10/3	-4/3	4	2	0				
	2	0	4	2	0	4	-2	4	0				
	2	0	-4	-10/3	-8/3	-4/3	-2	-4	0				



Ф и г. 36. Проекция на плоскость обратной решетки (001), показывающая расположение двойниковых рефлексов от гранецентрированной кубической элементарной ячейки [43].

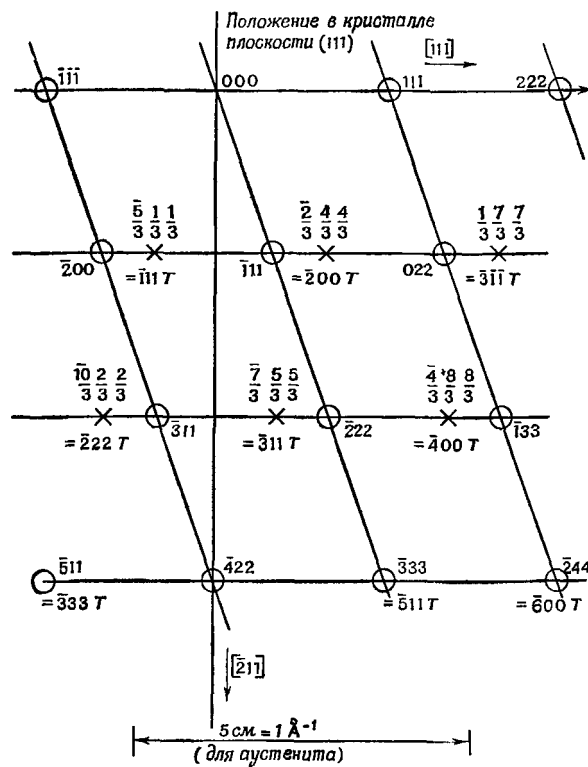
Двойникование по плоскостям $\{111\}$.

● — рефлексы при двойниковании по плоскостям (111) (координаты даны без скобок) и по плоскостям $(1\bar{1}\bar{1})$ (координаты даны в скобках);
○ — рефлексы при двойниковании по плоскостям $(\bar{1}\bar{1}1)$ (координаты даны без скобок) и по плоскостям $(11\bar{1})$ (координаты даны в скобках).

Координаты l — дробные числа.

● — двойниковые (без скобок) и матричные (в скобках) рефлексы с нечетными значениями l ;
◎ — двойниковые (без скобок) и матричные (в скобках) рефлексы с четными значениями l .

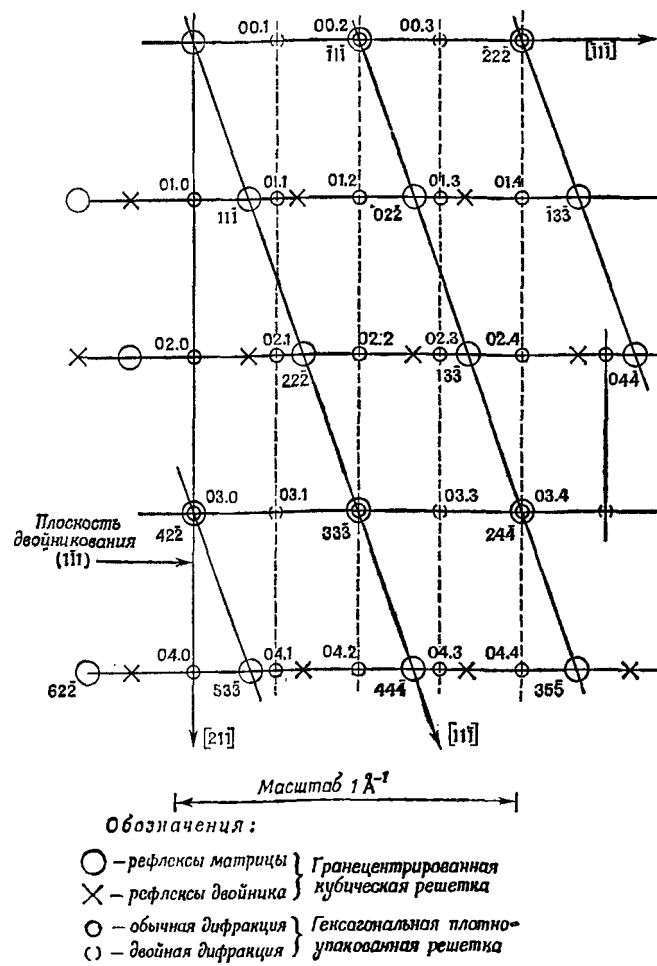
Координаты l — целые числа.



Обозначение:

T — рефлексы двойника

Ф и г. 37. Влияние двойникового по плоскости (111) в гранецентрированной кубической решетке на вид электронограммы (ориентировка $[01\bar{1}]$). Все рефлексы находятся в одной плоскости $(01\bar{1})$, которая перпендикулярна плоскости двойникового (111).



Ф и г. 38. Суммарный эффект (на электронограмме) наличия двойников в гранецентрированной кубической решетке и гексагональной фазы.

двойниковых узлов в обратном пространстве для двойников по плоскостям $\{111\}$ грапецентрированной кубической решетки дает схема на фиг. 36. Она дает простой способ определения того, какие именно рефлекс будут принадлежать любой выбранной зоне. Схема взята нами из работы Мензера [43].

На фиг. 37 показана схема плоскости типа $\{011\}$ обратной решетки, которая впервые была использована при анализе электронограмм от аустенита, содержащего двойники. Схематическая электронограмма (фиг. 38), отвечающая более специфическому случаю, показывает, где возникают дополнительные рефлексы, если присутствует также и гексагональная фаза, как это имеет место в некоторых нержавеющей сталях и кобальте.

13. Составные электронограммы и проекции (для случая мартенситных превращений и др.)

Кроме появления экстра-рефлексов из-за двойникового и т. п., аналогичный эффект возникает также на электронограммах от образцов, в которых присутствуют две фазы, связанные друг с другом определенным ориентационным соотношением. Электронограмма может получиться от двух фаз, одна из которых образовалась непосредственно из другой путем превращения мартенситного типа, или от выделения и матрицы. Случай, когда плотно упакованная гексагональная фаза образуется из гранецентрированной кубической фазы, тесно связан со случаем двойникового (и возникновения дефекта упаковки) в последней. Соответствующие положения дифракционных рефлексов при ориентировке плоскостей двойникового $\{111\}$ гранецентрированной кубической решетки и плоскости (00.1) гексагональной фазы перпендикулярно плоскости электронограммы были уже показаны на фиг. 37 и 38. Полезно рассмотреть, какие электронограммы могут возникнуть, если одновременно присутствуют две кубические фазы, т. е. гранецентрированная и объемноцентрированная, или если одна из них или обе присутствуют одновременно с гексагональной фазой.

Сосуществование объемноцентрированной и гранецентрированной кубических структур интересно рассмотреть в связи с мартенситным превращением, происходящим в сталях и других сплавах. При образовании гексагонального ϵ -мартенсита в результате термической обработки или деформации некоторых аустенитных сталей, а также при фазовом превращении в кобальте одновременно присутствуют обе плотно упакованные фазы. Другие системы включают в себя объемноцентрированные кубические и плотно упакованные гексагональные фазы. Иногда одновременно присутствуют все три фазы.

На фиг. 39 изображены характерные электронограммы, возникновение которых можно ожидать в первом приближении для тех случаев, когда плоскости плотнейшей упаковки кристалла расположены параллельно плоскости электронограммы. Чтобы выявить некоторые существенные детали, на фиг. 39, *а, в, д и ж* представлены атомные конфигурации в кристаллических плоскостях, а на фиг. 39, *б, г, е и з* — соответствующие электронограммы, или сетки узлов обратной решетки с учетом правил погасания. Схемы представлены парами, *а с б* и т. д. На первых двух электронограммах рефлексы расположены так, что можно обнару-

жить ось симметрии 6-го порядка, но на третьей электронограмме рефлексы образуют прямоугольную сетку (симметрия 2-го порядка)¹⁾. Две последние схемы ж и з указывают на то, что при другой ориентации решетки объемноцентрированного куба соответствующая электронограмма может также обладать осью симметрии 6-го порядка. В этом случае, однако, не все атомы, показанные на фиг. 39, ж, находятся в одной плоскости. Такая картина наблюдается, если смотреть на куб вдоль пространственной диагонали. Подобные электронограммы уже приводились на фиг. 32 и 33.

Простейший способ расшифровки электронограмм, которые могут получаться при одновременном присутствии двух или трех фаз, состоит в том, что плотно упакованные плоскости на фиг. 39, а и в считаются полностью совпадающими. В решетке объемноцентрированного куба (фиг. 39, д) наиболее плотно упакованы атомы в плоскостях (011), но шары соприкасаются друг с другом только вдоль двух направлений из трех, т. е. по $[1\bar{1}1]$ и $[11\bar{1}]$, но не по $[100]$. Возможны следующие варианты.

1. Какой-нибудь плотно упакованный ряд объемноцентрированной кубической фазы совпадает с плотно упакованным рядом гранецентрированной кубической или плотно упакованной гексагональной фаз. Тогда другой плотно упакованный ряд о. ц. к. фазы будет отклоняться на угол $70^\circ 32' - 60^\circ - 10^\circ 32'$ от соответствующего ряда этих фаз. Такой случай фактически показан на фиг. 39, и в результате дифракционная картина объемноцентрированной кубической фазы оказывается повернутой относительно дифракционной картины плотно упакованных фаз. Это отвечает ориентационному соотношению Курдюмова — Закса (соотношение К. — З.) возникающему при мартенситном превращении [44].
2. Угол $10^\circ 32'$ делится ровно пополам, так что два плотно упакованных ряда объемноцентрированной фазы составляют угол $5^\circ 16'$ с двумя соответствующими рядами плотно упакованных фаз. Это ориентационное соотношение обнаружено Нишиямой [45] и Вассерманом [46] (соотношение Н. — В.) В данном случае все дифракционные картины этих фаз симметричны относительно друг друга.

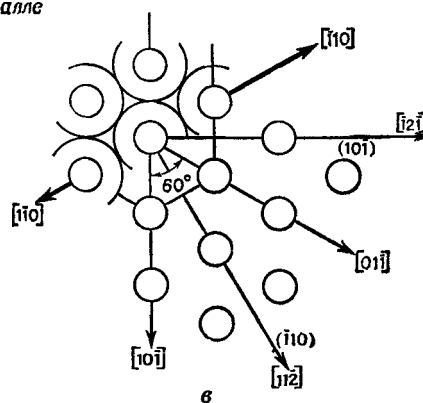
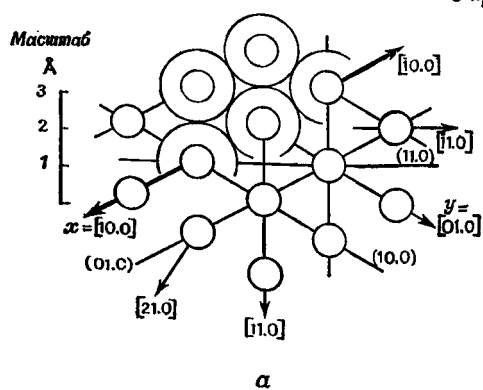
Схемы некоторых составных электронограмм показаны на фиг. 40. Эти схемы относятся к самому общему случаю одновременного присутствия трех фаз: объемноцентрированной кубической (I), гранецентрированной

¹⁾ Цифры во вторых скобках в верхней части фиг. 39 показывают, какой элемент симметрии имеется в рассматриваемом случае (поворотные оси n -го порядка). — *Прим. перев.*

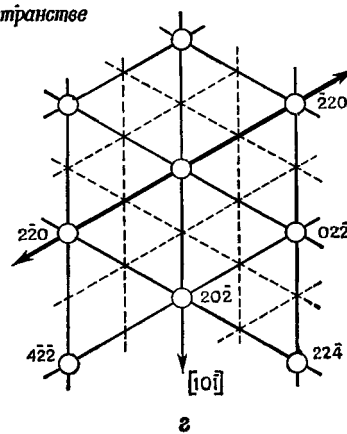
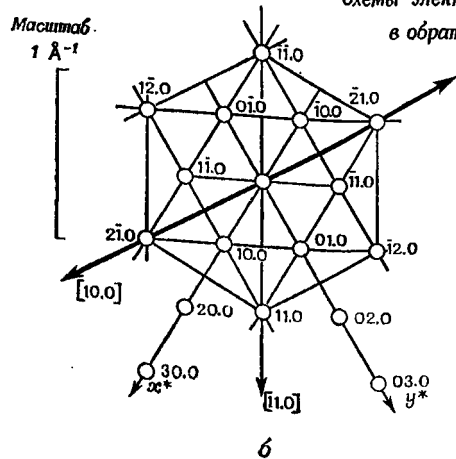
Плоскость (00,1)=(0001)(6)

Плоскость (111) (3/6)

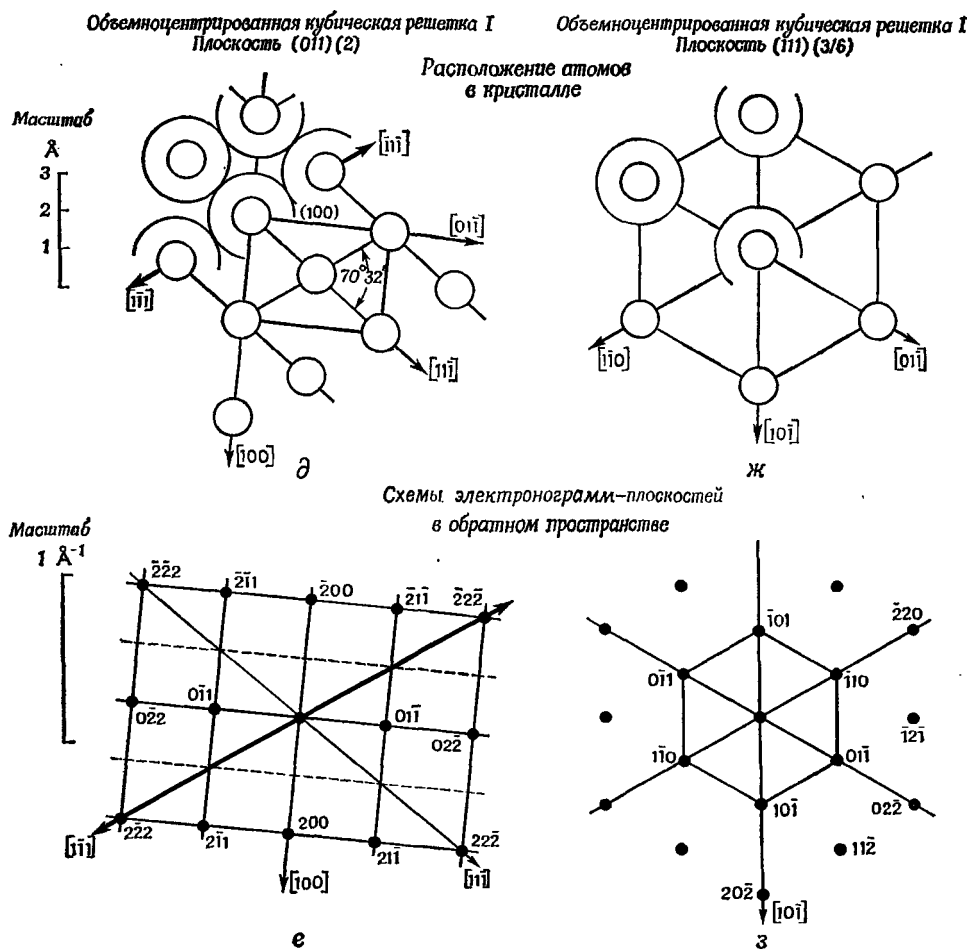
Расположения атомов в кристалле



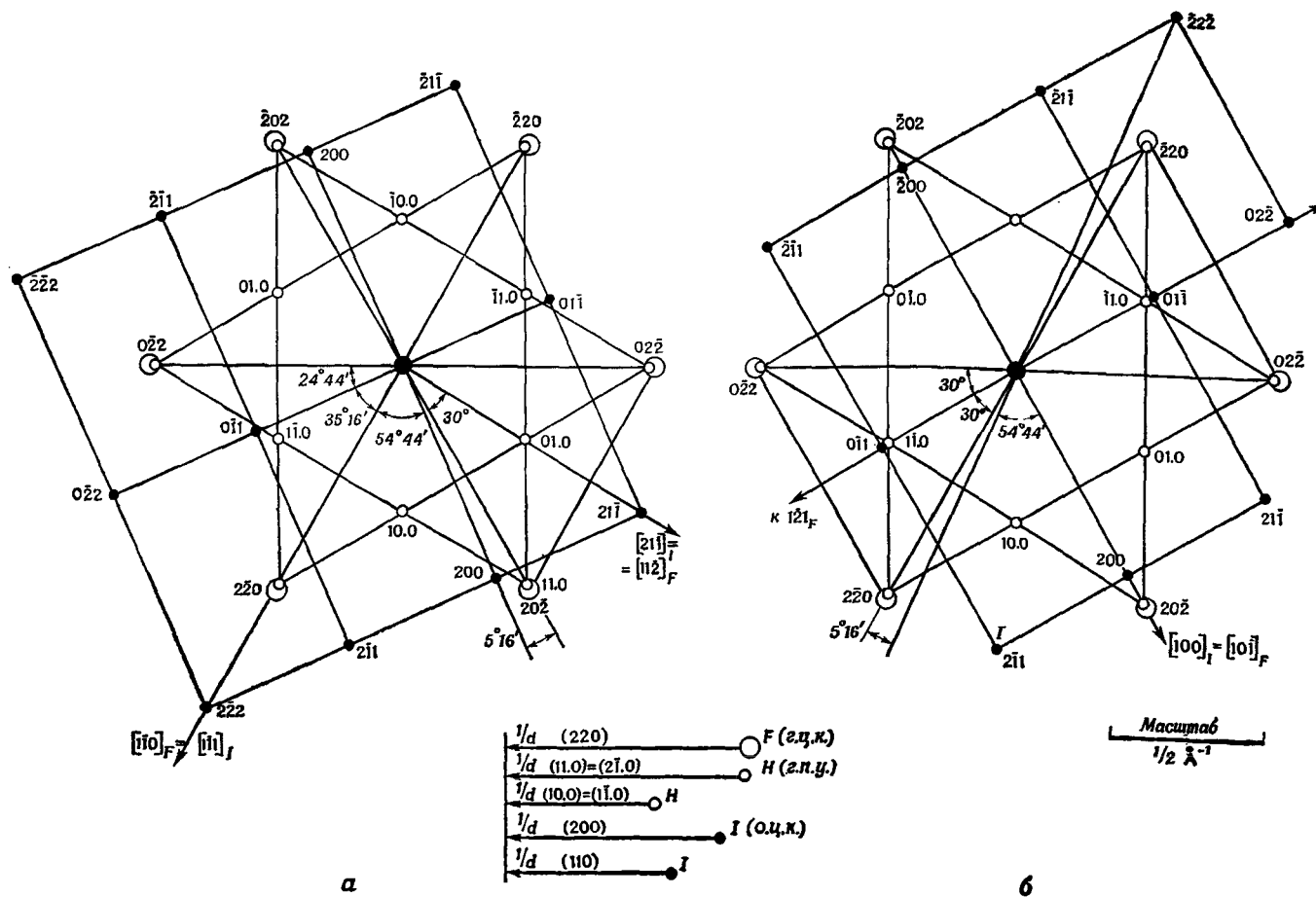
Схемы электронограмм-плоскостей в обратном пространстве



Ф и г. 39. Соотношения между тремя струк
Все отмеченные на электронограммах пло



турами в прямом и обратном пространствах.
кости перпендикулярны плоскости чертежа.



Ф и г. 40. Наложенные друг на друга электронограммы, для которых $(111)_F \parallel (011)_I \parallel (00.1)_H$.
 а — ориентационное соотношение Курдюмова — Закса; б — ориентационное соотношение Нияшамы — Вассермана.
 Обратите внимание, что различие между этими ориентационными соотношениями заключается лишь в повороте на угол $5^\circ 16'$. Относительные размеры на электронограммах приблизительно соответствуют тем, которые имеют место для α -, γ - и ϵ -фаз железа.

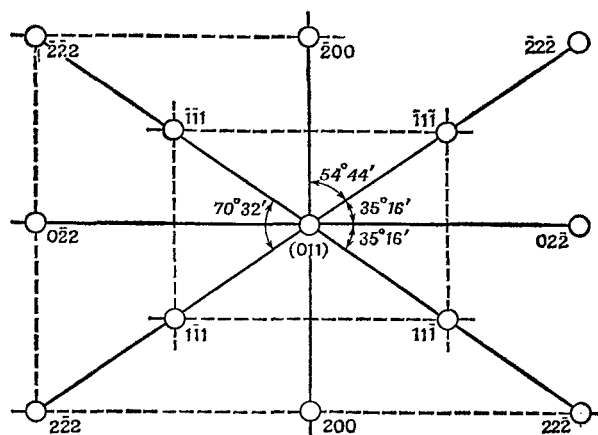
кубической (F) и гексагональной плотно упакованной (H). Приведенное здесь соотношение расстояний взято для фаз, встречающихся в сталях.

Не следует думать, что реальные электронограммы будут всегда иметь эту ориентировку. Например, плоскость прокатанных листов гранецентрированных кубических металлов часто бывает параллельна плоскостям типа $\{110\}$. Поэтому полезно рассмотреть случай, когда плоскость такого типа отвечает плоскости электронограммы. Этот случай соответствует повороту схем на фиг. 39 и 40 на угол 90° ¹⁾. На фиг. 41, *a* приведена электронограмма от гранецентрированной кубической фазы, не показанная на фиг. 39, которая соответствует ориентировке объемноцентрированной кубической фазы на фиг. 39, *e*, но имеет другие систематические погасания рефлексов. Эта электронограмма является основной схемой на фиг. 41, *b*; к ней добавлены рефлексы объемноцентрированной кубической и гексагональной плотно упакованной фаз. Группирование и периодичность расположения рефлексов вдоль линий, параллельных направлению $[00.1]_H$, должно дать ясное указание на присутствие двух упомянутых фаз. Поскольку межплоскостные расстояния очень близки, рефлексы этих фаз могут сливаться друг с другом, однако на достаточно больших расстояниях от центра электронограммы они будут разделяться.

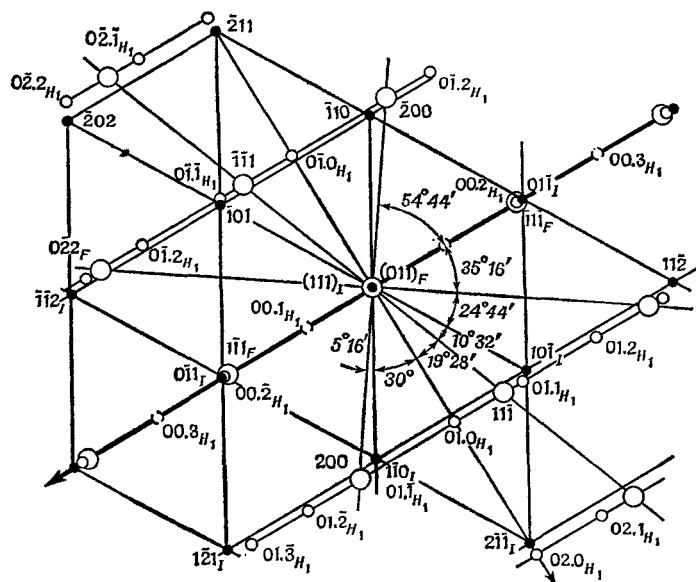
Если теперь дифракционные картины от гранецентрированной кубической и гексагональной плотно упакованной фаз оставить в плоскости чертежа, а дифракционную картину от объемноцентрированной кубической фазы вывести из этой плоскости, повернув на угол $5^\circ 16'$, как это показано на фиг. 41, *e*, то получится картина, подобная приведенной на фиг. 41, *g*. Наоборот, если произвести тот же наклон дифракционных картин плотно упакованных фаз, то появится дифракционная картина с осью симметрии 6-го порядка, подобная показанной на фиг. 39, *z*. Поэтому при благоприятных обстоятельствах с помощью гониометра можно установить различие между разными ориентационными соотношениями для данного типа превращений.

Следует учитывать, что может существовать несколько вариантов каждого типа ориентационного соотношения, и интерпретация может стать очень трудной, если на одной электронограмме присутствует более одного варианта этого соотношения. На фиг. 42 приведена стереографическая проекция для ориентировки, показанной на фиг. 41; на этой проекции ориентировка, соответствующая фиг. 40, представлена диаметром большого круга, перпендикулярным полюсу $(00.1)_{H_1}$; стереографическая

¹⁾ Кроме того, могут быть другие индексы в зависимости от возможного варианта выбора осей — на основании указаний на стр. 203 и в соответствии с фиг. 42. На выводы это никоим образом не влияет.

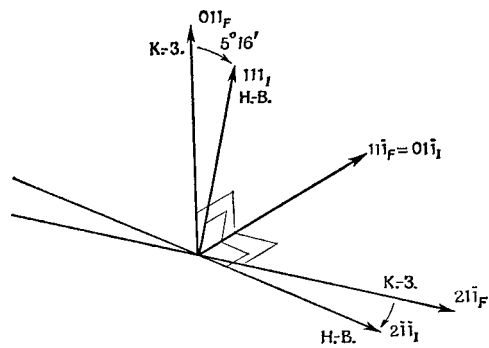


a

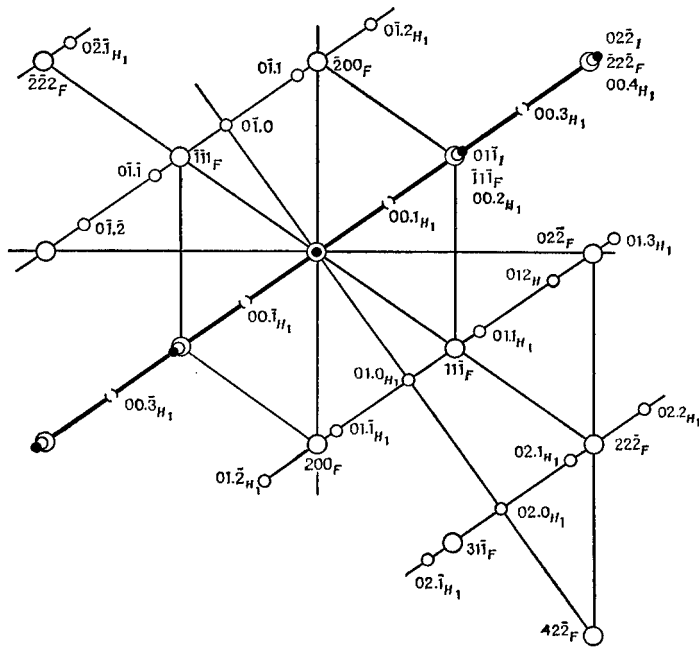


b

Ф и г. 41. Наложенные друг на друга электроно
a — электронограмма от одной трансцентрированной кубической фазы; б — составная электроно
осей, показывающее поворот на угол $5^{\circ}16'$ при переходе от ориентационного соотношения Курдю
соотношение Нишиямы — Вас



6



2

граммы, для которых $(011)_F \parallel (111)_I \parallel (\bar{2}1.0)_H$.
 грамма для ориентационного соотношения Курдюмова — Занса; ϵ — пространственное изображение
 мова — Занса и ориентационному соотношению Нияшима — Вассермана; δ — ориентационное
 сермана [плоскость $(011)_F$].

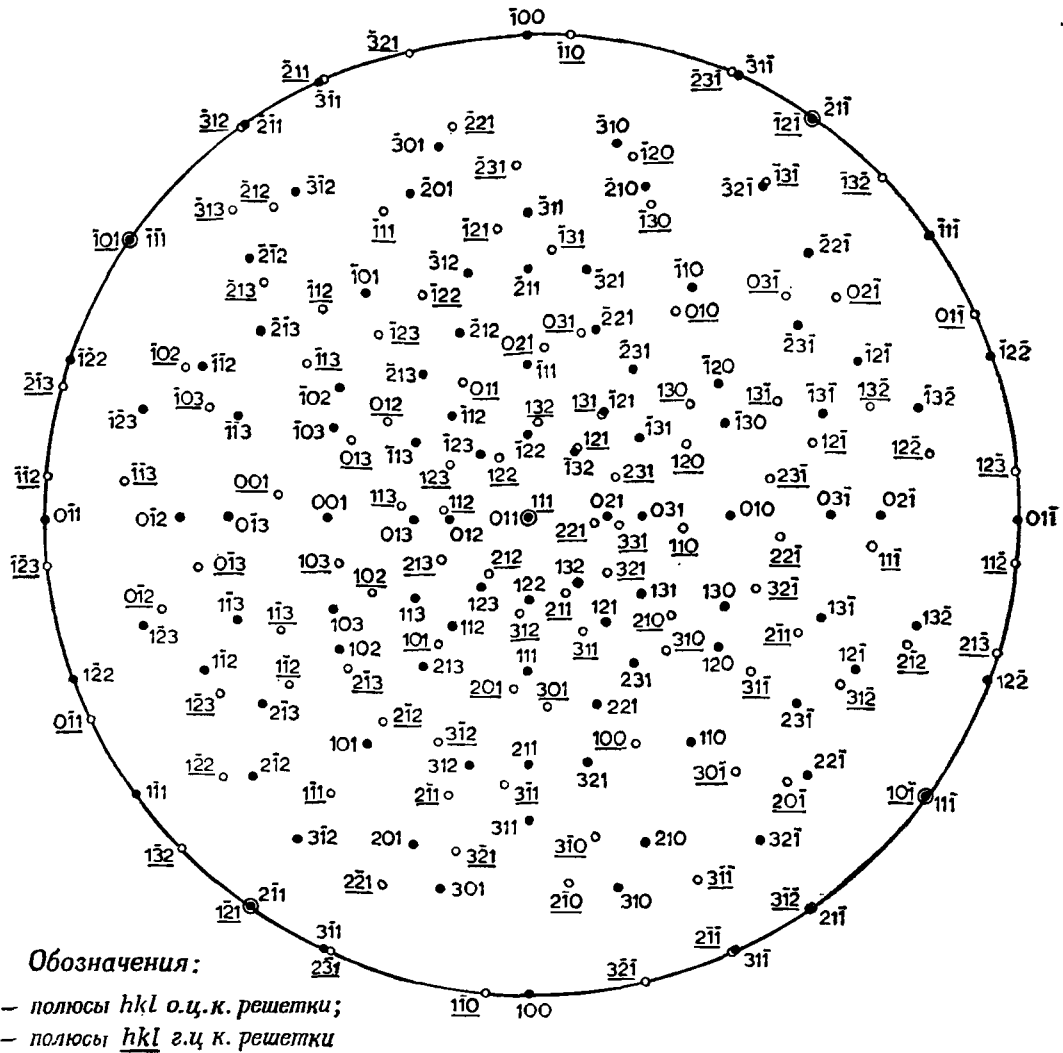
проекция на эту плоскость для конкретного случая одновременного присутствия объемноцентрированной кубической и гексагональной плотно упакованной фаз приведена на фиг. 52. Другие возможные ориентационные соотношения между гексагональной и гранецентрированной кубической фазами представлены диаметром H_2 (пунктирная линия), также перпендикулярным полюсу $(00.1)_{H_2}$, и ориентировками H_3 и H_4 , для которых показаны полюсы (00.1) . Таким образом, оказывается возможным установить соотношения гексагональной и объемноцентрированной кубической фаз с гранецентрированной кубической фазой через различные плоскости $\{111\}$ последней. Возможные варианты выбора осей гранецентрированной и объемноцентрированной кубических решеток легко установить, поскольку имеется шесть способов выполнения соотношения, показанного на фиг. 39, *в* и *д*, т. е. когда один плотно упакованный ряд объемноцентрированной решетки параллелен одному плотно упакованному ряду данной конкретной плоскости $\{111\}$ гранецентрированной кубической решетки, что дает всего 24 варианта соотношений. В симметричном случае ориентационного соотношения Ниппеля — Вассермана число возможных вариантов уменьшается вдвое.

Интерпретация приведенных выше схем ограничена простейшим случаем, когда имеется единственная плоскость $\{111\}$ гранецентрированной кубической решетки, относительно которой выражается тогда соотношение с решетками двух других фаз. На стереографической проекции (фиг. 42) представлены взятые из табл. 17 взаимные ориентационные соотношения, отнесенные к обычно используемым осям. Индексы даны без скобок, так как они справедливы и для плоскостей $()$ и для направлений $[\]$.

Таблица 17

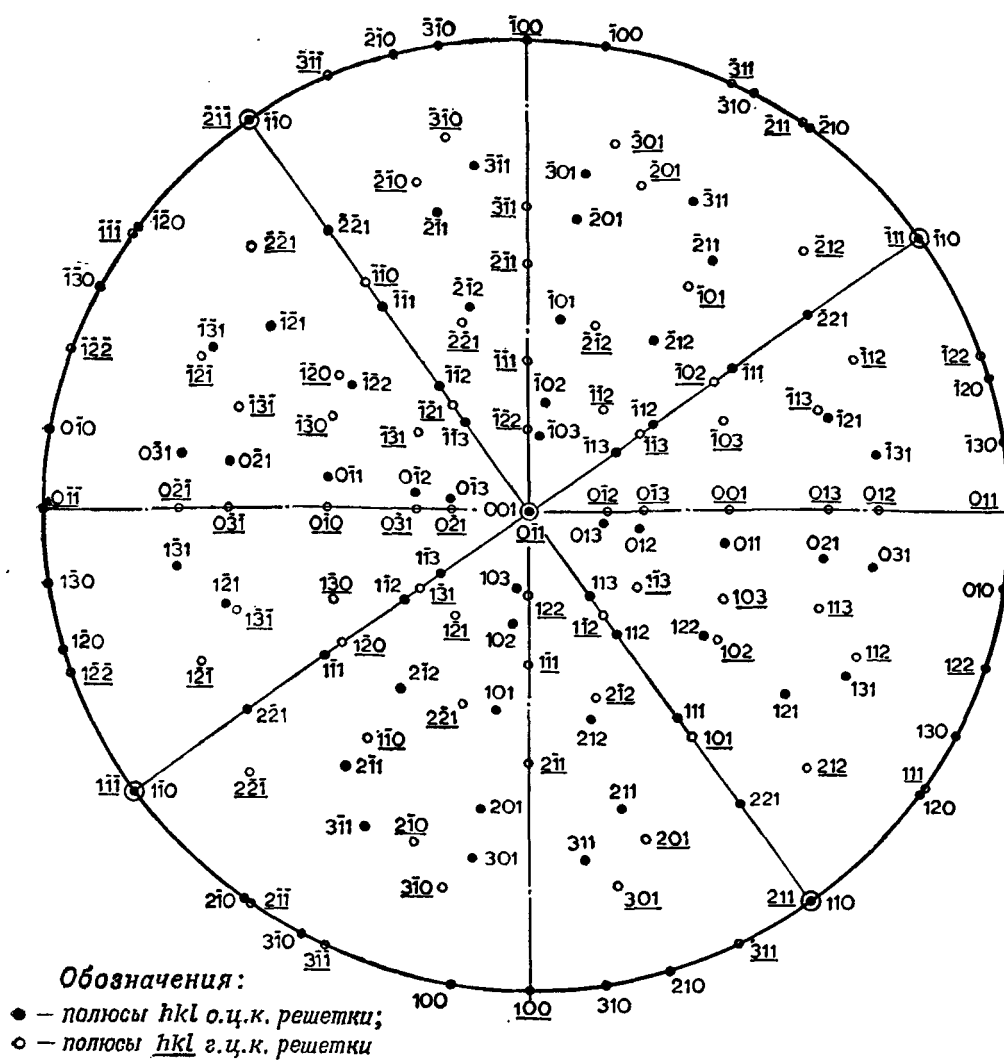
Соотношения Курдюмова — Закса		Угол поворота от соотношения К. — З. до соотношения Н. — В.	Соотношение Ниппеля — Вассермана		Угол поворота от соотношения Н. — В. до соотношения Бейна	Соотношение Бейна	
(F) г.ц.к.	(I) о.ц.к.		(F) г.ц.к.	(I) о.ц.к.		(F) г.ц.к.	(I) о.ц.к.
011	111	$5^\circ 16'$	$\bar{1}12$	011	$\sim 9^\circ$	$\bar{1}10$	010
$2\bar{1}\bar{1}$	$2\bar{1}\bar{1}$	$\longleftrightarrow$	110	100	$\longleftrightarrow$	110	100
$1\bar{1}\bar{1}$	$0\bar{1}\bar{1}$		$1\bar{1}\bar{1}$	$0\bar{1}\bar{1}$		001	001

Третья система индексов добавлена потому, что она представляет интерес в связи с первоначальной гипотезой Бейна [47] об ориентационном соотношении при мартенситном превращении, а также потому, что могут



Ф и г. 43. Стереографическая проекция, представляющая ориентационное соотношение Курдюмова — Закса между объемноцентрированными и гранцентрированными кубическими кристаллами.

Плоскость (011) о. ц. к. решетки параллельна плоскости (111) г. ц. к. решетки.
 Плоскость (111) о. ц. к. решетки параллельна плоскости (101) г. ц. к. решетки.
 Плоскость (211) о. п. к. решетки параллельна плоскости (121) г. ц. к. решетки.

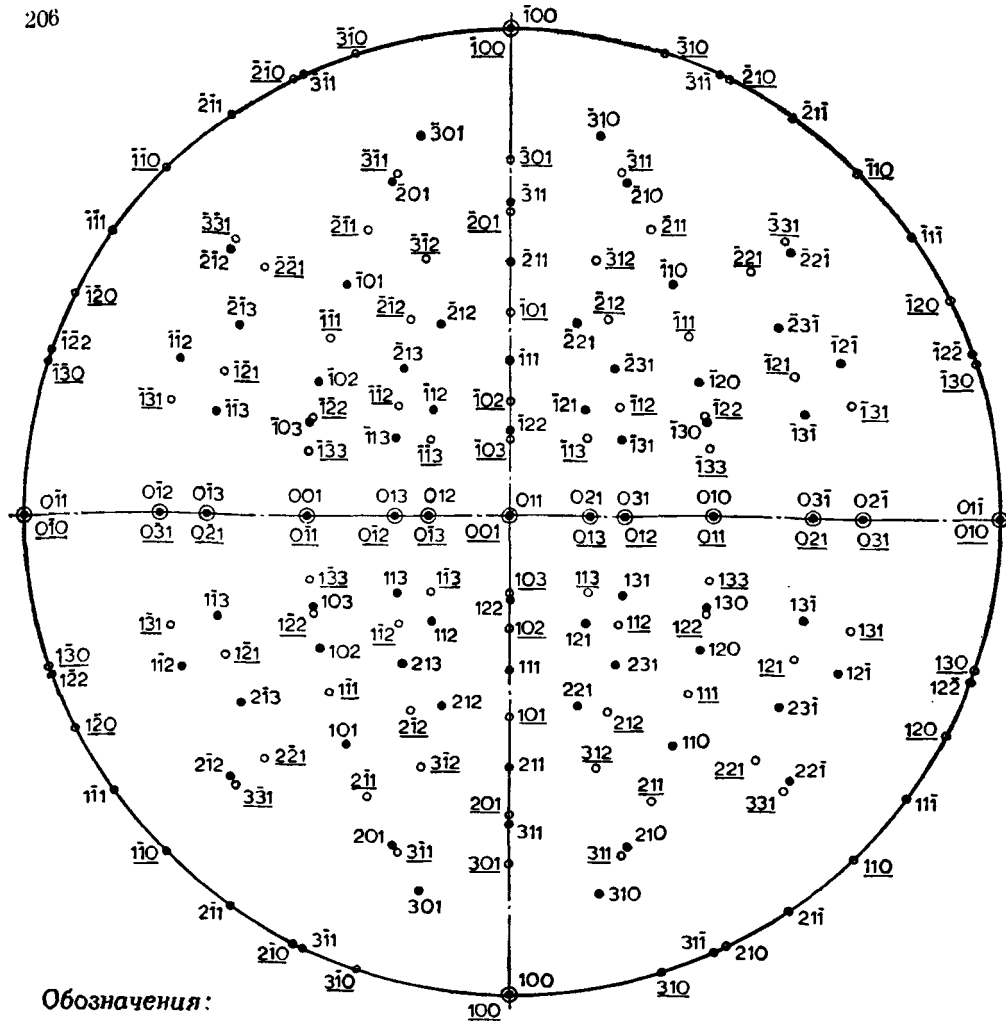


Ф и г. 44. Стереографическая проекция, представляющая ориентационное соотношение Нишиямы — Вассермана между объемноцентрированными и гранецентрированными кубическими кристаллами.

Плоскость (001) о. п. к. решетки параллельна плоскости $(0\bar{1}1)$ г. ц. к. решетки.

Плоскость $(\bar{1}10)$ о. п. к. решетки параллельна плоскости $(\bar{1}11)$ г. ц. к. решетки.

Плоскость (110) о. п. к. решетки параллельна плоскости (211) г. ц. к. решетки.



Обозначения:

- — полюсы hkl о.ц.к. решетки;
- — полюсы hkl г.ц.к. решетки

Ф и г. 45. Стереографическая проекция, представляющая соотношение Бейна между объемноцентрированными и гранецентрированными кубическими кристаллами.

Плоскость (100) о. ц. к. решетки параллельна плоскости (100) г. ц. к. решетки.

Плоскость $(01\bar{1})$ о. ц. к. решетки параллельна плоскости (010) г. ц. к. решетки.

Плоскость (011) о. ц. к. решетки параллельна плоскости (001) г. ц. к. решетки.

встретиться электронограммы с ориентировкой $\{001\}$ или $\{011\}$ любой из этих фаз. Полезно уяснить себе, например из фиг. 42, что, в то время как при ориентировках гранецентрированной кубической фазы $(011)_F$ и $(\bar{1}\bar{1}0)_F$ возникает одна и та же дифракционная картина, соответствующие электронограммы от объемноцентрированной кубической фазы будут различными. Тип этих электронограмм и ориентационное соотношение можно определить опять-таки путем наклона образца.

Чтобы облегчить интерпретацию наложенных друг на друга электронограмм от объемноцентрированной и гранецентрированной кубических решеток, на фиг. 43—45 приведены три совмещенные двойные проекции. Они построены на основе приведенных в табл. 17 трех ориентационных соотношений (однако выбор конкретных индексов для осей иной).

Кроме того, проекция на фиг. 45 будет также полезной для ориентировок, основанных на ориентационных соотношениях Курдюмова — Закса и Нишиямы — Вассермана, при условии, что какая-либо плоскость $\{100\}$ объемноцентрированной кубической фазы или одна из возможных плоскостей $\{110\}$ гранецентрированной кубической фазы, не совпадающих с показанной на фиг. 41, б, параллельна плоскости электронограммы¹⁾. Тогда для получения ориентационного соотношения Курдюмова — Закса или Нишиямы — Вассермана требуется небольшой относительный разворот наложенных друг на друга проекций фиг. 45. С другой стороны, ориентационное соотношение Бейна может встречаться при некоторых фазовых превращениях и для эпитаксиальных окисных слоев [48] или когерентных выделений [49].

¹⁾ Здесь, как и в некоторых других местах настоящей главы, предполагается взаимная параллельность плоскостей прямой и обратной решеток, имеющих одни и те же индексы.— *Прим. перев.*

Часть 3
ДАННЫЕ
ДЛЯ КОНКРЕТНЫХ
МАТЕРИАЛОВ

14. Общие замечания

Данные, приведенные в этой части книги, относятся в основном к черным металлам. Кроме конкретного практического применения этих данных, они позволяют получить также следующие сведения:

- а) кристаллические системы, к которым относятся часто встречающиеся элементы и соединения;
- б) большое число межплоскостных расстояний, возможных в данной элементарной ячейке; это особенно необходимо для однозначной интерпретации электронограмм с малыми расстояниями между пятнами (что эквивалентно большому межплоскостным расстояниям).

Мы считаем также, что для многих фаз, относящихся к кубической, гексагональной или тетрагональной системам, имеется достаточно много данных и диаграмм во 2-й части книги.

15. Карбиды

Описываемые здесь карбиды обычно присутствуют в низколегированных сталях. Символ M , встречающийся в химических формулах, обозначает общее фиксированное количество металлических атомов разных сортов. Следовательно, в этом смысле возможно существование карбидов, в которых отношение атомов металла и углерода одинаковое, но относительное количество металлических атомов разных сортов различное. Следовательно, параметры решетки таких карбидов могут различаться. Таким образом, хотя в некоторых случаях значение M не раскрыто, обычно приводятся параметры решетки, которые дают определенный ряд значений межплоскостных расстояний, незначительно отличающихся от межплоскостных расстояний d любого другого карбида подобного типа, которому соответствует конкретная химическая формула.

§ 1. ЦЕМЕНТИТ, Fe_3C

1. МЕЖПЛОСКОСТНЫЕ РАССТОЯНИЯ (ТАБЛ. 18)

Межплоскостные расстояния были вычислены в лаборатории авторов, при этом использовались значения параметров решетки, промежуточные между параметрами, определенными Липсоном и Петчем [50] и Юм-Розери, Рейнором и Литтлем [51]; приведенные значения охватывают все возможные рефлексы от плоскостей с межплоскостными расстояниями d , большими 1,00 Å.

2. УГЛЫ МЕЖДУ ПЛОСКОСТЯМИ (ТАБЛ. 19)

Углы между плоскостями были вычислены Свэнном, Варлимонтом и Уитмором (United States Steel Corporation). Они использовали параметры решетки, полученные Липсоном и Петчем, а именно $a_0 = 4,523_3$ Å, $b_0 = 5,089_0$ Å, $c_0 = 6,743_3$ Å.

Таблица 18

МЕЖПЛОСКОСТНЫЕ РАССТОЯНИЯ ЦЕМЕНТИТА, Fe_3C (СМ. П. 1 § 1 ГЛ. 15)
 Кристаллическая структура: орторомбическая.
 Элементарная ячейка: $a_0 = 4,5241 \text{ \AA}$, $b_0 = 5,0883 \text{ \AA}$, $c_0 = 6,7416 \text{ \AA}$.

hkl	$d, \text{\AA}$	hkl	$d, \text{\AA}$	hkl	$d, \text{\AA}$	hkl	$d, \text{\AA}$
001	6,742	023	1,684	320	1,297	240	1,109
010	5,088	031	1,645	133		043	1,107
100	4,524	221	1,640	105	1,292	410	1,104
011	4,061	014	1,600	321	1,274	314	1,097
101	3,757	203	1,594	040	1,272	016	
110	3,381	130	1,588	232	1,259	241	1,094
002	3,371	104	1,579	115	1,252	106	1,091
111	3,022	123	1,578	303		411	1,090
012	2,810	131	1,546	041	1,250	143	1,075
102	2,703	213	1,521	140	1,225	403	1,072
020	2,544	032	1,515	313	1,216	332	1,069
112	2,387	222	1,511	322	1,211	116	1,066
021	2,380	114	1,508	141	1,205	234	1,057
200	2,262	300		034	1,196	035	1,056
003	2,247	301	1,472	224	1,194	225	1,054
120	2,218	310	1,446	025	1,191	242	1,053
201	2,145	132	1,437	043	1,190	412	1,049
121	2,107	311	1,414	233	1,162	420	1,034
210	2,067	024	1,405	205	1,158	324	1,028
013	2,056	302	1,377	134	1,156	135	
022	2,031	230	1,357	125	1,152	026	
103	2,013	033	1,354	142	1,151	421	1,022
211	1,976	204	1,352	400	1,131	050	1,018
202	1,878	223	1,351	215	1,129	044	1,015
113	1,872	005	1,348	330	1,127	403	1,010
122	1,853	124	1,342	304	1,124	333	1,007
212	1,762	231	1,330	006		051	1,006
030	1,696	312	1,329	323		206	
220	1,691	214	1,306	401	1,115	305	1,005
004	1,685	015	1,303	331	1,112	126	1,002

Таблица 19

УГЛЫ (В ГРАДУСАХ) МЕЖДУ КРИСТАЛЛОГРАФИЧЕСКИМИ ПЛОСКОСТЯМИ В ЦЕМЕНТИТЕ, Fe₃C

В этой таблице плоскости обозначены индексами HKL и hkl вместо $h_1k_1l_1$ и $h_2k_2l_2$. Это обозначение, так же как и обозначение углов через θ вместо ϕ , было использовано в оригинальной работе и сохранено здесь.

HKL	hkl	θ_{hkl}	$\theta_{h\bar{k}l}$	θ_{hkl}	$\theta_{h\bar{k}l}$	HKL	hkl	θ_{hkl}	$\theta_{h\bar{k}l}$	θ_{hkl}	$\theta_{h\bar{k}l}$	HKL	hkl	θ_{hkl}	$\theta_{h\bar{k}l}$	θ_{hkl}	$\theta_{h\bar{k}l}$
001	001	00,00	180,00	00,00	180,00	001	120	90,00	90,00	90,00	90,00	001	231	78,62	101,38	78,62	101,38
	010	90,00	90,00	90,00	90,00		121	71,80	108,20	71,80	108,20		232	68,08	111,92	68,08	111,92
	011	52,96	127,04	52,96	127,04		122	56,67	123,33	56,67	123,33		233	58,88	121,12	58,88	121,12
	012	33,53	146,47	33,53	146,47		123	45,39	134,61	45,39	134,61		301	77,40	102,60	77,40	102,60
	013	23,83	156,17	23,83	156,17		130	90,00	90,00	90,00	90,00		302	65,91	114,09	65,91	114,09
	021	69,33	110,67	69,33	110,67		131	76,75	103,25	76,75	103,25		310	90,00	90,00	90,00	90,00
	023	41,46	138,54	41,46	138,54		132	64,78	115,22	64,78	115,22		311	77,90	102,10	77,90	102,10
	031	75,88	104,12	75,88	104,12		133	54,75	125,25	54,75	125,25		312	66,79	113,21	66,79	113,21
	032	63,29	116,71	63,29	116,71		201	71,46	108,54	71,46	108,54		313	57,25	122,75	57,25	122,75
	100	90,00	90,00	90,00	90,00		203	44,82	135,18	44,82	135,18		320	90,00	90,00	90,00	90,00
	101	56,15	123,85	56,15	123,85		210	90,00	90,00	90,00	90,00		321	79,11	100,89	79,11	100,89
	102	36,70	143,30	36,70	143,30		211	72,96	107,04	72,96	107,04		322	68,96	111,04	68,96	111,04
	103	26,42	153,58	26,42	153,58		212	58,49	121,51	58,49	121,51		323	60,01	119,99	60,01	119,99
	110	90,00	90,00	90,00	90,00		213	47,40	132,60	47,40	132,60		331	80,51	99,49	80,51	99,49
	111	63,37	116,63	63,37	116,63		221	75,93	104,07	75,93	104,07		332	71,52	108,48	71,52	108,48
	112	44,92	135,08	44,92	135,08		223	53,05	126,95	53,05	126,95						
	113	33,62	146,38	33,62	146,38		230	90,00	90,00	90,00	90,00						
010	010	00,00	00,00	180,00	180,00	010	120	29,36	29,36	150,64	150,64	010	230	36,87	36,87	143,13	143,13
	011	37,04	37,04	142,96	142,96		121	34,11	34,11	145,89	145,89		231	38,35	38,35	141,65	141,65
	012	56,47	56,47	123,53	123,53		122	43,27	43,27	136,73	136,73		232	42,09	42,09	137,91	137,91
	013	66,17	66,17	113,83	113,83		123	51,65	51,65	128,35	128,35		233	46,78	46,78	133,22	133,22
	021	20,67	20,67	159,33	159,33		130	20,56	20,56	159,44	159,44		301	90,00	90,00	90,00	90,00
	023	48,54	48,54	131,46	131,46		131	24,30	24,30	155,70	155,70		302	90,00	90,00	90,00	90,00
	031	14,12	14,12	165,88	165,88		132	32,11	32,11	147,89	147,89		310	73,50	73,50	106,50	106,50
	032	26,71	26,71	153,29	153,29		133	40,12	40,12	139,88	139,88		311	73,87	73,87	106,13	106,13
	100	90,00	90,00	90,00	90,00		201	90,00	90,00	90,00	90,00		312	74,86	74,86	105,14	105,14
	101	90,00	90,00	90,00	90,00		203	90,00	90,00	90,00	90,00		313	76,18	76,18	103,82	103,82
	102	90,00	90,00	90,00	90,00		210	66,04	66,04	113,96	113,96		320	59,35	59,35	120,65	120,65
	103	90,00	90,00	90,00	90,00		211	67,15	67,15	112,85	112,85		321	59,96	59,96	120,04	120,04
	110	48,37	48,37	131,63	131,63		212	69,74	69,74	110,26	110,26		322	61,59	61,59	118,41	118,41
	111	53,57	53,57	126,43	126,43		213	72,60	72,60	107,40	107,40		323	63,80	63,80	116,20	116,20
	112	62,02	62,02	117,98	117,98		221	49,88	49,88	130,12	130,12		331	49,06	49,06	130,94	130,94
	113	68,42	68,42	111,58	111,58		223	57,93	57,93	122,07	122,07		332	50,94	50,94	129,06	129,06

<i>HKL</i>	<i>hkl</i>	θ_{hkl}	θ_{hkl}	θ_{hkl}	θ_{hkl}	<i>HKL</i>	<i>hkl</i>	θ_{hkl}
011	011	00,00	74,08	105,92	180,00	011	121	31,89
	012	19,43	93,51	86,49	160,57		122	24,18
	013	29,13	103,21	76,79	150,87		123	23,32
	021	16,37	57,71	122,29	163,63		130	41,04
	023	11,50	85,58	94,42	168,50		131	30,05
	031	22,92	51,16	128,84	157,08		132	21,12
	032	10,33	63,75	116,25	169,67		133	16,66
	100	90,00	90,00	90,00	90,00		201	78,96
	101	70,39	109,61	70,39	109,61		203	64,71
	102	61,12	118,88	61,12	118,88		210	71,08
	103	57,35	122,65	57,35	122,65		211	60,89
	110	57,97	57,97	122,03	122,03		212	53,76
	111	41,92	78,23	101,77	138,08		213	49,73
	112	36,77	92,98	87,02	143,23		221	48,63
	113	37,32	102,01	77,99	142,68		223	38,20
	120	45,92	45,92	134,08	134,08		230	50,31
012	012	00,00	112,95	67,05	180,00	012	122	30,65
	013	9,70	122,64	57,36	170,30		123	21,85
	021	35,80	77,15	102,85	144,20		130	58,86
	023	7,93	105,02	74,98	172,07		131	46,01
	031	42,35	70,59	109,41	137,65		132	34,60
	032	29,77	83,18	96,82	150,23		133	25,39
	100	90,00	90,00	90,00	90,00		201	74,63
	101	62,33	117,67	62,33	117,67		203	53,75
	102	48,06	131,94	48,06	131,94		210	77,04
	103	41,71	138,29	41,71	138,29		211	62,69
	110	68,47	68,47	111,53	111,53		212	51,18
	111	45,44	92,61	87,39	134,56		213	43,17
	112	31,85	109,34	70,66	148,15		221	56,04
	113	20,19	119,41	60,59	153,81		223	37,41
	120	61,22	61,22	118,78	118,78		230	63,78
	121	44,13	78,65	101,35	135,87			
013	013	00,00	132,34	47,66	180,00	013	122	37,17
	021	45,50	86,84	93,16	134,50		123	26,73
	023	17,63	114,71	65,29	162,37		130	67,77
	031	52,05	80,29	99,71	127,95		131	54,69
	032	39,46	92,88	87,12	140,54		132	42,94
	100	90,00	90,00	90,00	90,00		133	33,19
	101	59,36	120,64	59,36	120,64		201	73,09
	102	42,83	137,17	42,83	137,17		203	49,55
	103	35,00	145,00	35,00	145,00		210	80,56
	110	74,43	74,43	105,57	105,57		211	64,85
	111	49,46	99,79	80,21	130,54		212	51,83
	112	33,15	117,27	62,73	146,85		213	42,27
	113	24,44	127,82	52,18	155,56		221	61,13
	120	69,38	60,38	110,62	110,62		223	40,15
	121	51,66	87,21	92,79	128,34		230	71,14

θ_{hkl}	$\theta_{h\bar{k}l}$	$\theta_{h\bar{k}\bar{l}}$	<i>hkl</i>	<i>hkl</i>	θ_{hkl}	$\theta_{h\bar{k}l}$	$\theta_{h\bar{k}\bar{l}}$	$\theta_{h\bar{k}\bar{l}}$
61,79	118,21	148,11	011	231	41,85	59,52	120,48	138,15
75,51	104,49	155,82		232	35,18	68,44	111,56	144,82
85,86	94,14	156,68		233	30,91	76,39	103,61	149,09
41,64	138,36	138,36		301	82,45	97,55	82,45	97,55
53,89	126,11	149,95		302	75,76	104,24	75,76	104,24
65,20	114,80	158,88		310	76,89	76,89	103,11	103,11
74,77	105,23	163,34		311	69,63	84,52	95,48	110,37
101,04	78,96	101,04		312	63,53	91,66	88,34	110,47
115,29	64,71	115,29		313	58,90	97,77	82,23	121,10
71,08	108,92	108,92		320	65,99	65,99	114,01	114,01
82,33	97,67	119,11		321	59,11	73,39	106,61	120,89
92,20	87,80	126,24		322	53,41	80,59	99,41	126,59
99,73	80,27	130,27	012	323	49,19	87,06	92,94	130,81
68,41	111,59	131,37		331	51,51	64,93	115,07	128,49
86,46	93,54	141,80		332	46,06	71,82	108,18	133,94
50,31	129,69	129,69						
93,21	86,79	149,35		231	53,30	74,41	105,59	126,70
104,05	75,95	158,15		232	43,85	84,34	95,66	136,15
58,86	121,14	121,14		233	35,99	93,01	86,99	144,01
71,80	108,20	133,99		301	79,52	100,48	79,52	100,48
83,54	96,46	145,40		302	70,10	109,90	70,10	109,90
93,37	86,63	154,61		310	80,97	80,97	99,03	99,03
105,37	74,63	165,37		311	70,84	91,22	88,78	109,16
126,25	53,75	126,25		312	61,79	100,62	79,38	118,21
77,04	102,96	102,96		313	54,34	108,60	71,40	125,66
91,71	88,29	117,31		320	73,65	73,65	106,35	106,35
104,15	75,85	128,82		321	64,28	83,16	96,84	115,72
113,52	66,48	136,83		322	55,80	92,09	87,91	124,20
81,19	98,81	123,96		323	48,66	99,95	80,05	131,34
101,99	78,01	142,59	013	331	60,04	77,03	102,97	119,96
63,78	116,22	116,22		332	52,25	85,20	94,80	127,75
102,03	77,97	142,83		231	60,18	82,16	97,84	119,82
113,06	66,94	153,27		232	50,10	92,39	87,61	129,90
67,77	112,23	112,23		233	41,45	101,31	78,69	138,55
80,88	99,12	125,31		301	78,49	101,51	78,49	101,51
92,73	87,27	137,06		302	68,07	111,93	68,07	111,93
102,65	77,35	146,81		310	83,41	83,41	96,59	96,59
106,91	73,09	166,91		311	72,30	94,56	85,44	107,70
130,45	49,55	130,45		312	62,23	104,77	75,23	117,77
80,56	99,44	99,44		313	53,75	113,47	66,53	126,25
96,38	83,62	115,15		320	78,11	78,11	101,89	101,89
104,77	70,23	128,17		321	67,97	88,31	91,69	112,03
119,89	60,11	137,73		322	58,62	97,83	82,17	121,38
87,83	92,17	118,87		323	50,53	106,19	73,81	129,47
109,59	70,41	139,85		331	65,45	83,46	96,54	114,55
71,14	108,86	108,86		332	57,00	92,03	87,97	123,00

<i>HKL</i>	<i>hkl</i>	θ_{hkl}	$\theta_{h\bar{k}l}$	$\theta_{h\bar{k}\bar{l}}$	θ_{hkl}	<i>HKL</i>	<i>hkl</i>	θ_{hkl}
021	021	00,00	41,35	138,65	180,00	021	123	34,06
	023	27,87	60,22	110,78	152,13		130	28,83
	031	6,55	34,79	145,21	173,45		131	20,99
	032	6,03	47,38	132,62	173,97		132	19,45
	100	90,00	90,00	90,00	90,00		133	23,19
	101	78,66	101,34	78,66	101,34		201	83,55
	102	73,56	106,44	73,56	106,44		203	75,50
	103	71,57	108,43	71,57	108,43		210	67,67
	110	51,57	51,57	128,43	128,43		211	62,18
	111	44,45	66,58	113,42	135,55		212	59,44
	112	40,46	79,11	100,89	133,54		213	58,76
	113	50,35	87,13	92,87	129,65		221	46,47
	120	35,37	35,37	144,63	144,63		223	44,85
	121	27,76	48,37	131,63	152,24		230	41,54
	122	28,92	60,84	119,16	151,08		231	36,54
023	023	00,00	97,09	82,91	180,00	023	130	51,69
	031	34,42	62,66	117,34	145,58		131	39,18
	032	21,84	75,25	104,75	158,16		132	28,34
	100	90,00	90,00	90,00	90,00		133	20,16
	101	65,32	114,68	65,32	114,68		201	76,21
	102	53,07	126,93	53,07	126,93		203	57,89
	103	47,84	132,16	47,84	132,16		210	74,40
	110	63,91	63,91	116,09	116,09		211	61,53
	111	43,19	86,72	93,28	136,81		212	51,62
	112	32,73	102,71	77,29	147,27		213	45,15
	113	29,82	112,37	67,63	150,18		221	52,49
	120	54,76	54,76	125,24	125,24		223	36,68
	121	38,53	71,70	108,30	141,47		230	58,02
	122	26,63	85,97	94,03	153,37		231	48,16
	123	20,43	96,64	83,36	159,57		232	39,54
031	031	00,00	28,24	151,76	180,00	031	130	24,76
	032	12,59	40,83	139,17	167,41		131	19,98
	100	90,00	90,00	90,00	90,00		132	22,27
	101	82,19	97,81	82,19	97,81		133	28,07
	102	78,72	101,28	78,72	101,28		201	85,55
	103	77,38	102,62	77,38	102,62		203	80,04
	110	49,89	49,89	130,11	130,11		210	66,80
	111	46,74	62,19	117,81	133,26		211	63,38
	112	51,12	73,61	106,39	128,88		212	62,40
	113	55,95	81,17	98,83	124,05		213	62,93
	120	32,30	32,30	147,70	147,70		221	46,82
	121	28,46	43,39	136,61	151,54		223	48,58
	122	32,83	55,10	124,90	147,17		230	39,12
	123	39,37	64,51	115,49	140,63		231	36,03

Продолжение табл. 19

θ_{hkl}	$\theta_{h\bar{k}l}$	$\theta_{h\bar{k}\bar{l}}$	HKL	hkl	θ_{hkl}	$\theta_{h\bar{k}l}$	$\theta_{h\bar{k}\bar{l}}$	$\theta_{h\bar{k}\bar{l}}$
70,58	109,42	145,94	021	232	34,29	55,77	124,23	145,71
28,83	151,17	151,17		233	34,59	62,72	117,28	145,41
39,49	140,51	159,01		301	85,58	94,42	85,58	94,42
50,05	129,95	160,55		302	81,71	98,29	81,71	98,29
59,22	120,78	156,81		310	74,59	74,59	105,41	105,41
96,45	83,55	96,45		311	70,49	79,29	100,71	109,51
104,50	75,50	104,50		312	67,45	83,96	96,04	112,55
67,67	112,33	112,33		313	65,51	88,13	91,87	114,49
74,94	105,06	117,82		320	61,51	61,51	118,49	118,49
81,98	98,02	120,56		321	57,65	66,32	113,68	122,35
87,66	92,34	121,24		322	55,11	71,43	108,57	124,89
58,86	121,14	133,53		323	53,87	76,31	103,69	126,13
73,47	106,53	135,15		331	47,83	56,30	123,70	132,17
41,54	138,46	138,46		332	45,46	61,47	118,53	134,54
48,38	131,62	143,46						
51,69	128,31	128,31	023	233	32,78	86,21	93,79	147,22
64,43	115,57	140,82		301	80,59	99,41	80,59	99,41
76,03	103,97	151,66		302	72,18	107,82	72,18	107,82
85,77	94,23	159,84		310	79,16	79,16	100,84	100,84
103,79	76,21	103,79		311	70,06	88,46	91,54	109,94
122,11	57,89	122,11		312	62,08	97,04	82,96	117,92
74,40	105,60	105,60		313	55,69	104,31	75,69	124,31
87,85	92,15	118,47		320	70,27	70,27	109,73	109,73
99,35	80,65	128,38		321	61,77	79,05	100,95	118,23
108,02	71,98	134,85		322	54,26	87,37	92,63	125,74
75,85	104,15	127,51		323	48,17	94,72	85,28	131,83
95,68	84,32	143,32		331	56,13	71,92	108,08	123,87
58,02	121,98	121,98		332	49,10	79,65	100,35	130,90
68,20	111,80	131,84						
77,79	102,21	140,46						
24,76	155,24	155,24	031	232	35,82	51,05	128,95	144,18
34,11	145,89	160,02		233	37,79	57,45	122,55	142,21
44,15	135,85	157,73		301	86,95	93,05	86,95	93,05
53,07	126,93	151,93		302	84,28	95,72	84,28	95,72
94,45	85,55	94,45		310	74,01	74,01	105,99	105,99
99,96	80,04	99,96		311	71,31	77,39	102,61	108,69
66,80	113,20	113,20		312	69,55	80,96	99,04	110,45
72,24	107,76	116,62		313	68,67	84,28	95,72	111,33
77,98	102,02	117,60		320	60,37	60,37	119,63	119,63
82,83	97,17	117,07		321	57,89	63,93	116,07	122,11
55,55	124,45	133,18		322	56,70	68,05	111,95	123,30
68,39	111,61	131,42		323	56,62	72,17	107,83	123,38
39,12	140,88	140,88		331	47,49	53,47	126,53	132,51
44,57	135,43	143,97		332	46,50	57,74	122,26	133,50

<i>HKL</i>	<i>hkl</i>	θ_{hkl}	$\theta_{h\bar{k}l}$	$\theta_{h\bar{k}l}$	$\theta_{h\bar{k}\bar{l}}$	<i>HKL</i>	<i>hkl</i>	θ_{hkl}
032	032	00,00	53,42	126,58	180,00	032	131	23,48
	100	90,00	90,00	90,00	90,00		132	18,52
	101	75,50	104,50	75,50	104,50		133	19,53
	102	68,88	111,12	68,88	111,12		201	81,78
	103	66,27	113,73	66,27	113,73		203	71,41
	110	53,60	53,60	126,40	126,40		210	68,73
	111	42,95	70,79	109,21	137,05		211	61,41
	112	42,50	84,21	95,79	137,50		212	57,03
	113	45,34	92,62	87,38	134,66		213	55,16
	120	38,87	38,87	141,13	141,13		221	46,77
	121	28,35	53,19	126,81	151,65		223	41,89
	122	20,17	60,20	113,80	153,83		230	44,39
	123	29,55	76,20	103,80	150,45		231	37,88
	130	33,23	33,23	146,77	146,77		232	33,82
100	100	00,00	00,00	00,00	00,00	100	132	71,48
	101	33,85	33,85	33,85	33,85		133	73,34
	102	53,30	53,30	53,30	53,30		201	18,54
	103	63,58	63,58	63,58	63,58		203	45,18
	110	41,63	41,63	41,63	41,63		210	23,96
	111	48,08	48,08	48,08	48,08		211	29,11
	112	58,15	58,15	58,15	58,15		212	38,82
	113	65,56	65,56	65,56	65,56		213	47,73
	120	60,64	60,64	60,64	60,64		221	43,53
	121	62,24	62,24	62,24	62,24		223	53,32
	122	65,82	65,82	65,82	65,82		230	53,13
	123	69,57	69,57	69,57	69,57		231	53,97
	130	69,44	69,44	69,44	69,44		232	56,18
	131	70,02	70,02	70,02	70,02		233	59,09
101	101	00,00	67,71	00,00	67,71	101	132	59,92
	102	19,45	87,16	19,45	87,16		133	55,97
	103	29,72	97,43	29,72	97,43		201	15,31
	110	51,63	51,63	51,63	51,63		203	11,32
	111	36,43	72,23	36,43	72,23		210	40,63
	112	33,62	87,49	33,62	87,49		211	27,28
	113	36,14	96,91	36,14	96,91		212	20,26
	120	65,97	65,97	65,97	65,97		213	20,66
	121	55,89	77,72	55,89	77,72		221	42,48
	122	49,74	88,05	49,74	88,05		223	33,81
	123	47,07	95,82	47,07	95,82		230	60,11
	130	73,05	73,05	73,05	73,05		231	53,25
	131	65,70	81,02	65,70	81,02		232	47,91

θ_{hkl}	$\theta_{h\bar{k}l}$	$\theta_{h\bar{k}\bar{l}}$	hkl	hkl	θ_{hkl}	$\theta_{h\bar{k}l}$	$\theta_{h\bar{k}\bar{l}}$	$\theta_{h\bar{k}\bar{l}}$
44,67	135,33	156,52	032	233	32,43	67,70	112,30	147,57
55,59	124,41	161,48		301	84,37	95,63	84,37	95,63
64,93	115,07	160,47		302	79,43	100,57	79,43	100,57
98,22	81,78	98,22		310	75,30	75,30	104,70	104,70
108,59	71,41	108,59		311	69,98	81,15	98,85	110,02
68,73	111,27	111,27		312	65,77	86,78	93,22	114,23
77,57	102,43	118,59		313	62,83	91,70	88,30	117,17
85,73	94,27	122,97		320	62,91	62,91	117,09	117,09
92,13	87,87	124,84		321	57,85	68,76	111,24	122,15
62,20	117,80	133,23		322	54,10	74,71	105,29	125,90
78,22	101,78	138,11		323	51,75	80,22	99,78	128,25
44,39	135,61	135,61		331	48,74	59,25	120,75	131,26
52,27	127,73	142,12		332	45,14	65,14	114,86	134,86
60,32	119,68	146,18						
71,48	71,48	71,48	100	301	12,60	12,60	12,60	12,60
73,34	73,34	73,34		302	24,09	24,09	24,09	24,09
18,54	18,54	18,54		310	16,50	16,50	16,50	16,50
45,18	45,18	45,18		311	20,37	20,37	20,37	20,37
23,96	23,96	23,96		312	28,21	28,21	28,21	28,21
29,11	29,11	29,11		313	36,25	36,25	36,25	36,25
38,82	38,82	38,82		320	30,65	30,65	30,65	30,65
47,73	47,73	47,73		321	32,35	32,35	32,35	32,35
43,53	43,53	43,53		322	36,59	36,59	36,59	36,59
53,32	53,32	53,32		323	41,83	41,83	41,83	41,83
53,13	53,13	53,13		331	42,51	42,51	42,51	42,51
53,97	53,97	53,97		332	44,86	44,86	44,86	44,86
56,18	56,18	56,18						
59,09	59,09	59,09						
88,49	59,92	88,49	101	233	44,40	82,03	44,40	82,03
94,78	55,97	94,78		301	21,25	46,46	21,25	46,46
52,40	15,31	52,40		302	9,76	57,95	9,76	57,95
79,03	11,32	79,03		310	37,23	37,23	37,23	37,23
40,63	40,63	40,63		311	26,45	48,57	26,45	48,57
55,78	27,28	55,78		312	17,95	59,19	17,95	59,19
69,15	20,26	69,15		313	13,82	68,39	13,82	68,39
79,54	20,66	79,54		320	44,40	44,40	44,40	44,40
62,19	42,48	62,19		321	36,22	53,39	36,22	53,39
80,72	33,81	80,72		322	29,91	62,18	29,91	62,18
60,11	60,11	60,11		323	26,20	70,10	26,20	70,10
67,75	53,25	67,75		331	45,25	58,64	45,25	58,64
75,27	47,91	75,27		332	40,07	65,66	40,07	65,66

<i>HKL</i>	<i>hkl</i>	θ_{hkl}	$\theta_{h\bar{k}l}$	$\theta_{h\bar{k}\bar{l}}$	θ_{hkl}	<i>HKL</i>	<i>hkl</i>	θ_{hkl}
102	102	00,00	106,60	00,00	106,60	102	133	50,65
	103	10,28	116,88	10,28	116,88		201	34,76
	110	63,47	63,47	63,47	63,47		203	8,12
	111	40,66	87,71	40,66	87,71		210	56,90
	112	27,98	104,61	27,98	104,61		211	40,79
	113	23,80	114,86	23,80	114,86		212	27,79
	120	72,96	72,96	72,96	72,96		213	19,15
	121	58,07	88,41	58,07	88,41		221	51,08
	122	46,73	101,29	46,73	101,29		223	32,98
	123	39,50	110,77	39,50	110,77		230	68,99
	130	77,89	77,89	77,89	77,89		231	59,36
	131	67,17	88,83	67,17	88,83		232	50,80
	132	57,89	98,73	57,89	98,73		233	43,83
103	103	00,00	127,15	00,00	127,15	103	201	45,04
	110	70,57	70,57	70,57	70,57		203	18,40
	111	45,68	95,97	45,68	95,97		210	66,01
	112	29,66	113,53	29,66	113,53		211	49,37
	113	21,58	124,17	21,58	124,17		212	35,44
	120	77,40	77,40	77,40	77,40		213	25,11
	121	60,86	94,16	60,86	94,16		221	57,29
	122	47,59	108,05	47,59	108,05		223	36,48
	123	38,35	118,27	38,35	118,27		230	74,51
	130	81,01	81,01	81,01	81,01		231	64,00
	131	69,06	93,05	69,06	93,05		232	54,40
	132	58,47	103,90	58,47	103,90		233	46,26
	133	49,88	112,90	49,88	112,90		301	50,97
110	110	00,00	00,00	83,27	83,27	110	201	44,88
	111	26,63	26,63	83,98	83,98		203	58,21
	112	45,08	45,08	85,25	85,25		210	17,67
	113	56,38	56,38	86,28	86,28		211	24,36
	120	19,01	19,01	102,28	102,28		212	35,68
	121	26,08	26,08	101,65	101,65		213	45,46
	122	37,82	37,82	100,23	100,23		221	14,07
	123	47,70	47,70	98,71	98,71		223	36,95
	130	27,81	27,81	111,08	111,08		230	11,50
	131	30,58	30,58	110,49	110,49		231	16,12
	132	36,85	36,85	108,99	108,99		232	24,62
	133	43,75	43,75	107,08	107,08		233	32,98
111	111	00,00	53,26	72,87	96,15	111	203	37,92
	112	18,45	71,71	66,96	104,08		210	31,60
	113	29,75	83,01	64,45	108,37		211	18,97
	120	32,31	32,31	100,96	100,96		212	16,18
	121	19,45	48,48	92,32	108,70		213	21,51
	122	17,74	62,62	84,98	113,90		221	12,55
	123	23,59	73,33	79,66	116,75		223	10,32
	130	37,75	37,75	108,75	108,75		230	28,84
	131	29,26	48,17	102,13	114,56		231	18,70
	132	25,00	58,38	95,73	118,81		232	11,48
	133	25,26	67,23	90,22	121,41		233	11,02
	201	39,11	60,60	39,11	60,60		301	41,42

Продолжение табл. 19

θ_{hkl}	$\theta_{h\bar{k}l}$	$\theta_{h\bar{k}\bar{l}}$	HKL	hkl	θ_{hkl}	$\theta_{h\bar{k}l}$	$\theta_{h\bar{k}\bar{l}}$	$\theta_{h\bar{k}\bar{l}}$
106,94	50,65	106,94	102	301	40,78	65,91	40,70	65,91
71,84	34,76	71,84		302	29,21	77,40	29,21	77,40
98,48	8,12	98,48		310	55,04	55,04	55,04	55,04
56,90	56,90	56,90		311	43,25	66,91	43,25	66,91
73,31	40,79	73,31		312	32,58	77,84	32,58	77,84
87,33	27,79	87,33		313	23,70	87,24	23,70	87,24
98,09	19,15	98,09		320	59,06	59,06	59,06	59,06
76,21	51,08	76,21		321	48,98	69,30	48,98	69,30
97,18	32,98	97,18		322	39,85	78,93	39,85	78,93
68,99	68,99	68,99		323	32,22	87,45	32,22	87,45
78,85	59,16	78,85		331	55,06	72,04	55,06	72,04
88,09	50,80	88,09		332	47,33	80,24	47,33	80,24
96,17	43,83	96,17	103	302	39,48	87,67	39,48	87,67
82,12	45,04	82,12		310	64,74	64,74	64,74	64,74
108,75	18,40	108,75		311	52,78	76,74	52,78	76,74
66,01	66,01	66,01		312	41,84	87,75	41,84	87,75
82,74	49,37	82,74		313	32,51	97,21	32,51	97,21
96,97	35,44	96,97		320	67,49	67,49	67,49	67,49
107,87	25,11	107,87		321	56,97	78,07	56,97	78,07
83,98	57,29	83,98		322	47,25	87,95	47,25	87,95
105,81	36,48	105,81		323	38,81	96,66	38,81	96,66
74,51	74,51	74,51		331	61,60	79,61	61,60	79,61
85,12	64,00	85,12		332	53,18	88,19	53,18	88,19
94,97	54,40	94,97	110	301	43,16	43,16	43,16	43,16
103,55	46,26	103,55		302	46,98	46,98	46,98	46,98
76,18	50,97	76,18		310	25,13	25,13	58,14	58,14
44,88	44,88	44,88		311	27,72	27,72	58,93	58,93
58,21	58,21	58,21		312	33,69	33,69	60,98	60,98
17,67	65,60	65,60		313	40,41	40,41	63,64	63,64
24,36	66,73	66,73		320	10,98	10,98	72,28	72,28
35,68	69,38	69,38		321	15,42	15,42	72,61	72,61
45,46	72,29	72,29		322	23,62	23,62	73,50	73,50
14,07	83,47	83,47		323	31,76	31,76	74,72	74,72
36,95	84,62	84,62		331	9,49	9,49	83,36	83,36
11,50	94,76	94,76		332	18,48	18,48	83,62	83,62
16,12	94,67	94,67	111	302	37,54	64,73	37,54	64,73
24,62	94,42	94,42		310	35,97	35,97	61,84	61,84
32,98	94,08	94,08		311	27,71	45,78	56,26	68,44
81,20	37,92	81,20		312	23,01	55,44	52,39	75,10
31,60	68,32	68,32		313	22,61	64,01	50,26	81,12
46,92	61,02	77,19		320	28,65	28,65	74,22	74,22
60,53	56,69	85,37		321	18,84	39,00	69,40	79,49
71,12	54,88	91,80		322	11,49	48,84	65,49	84,67
40,70	77,84	90,42		323	10,23	57,58	62,64	89,34
63,57	69,32	100,70		331	17,14	36,12	79,79	88,31
28,84	94,26	94,26		332	8,15	45,11	76,03	92,45
39,61	89,10	99,28						
49,81	84,35	103,66						
58,78	80,32	107,17						
56,34	41,42	56,34						

<i>HKL</i>	<i>hkl</i>	θ_{hkl}	$\theta_{h\bar{k}l}$	$\theta_{hk\bar{l}}$	$\theta_{h\bar{k}\bar{l}}$	<i>HKL</i>	<i>hkl</i>	θ_{hkl}
122	122	00,00	66,67	93,47	131,64	122	212	30,86
	123	11,28	77,95	85,58	134,01		213	30,10
	130	34,35	34,35	122,55	122,55		221	25,86
	131	21,62	47,34	113,43	130,52		223	15,93
	132	11,16	59,15	104,63	130,13		230	34,08
	133	7,52	69,07	97,02	139,16		231	23,01
	201	55,73	77,67	55,73	77,67		232	13,20
	203	47,27	95,80	47,27	95,80		233	6,73
	210	47,93	47,93	85,49	85,49		301	58,69
	211	36,71	61,34	76,34	94,93		302	53,25
123	123	00,00	89,23	76,70	139,15	123	213	26,41
	130	45,29	45,29	117,28	117,28		221	34,55
	131	32,25	58,42	106,57	127,39		223	16,25
	132	20,66	70,30	96,63	135,56		230	45,11
	133	11,53	80,26	88,23	141,23		231	33,86
	201	56,34	83,83	56,34	83,83		232	23,52
	203	41,91	104,61	41,91	104,61		233	14,72
	210	55,19	55,19	86,16	86,16		301	60,41
	211	41,27	70,12	74,35	98,15		302	52,75
	212	31,37	83,13	64,91	108,06		310	59,28
130	130	00,00	00,00	138,89	138,89	130	221	30,91
	131	13,25	13,25	137,17	137,17		223	45,02
	132	25,22	25,22	132,97	132,97		230	16,31
	133	35,25	35,25	127,97	127,97		231	19,80
	201	70,56	70,56	70,56	70,56		232	27,09
	203	75,67	75,67	75,67	75,67		233	34,75
	210	45,48	45,48	93,41	93,41		301	69,96
	211	47,91	47,91	93,26	93,26		302	71,31
	212	53,29	53,29	92,90	92,90		310	52,94
	213	58,93	58,93	92,51	92,51		311	53,90
131	131	00,00	26,51	131,40	140,03	131	221	27,02
	132	11,97	38,48	124,45	139,56		223	34,32
	133	21,99	48,50	117,81	136,99		230	20,90
	201	66,61	75,46	66,61	75,46		231	16,05
	203	66,20	85,51	66,20	85,51		232	17,78
	210	46,96	46,96	93,32	93,32		233	23,33
	211	43,97	54,17	89,32	97,04		301	67,45
	212	45,44	62,48	85,96	99,74		302	66,07
	213	48,89	69,68	83,53	101,41		310	54,08
132	132	00,00	50,45	115,78	142,96	132	223	26,41
	133	10,02	60,47	108,10	143,38		230	29,75
	201	64,11	80,47	64,11	80,47		231	20,73
	203	58,25	94,49	58,25	94,49		232	15,30
	210	50,63	50,63	93,08	93,08		233	15,52
	211	43,00	61,21	85,79	100,15		301	66,24
	212	40,23	71,46	79,81	105,58		302	62,36
	213	40,94	79,72	75,59	109,15		310	56,96
	221	28,39	47,74	102,24	114,78		311	51,51

Продолжение табл. 19

θ_{hkl}	$\theta_{h\bar{k}l}$	$\theta_{h\bar{k}\bar{l}}$	HKL	hkl	θ_{hkl}	$\theta_{h\bar{k}l}$	$\theta_{h\bar{k}\bar{l}}$	$\theta_{h\bar{k}\bar{l}}$
73,50	69,26	102,72	122	310	53,16	53,16	79,29	79,29
83,03	64,55	108,31		311	45,46	61,90	72,73	86,19
50,76	92,22	107,81		312	39,86	70,46	67,21	92,62
72,48	79,14	118,18		313	36,72	78,05	63,03	98,10
34,08	109,68	109,68		320	43,65	43,65	91,08	91,08
45,28	102,81	116,01		321	35,47	52,64	85,11	97,03
55,72	96,16	121,17		322	29,23	61,44	79,65	102,41
64,85	90,25	124,91		323	25,66	69,39	75,03	106,92
73,75	58,69	73,75		331	29,58	40,49	94,85	105,41
81,40	53,25	81,40		332	22,57	54,90	89,67	110,04
93,16	58,36	115,22	123	311	49,70	69,37	72,42	89,56
61,18	88,63	108,52		312	41,73	78,89	65,02	97,54
83,35	72,47	122,90		313	35,94	87,15	59,13	104,28
45,11	106,68	106,68		320	51,94	51,94	90,92	90,92
56,41	98,21	114,83		321	42,43	61,79	83,29	98,54
66,89	90,23	121,90		322	34,15	71,14	76,28	105,50
76,04	83,26	127,49		323	27,74	79,46	70,30	111,41
79,20	60,41	79,20		331	38,78	56,77	91,92	105,37
88,17	52,75	88,17		332	30,57	65,44	85,46	111,48
59,28	80,89	80,89	130	312	56,37	56,37	86,28	86,28
30,91	110,42	110,42		313	59,54	59,54	86,59	86,59
45,02	106,70	106,70		320	38,79	38,79	100,09	100,09
16,31	122,57	122,57		321	40,06	40,06	99,91	99,91
19,80	121,86	121,86		322	43,33	43,33	99,42	99,42
27,09	119,96	119,96		323	47,54	47,54	98,73	98,73
34,75	117,45	117,45		331	29,26	29,26	110,78	110,78
69,96	69,96	69,96		332	32,98	32,98	109,94	109,94
71,31	71,31	71,31	131	311	51,56	58,30	83,38	88,90
52,94	85,95	85,95		312	50,99	63,33	81,17	91,56
53,90	86,04	86,04		313	51,87	68,32	79,52	93,79
38,80	106,49	113,28		320	40,65	40,65	99,82	99,82
56,61	98,16	114,68		321	37,97	45,44	97,14	102,17
20,90	121,60	121,60		322	37,78	51,26	94,41	103,98
29,47	117,94	123,99		323	39,50	57,15	91,90	105,21
38,65	113,61	124,87		331	27,51	35,77	107,91	112,52
47,06	109,28	124,55		332	27,23	41,94	105,03	113,87
73,53	67,45	73,53	132	312	48,01	70,54	76,90	96,27
77,39	66,07	77,39		313	46,44	76,82	73,48	100,18
54,08	86,06	86,06		320	45,16	45,16	99,12	99,12
67,46	90,22	121,08		321	39,38	52,27	94,31	103,66
29,75	119,15	119,15		322	35,80	59,67	80,71	107,52
39,91	113,17	124,16		323	34,54	66,57	85,66	110,51
49,74	107,02	127,66		331	30,74	44,03	104,52	113,03
58,47	101,34	129,58		332	26,62	51,41	99,99	116,34
77,47	66,24	77,47						
83,34	62,36	83,34						
56,96	86,34	86,34						
63,66	81,27	91,54						

<i>HKL</i>	<i>hkl</i>	θ_{hkl}	$\theta_{h\bar{k}l}$	$\theta_{h\bar{k}\bar{l}}$	$\theta_{h\bar{k}l}$	<i>HKL</i>	<i>hkl</i>	θ_{hkl}
133	133	00,00	70,49	99,76	146,67	133	230	38,39
	201	62,91	84,93	62,91	84,93		231	28,00
	203	52,30	101,96	52,30	101,96		232	19,51
	210	55,07	55,07	92,78	92,78		233	14,24
	211	44,23	67,77	82,95	102,45		301	66,06
	212	37,83	79,25	74,92	110,06		302	60,17
	213	35,70	88,23	69,21	115,23		310	60,52
	221	32,75	55,92	98,31	115,16		311	52,97
	223	22,40	76,68	83,56	125,56		312	47,17
	201	00,00	37,08	00,00	37,08	201	230	55,33
201	203	26,64	63,72	26,64	63,72		231	51,65
	210	29,96	29,96	29,96	29,96		232	49,73
	211	22,85	42,68	22,85	42,68		233	49,36
	212	25,20	55,08	25,20	55,08		301	5,94
	213	31,46	65,01	31,46	65,01		302	5,55
	221	40,12	52,41	40,12	52,41		310	24,63
	223	40,76	67,96	40,76	67,96		311	17,16
	203	00,00	90,36	00,00	90,36	203	231	56,32
	210	49,90	49,90	49,90	49,90		232	48,91
	211	34,54	65,92	34,54	65,92		233	43,22
	212	23,09	79,72	23,09	79,72		301	32,57
	213	17,40	90,34	17,40	90,34		302	21,08
	221	46,88	70,21	46,88	70,21		310	47,48
	223	32,07	90,30	32,07	90,30		311	35,95
	230	64,98	64,98	64,98	64,98		312	25,75
	210	00,00	00,00	47,93	47,93	210	232	35,90
210	211	17,04	17,04	50,16	50,16		233	41,62
	212	31,51	31,51	55,16	55,16		301	26,90
	213	42,60	42,60	60,44	60,44		302	33,47
	221	22,45	22,45	66,37	66,37		310	7,46
	223	40,40	49,40	70,72	70,72		311	14,19
	230	29,17	29,17	77,09	77,09		312	24,31
	231	31,13	31,13	77,35	77,35		313	33,49
	211	00,00	34,08	45,70	58,22	211	232	27,88
	212	14,47	48,55	45,62	66,85		233	29,98
	213	25,56	59,64	47,94	74,14		301	23,57
	221	17,27	35,67	62,97	71,83		302	23,48
	223	25,28	56,50	60,54	81,98		310	18,56
	230	33,40	33,40	77,67	77,67		311	8,74
	231	28,80	49,48	74,50	81,28		312	9,33
	212	00,00	63,02	40,52	77,65	212	233	24,85
	213	11,09	74,11	39,26	86,17		301	29,03
	221	23,79	48,63	62,05	77,61		302	22,40
	223	15,56	70,42	53,44	91,87		310	32,29
	230	41,89	41,89	79,02	79,02		311	20,59
	231	33,60	51,19	73,15	85,21		312	10,61
	232	27,66	60,30	68,17	91,06		313	6,44

θ_{hkl}	$\theta_{h\bar{k}l}$	$\theta_{hk\bar{l}}$	<i>HKL</i>	<i>hkl</i>	θ_{hkl}	$\theta_{h\bar{k}l}$	$\theta_{h\bar{k}l}$	$\theta_{hk\bar{l}}$
38,39	116,08	116,08	133	313	43,44	84,16	68,86	105,29
49,11	108,49	123,02		320	50,47	50,47	98,23	98,23
59,23	101,09	128,56		321	42,77	58,93	91,81	104,45
68,12	94,48	132,43		322	36,75	67,24	85,78	109,93
81,15	66,06	81,15		323	32,80	74,76	80,53	114,36
88,50	60,17	88,50		331	36,14	51,88	101,22	112,63
60,52	86,69	86,69		332	29,77	59,86	95,49	117,48
68,88	79,78	93,70						
77,00	73,71	100,04						
55,33	55,33	55,33	201	312	16,10	44,75	16,10	44,75
60,33	51,65	60,33		313	20,52	53,66	20,52	53,66
65,86	49,73	65,86		320	35,35	35,35	35,35	35,35
71,18	49,36	71,18		321	30,57	42,19	30,57	42,19
31,15	5,94	31,15		322	28,90	49,68	28,90	49,68
42,64	5,55	42,64		323	30,07	56,81	30,07	56,81
24,63	24,63	24,63		331	41,29	49,72	41,29	49,72
34,70	17,16	34,70		332	39,39	55,16	39,39	55,16
74,06	56,32	74,06	203	313	17,80	79,35	17,80	79,35
82,67	48,91	82,67		320	52,67	52,67	52,67	52,67
90,26	43,22	90,26		321	43,16	62,51	43,16	62,51
57,78	32,57	57,78		322	34,85	71,86	34,85	71,86
69,27	21,08	69,27		323	28,39	80,17	28,39	80,17
47,48	47,48	47,48		331	50,46	66,25	50,46	66,25
59,19	35,95	59,19		332	43,57	74,05	43,57	74,05
70,02	25,75	70,02						
35,90	78,04	78,04	210	320	6,69	6,69	54,61	54,61
41,62	78,98	78,98		321	12,76	12,76	55,34	55,34
26,90	26,90	26,90		322	22,03	22,03	57,28	57,28
33,47	33,47	33,47		323	30,66	30,66	59,90	59,90
7,46	40,47	40,47		331	19,99	19,99	65,95	65,95
14,19	41,94	41,94		332	25,36	25,36	66,93	66,93
24,31	45,64	45,64						
33,49	50,22	50,22						
48,31	72,09	84,91	211	313	17,09	50,30	39,62	63,05
55,72	70,47	88,20		320	18,27	18,27	56,38	56,38
37,94	23,57	37,94		321	8,94	28,70	53,20	60,77
47,32	23,48	47,32		322	7,48	38,64	51,54	65,70
18,56	43,33	43,33		323	14,32	47,47	51,24	70,54
30,06	39,41	49,47		331	18,77	31,76	64,03	70,04
40,90	38,37	56,42		332	16,88	39,55	62,12	73,64
68,46	64,33	96,15	212	320	32,14	32,14	60,42	60,42
49,74	29,03	49,74		321	21,53	42,88	54,30	67,29
60,14	22,40	60,14		322	12,05	52,94	49,58	74,15
32,29	49,56	49,56		323	5,94	61,82	46,46	80,42
44,19	41,95	58,36		331	27,46	44,35	64,31	74,85
55,18	36,67	67,04		332	20,59	52,79	60,02	80,30
64,64	34,08	74,76						

<i>HKL</i>	<i>hkl</i>	θ_{hkl}	$\theta_{h\bar{h}i}$	θ_{hkl}	$\theta_{h\bar{h}i}$	<i>HKL</i>	<i>hkl</i>	θ_{hkl}
213	213	00,00	85,20	34,79	95,45	213	301	36,47
	221	32,34	58,95	62,64	82,51		302	27,08
	223	14,68	81,16	49,47	99,43		310	43,12
	230	50,00	50,00	80,54	80,54		311	31,18
	231	40,21	60,22	72,86	88,42		312	20,35
	232	31,90	69,91	66,09	95,75		313	11,47
	233	25,83	78,44	60,62	102,07		320	43,02
221	221	00,00	28,15	80,25	87,07	221	301	40,49
	223	22,87	51,02	76,29	93,17		302	40,44
	230	18,10	18,10	94,62	94,62		310	28,58
	231	11,53	27,89	91,78	97,29		311	24,54
	232	13,45	37,72	89,08	99,53		312	25,45
	233	20,05	46,52	86,75	101,22		313	29,53
223	223	00,00	73,89	64,14	106,64	223	302	37,75
	230	38,45	38,45	93,81	93,81		310	43,65
	231	27,58	49,52	86,93	100,58		311	33,54
	232	18,02	59,86	80,63	106,62		312	25,59
	233	11,15	68,91	75,30	111,56		313	20,98
	301	44,43	63,14	44,43	63,14		320	38,32
230	230	00,00	00,00	106,26	106,26	230	310	36,63
	231	11,38	11,38	105,93	105,93		311	38,31
	232	21,92	21,92	105,06	105,06		312	42,47
	233	31,12	31,12	103,87	103,87		313	47,55
	301	54,16	54,16	54,16	54,16		320	22,48
	302	56,79	56,79	56,79	56,76		321	24,85
231	231	00,00	22,76	103,31	107,94	231	310	38,11
	232	10,55	33,30	100,43	109,17		311	35,84
	233	19,74	42,50	97,64	109,69		312	36,79
	301	51,90	57,93	51,90	57,93		313	39,79
	302	51,87	62,84	51,87	62,84		320	25,06
232	232	00,00	43,85	95,83	112,36	232	311	36,27
	233	9,20	53,05	91,68	114,54		312	33,76
	301	51,34	62,50	51,34	62,50		313	34,09
	302	48,66	69,17	48,66	69,17		320	31,00
	310	41,88	41,88	71,17	71,17		321	24,18
233	233	00,00	62,24	86,45	118,19	233	312	33,37
	301	52,12	67,14	52,12	67,14		313	30,97
	302	47,16	75,05	47,16	75,05		320	37,72
	310	46,60	46,60	72,67	72,67		321	29,02
	311	38,73	55,71	66,44	79,46		322	22,50

Продолжение табл. 19

θ_{hkl}	$\theta_{h\bar{k}l}$	θ_{hkl}	hkl	hkl	θ_{hkl}	$\theta_{h\bar{k}l}$	θ_{hkl}	$\theta_{h\bar{k}l}$
59,42	36,47	59,42	213	321	32,24	53,84	56,88	73,10
70,26	27,08	70,26		322	22,27	63,94	50,14	81,09
43,12	55,94	55,94		323	13,70	72,85	44,97	88,23
55,13	46,41	66,07		331	36,55	54,53	65,70	79,14
66,17	38,61	75,64		332	28,38	63,22	59,80	85,76
75,66	33,16	83,98						
43,02	64,77	64,77						
49,12	40,49	49,12	221	320	17,78	17,78	72,83	72,83
55,77	40,44	55,77		321	11,18	27,23	70,38	75,88
28,58	59,20	59,20		322	12,57	36,74	68,73	79,15
36,13	56,52	63,28		323	18,87	45,32	67,84	82,29
44,66	55,50	67,99		331	4,59	23,56	81,24	85,87
52,62	55,79	72,60		332	4,41	32,56	79,34	88,24
72,55	37,75	72,55	223	321	27,87	48,94	69,37	82,80
43,65	65,05	65,05		322	18,55	58,91	63,72	89,36
54,44	57,42	73,35		323	11,49	67,72	59,27	95,15
64,65	51,35	81,32		331	27,46	46,43	78,96	90,38
73,54	47,16	88,30		332	18,46	55,43	73,78	95,84
38,32	75,92	75,92						
36,63	69,63	69,63	230	322	30,41	30,41	84,20	84,20
38,31	70,11	70,11		323	36,84	36,84	84,62	84,62
42,47	71,35	71,35		331	14,87	14,87	94,70	94,70
47,55	72,98	72,98		332	21,66	21,66	94,52	94,52
22,48	83,78	83,78						
24,85	83,89	83,89						
38,11	70,05	70,05	231	321	22,06	31,54	81,86	86,16
43,29	67,98	73,01		322	23,61	39,23	80,21	88,38
49,81	66,96	76,36		323	27,97	46,69	79,01	90,38
56,29	66,82	79,62		331	11,46	23,79	92,74	96,48
25,06	83,90	83,90		332	13,18	31,94	90,84	98,03
49,48	66,80	76,27	232	322	20,92	48,24	76,83	92,31
57,51	63,65	81,40		323	21,71	56,23	74,12	95,72
64,90	61,74	86,01		331	16,63	33,38	90,83	97,91
11,00	84,23	84,23		332	11,32	41,94	87,40	101,04
39,54	80,26	88,39						
64,67	61,48	85,98	233	323	19,36	64,74	70,20	100,25
72,65	57,98	91,66		331	24,13	42,08	89,14	98,94
17,72	84,68	84,68		332	16,37	50,82	84,47	103,37
47,22	79,12	90,38						
56,45	74,21	95,68						

<i>HKL</i>	<i>hkl</i>	θ_{hkl}	$\theta_{h\bar{k}l}$	$\theta_{hk\bar{l}}$	$\theta_{h\bar{k}\bar{l}}$	<i>HKL</i>	<i>hkl</i>	θ_{hkl}
301	301	00,00 ⁰	25,21	00,00	25,21	301	312	18,92
	302	11,49	36,70	11,49	36,70		313	25,18
	310	20,66	20,66	20,66	20,66		320	32,91
	311	16,13	29,64	16,13	29,64		321	30,04
302	302	00,00	48,19	00,00	48,19	302	313	16,87
	310	28,92	28,92	28,92	28,92		320	38,25
	311	19,71	39,03	19,71	39,03		321	31,97
	312	15,14	49,94	15,14	49,94		322	28,41
310	310	00,00	00,00	33,01	33,01	310	320	14,15
	311	12,10	12,10	34,92	34,92		321	17,78
	312	23,21	23,21	39,58	39,58		322	25,18
	313	32,75	32,75	45,15	45,15		323	32,88
311	311	00,00	24,20	32,26	40,73	311	320	18,54
	312	11,11	35,31	33,26	47,86		321	13,91
	313	20,65	44,85	36,58	54,81		322	16,23
312	312	00,00	46,42	30,27	56,42	312	321	18,27
	313	9,54	55,96	39,53	64,21		322	13,28
	320	26,98	26,98	51,32	51,32		323	14,33
313	313	00,00	65,50	27,65	72,51	313	322	17,18
	320	35,36	35,36	55,12	55,12		323	12,38
	321	25,44	45,68	48,41	62,65		331	32,84
320	320	00,00	00,00	61,30	61,30	320	322	21,04
	321	10,89	10,89	61,86	61,86		323	29,99
321	321	00,00	21,78	60,08	64,70	321	323	19,10
	322	10,15	31,93	59,47	68,14		331	10,90
322	322	00,00	42,09	56,82	73,18	322	331	15,66
	323	8,95	51,03	55,41	77,95			
323	323	00,00	59,98	52,41	83,66	323	331	22,92
331	331	00,00	18,98	81,88	85,02	331	332	8,99
332	332	00,00	36,96	78,11	89,72			

θ_{hkl}	$\theta_{h\bar{k}l}$	$\theta_{hk\bar{l}}$	<i>HKL</i>	<i>hkl</i>	θ_{hkl}	$\theta_{h\bar{k}l}$	$\theta_{h\bar{k}l}$	$\theta_{hk\bar{l}}$
39,29	18,92	39,29	301	322	30,47	45,15	30,47	45,15
48,02	25,18	48,02		323	33,26	51,82	23,26	51,82
32,91	32,91	32,91		331	40,94	46,89	40,94	46,89
38,44	30,04	38,44		332	40,45	51,49	40,45	51,49
58,98	16,87	58,98	302	323	27,84	61,57	27,84	61,57
38,25	38,25	38,25		331	42,25	52,72	42,25	52,72
46,05	31,97	46,05		332	39,06	58,82	39,06	58,82
54,10	28,41	54,10						
14,15	47,16	47,16	310	331	26,75	26,75	58,62	58,62
17,78	48,10	48,10		332	30,83	30,83	59,96	59,96
25,18	50,60	50,60						
32,88	53,92	53,92						
18,54	48,32	48,32	311	323	22,18	44,24	47,10	61,89
26,94	46,17	52,17		331	24,81	33,01	57,07	61,67
35,94	45,91	56,96		332	25,04	39,36	56,22	64,97
36,80	46,51	57,36	312	331	27,67	40,91	57,08	65,57
46,35	43,55	63,78		332	23,92	48,38	54,19	70,42
54,91	42,41	69,86						
55,46	43,28	70,15	313	332	26,66	56,59	53,66	75,55
64,15	40,03	77,00						
48,56	58,19	69,59						
21,04	63,37	63,37	320	331	14,48	14,48	72,53	72,53
29,99	65,42	65,42		332	21,40	21,40	73,23	73,23
40,88	59,81	71,70	321	332	13,05	31,31	69,92	77,08
23,12	70,98	74,72						
32,38	70,17	77,24	322	332	10,65	40,96	67,47	81,05
40,87	69,98	79,77	323	332	15,24	49,61	65,89	84,75
27,97	80,68	86,71						

Таблица 20

УГЛЫ (В ГРАДУСАХ) МЕЖДУ КРИСТАЛЛОГРАФИЧЕСКИМИ НАПРАВЛЕНИЯМИ
В ЦЕМЕНТИТЕ, Fe_3C

$u_1v_1w_1$	$u_2v_2w_2$	ρ	$u_1v_1w_1$	$u_2v_2w_2$	ρ	$u_1v_1w_1$	$u_2v_2w_2$	ρ	$u_1v_1w_1$	$u_2v_2w_2$	ρ
100	401	20,44	231	61,54		122	54,42		013	14,12	
	301	26,42	131	74,83		133	53,63		412	54,34	
	201	36,70	031	90,00		144	53,34		312	47,06	
	302	44,82	441	49,84		011	52,96		212	37,59	
	101	56,14	341	57,67		432	55,92		324	32,17	
	203	65,90	241	67,12		332	51,41		112	26,79	
	102	71,46	141	78,09		232	46,77		236	23,68	
	103	77,39	041	90,00		132	42,98		124	22,44	
	104	80,48	410	15,71		032	41,46		012	20,67	
	414	56,61	310	20,55		421	62,21		423	45,74	
	314	63,69	210	29,36		321	56,11		323	39,98	
	214	71,76	320	36,87		221	47,95		223	33,95	
	114	80,64	110	48,36		342	43,23		123	28,84	
	014	90,00	230	59,35		121	38,58		023	26,71	
	413	49,06	120	66,04		263	35,97		411	70,27	
	313	56,95	130	73,49		142	34,95		311	65,05	
	213	66,55	140	77,47		021	33,53		211	56,99	
	113	77,76	172	83,23		431	51,67		322	51,52	
	013	90,00	176	85,20		331	44,79		111	45,28	
	412	38,54				231	36,47		233	41,26	
	312	46,73	010	401	90,00	131	28,01		122	39,55	
	212	57,88		301	90,00	031	23,83		133	38,21	
	324	64,79		201	90,00	441	43,49		144	37,71	
	112	72,58		101	90,00	341	36,67		011	37,04	
	236	78,18		203	90,00	241	29,00		432	60,33	
	124	81,08		102	90,00	141	21,75		332	56,57	
	012	90,00		103	90,00	041	18,33		232	52,77	
	423	51,37		104	90,00	410	74,29		132	49,74	
	323	59,07		414	81,10	310	69,45		032	48,54	
	223	68,22		314	80,43	210	60,64		421	72,01	
	123	78,70		214	79,86	320	53,13		321	68,32	
	023	90,00		114	79,46	110	41,64		221	63,66	
	411	25,03		014	79,32	230	30,65		342	61,13	
	311	31,90		413	79,38	120	23,96		121	58,81	
	211	43,04		313	78,20	130	16,51		263	57,58	
	322	51,23		213	77,07	140	12,53		142	57,11	
	111	61,83		113	76,21	172	21,77		021	56,47	
	233	70,35		013	75,88	176	48,81		431	74,10	
	122	75,01		412	77,29	302	90,00		331	71,73	
	133	79,88		312	75,11				231	69,19	
	144	82,37		212	72,60	001	401	69,56	131	67,05	
	011	90,00		324	71,37		301	63,58	031	66,17	
	432	48,39		112	70,31		201	53,30	441	76,09	
	332	56,33		236	69,78		302	45,18	341	74,59	
	232	66,05		124	69,59		101	33,86	241	73,16	
	132	77,48		012	69,33		203	24,10	141	72,08	
	032	90,00		423	69,44		102	18,54	041	71,67	
	421	34,01		323	67,32		103	12,61	410	90,00	
	321	41,98		223	65,33		104	9,52	310	90,00	
	221	53,46		123	63,85		414	34,87	210	90,00	
	342	60,93		023	63,29		314	28,25	320	90,00	
	121	69,67		411	75,24		214	21,05	110	90,00	
	263	76,12		311	71,44		114	14,17	230	90,00	
	142	79,50		211	65,72		014	10,68	120	90,00	
	021	90,00		322	61,99		413	42,90	130	90,00	
	431	42,69		111	57,92		313	35,62	140	90,00	
	331	50,88		233	55,44		213	27,16	172	69,42	
							113	18,60	176	41,59	

3. УГЛЫ МЕЖДУ НАПРАВЛЕНИЯМИ (ТАБЛ. 20)

Углы между направлениями были вычислены Наттингом из Лидского университета. Он использовал параметры $a_0 = 4,524 \text{ \AA}$, $b_0 = 5,088 \text{ \AA}$ и $c_0 = 6,742 \text{ \AA}$.

Вариация значений трех параметров незначительно влияет на суммарные результаты, полученные из трех различных источников. На фиг. 46 и 47 представлены стереографические проекции этой фазы на плоскости (100) и (001).

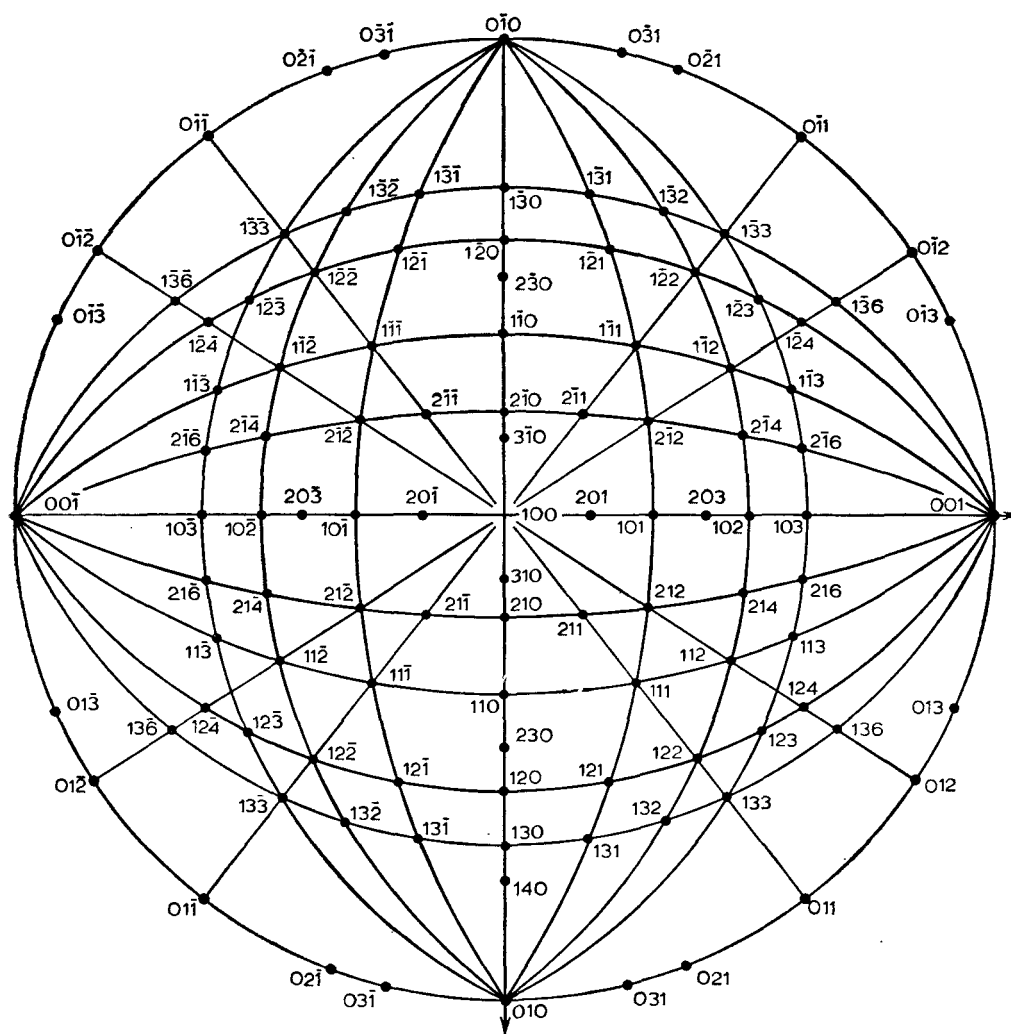
В результате изучения ориентировки цементита относительно феррита в перлитной и бейнитной структурах было надежно подтверждено существование двух различных ориентационных соотношений [52]. Совмещенная проекция двух фаз, приведенная на фиг. 48, соответствует ориентационному соотношению, впервые полученному Багаряцким [53], а проекция на фиг. 49 — ориентационному соотношению Питча [54]. Эти двойные проекции были любезно предоставлены Келли и Шеклетоном.

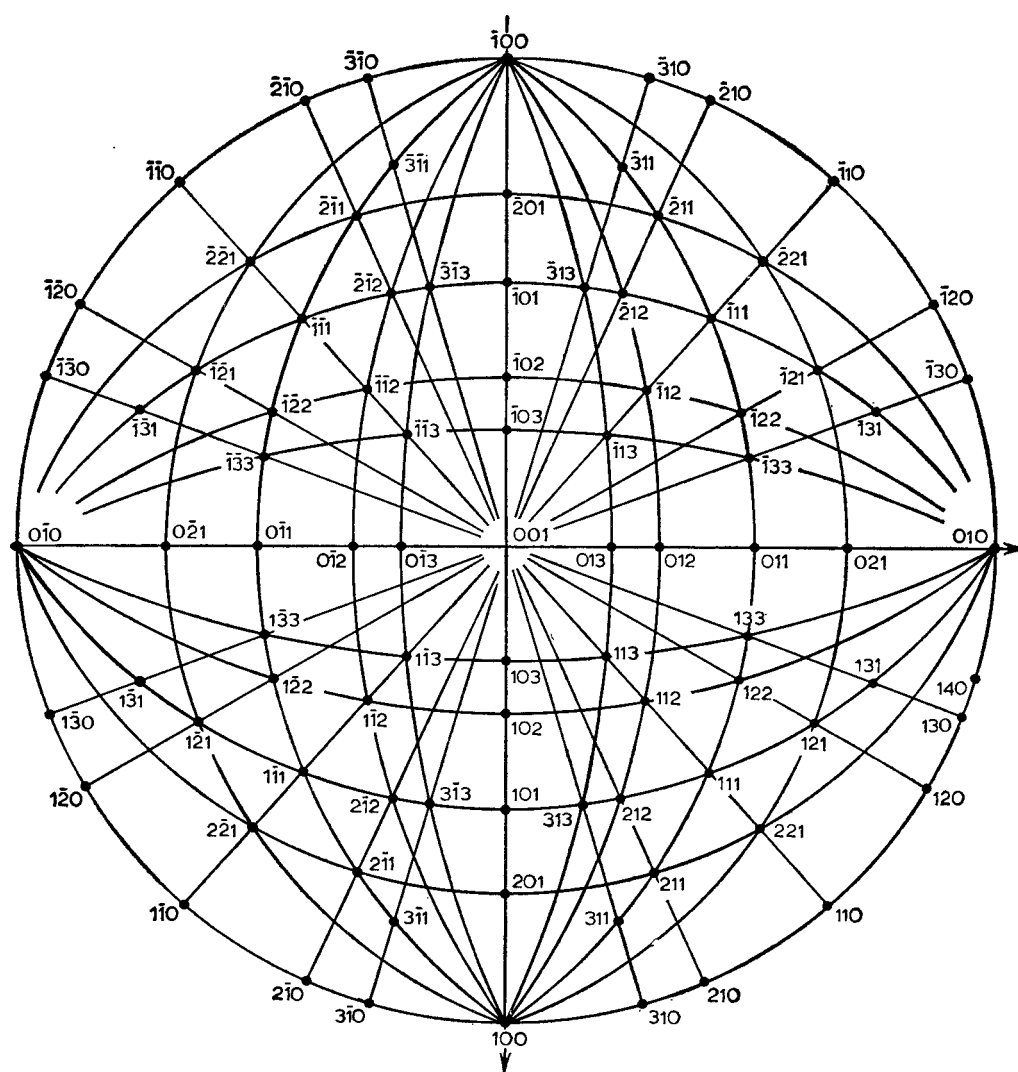
§ 2. МЕЖПЛОСКОСТНЫЕ РАССТОЯНИЯ КАРБИДА НА ОСНОВЕ ХРОМА, M_7C_3

Межплоскостные расстояния вычислены на основании значений параметров решетки, приведенных в верхней части табл. 21. Эти последние были получены путем экстраполяции измеренных параметров решетки карбида в нескольких образцах с различным относительным содержанием железа и хрома. Из-за большого количества межплоскостных расстояний в таблице представлены лишь расстояния, которые больше или равны $1,00 \text{ \AA}$, и эти расстояния сгруппированы по зонам. На фиг. 50 представлена стереографическая проекция на плоскость (0001), которая показывает, как уменьшение отношения c/a приводит к смещению полюсов по направлению к центру проекции.

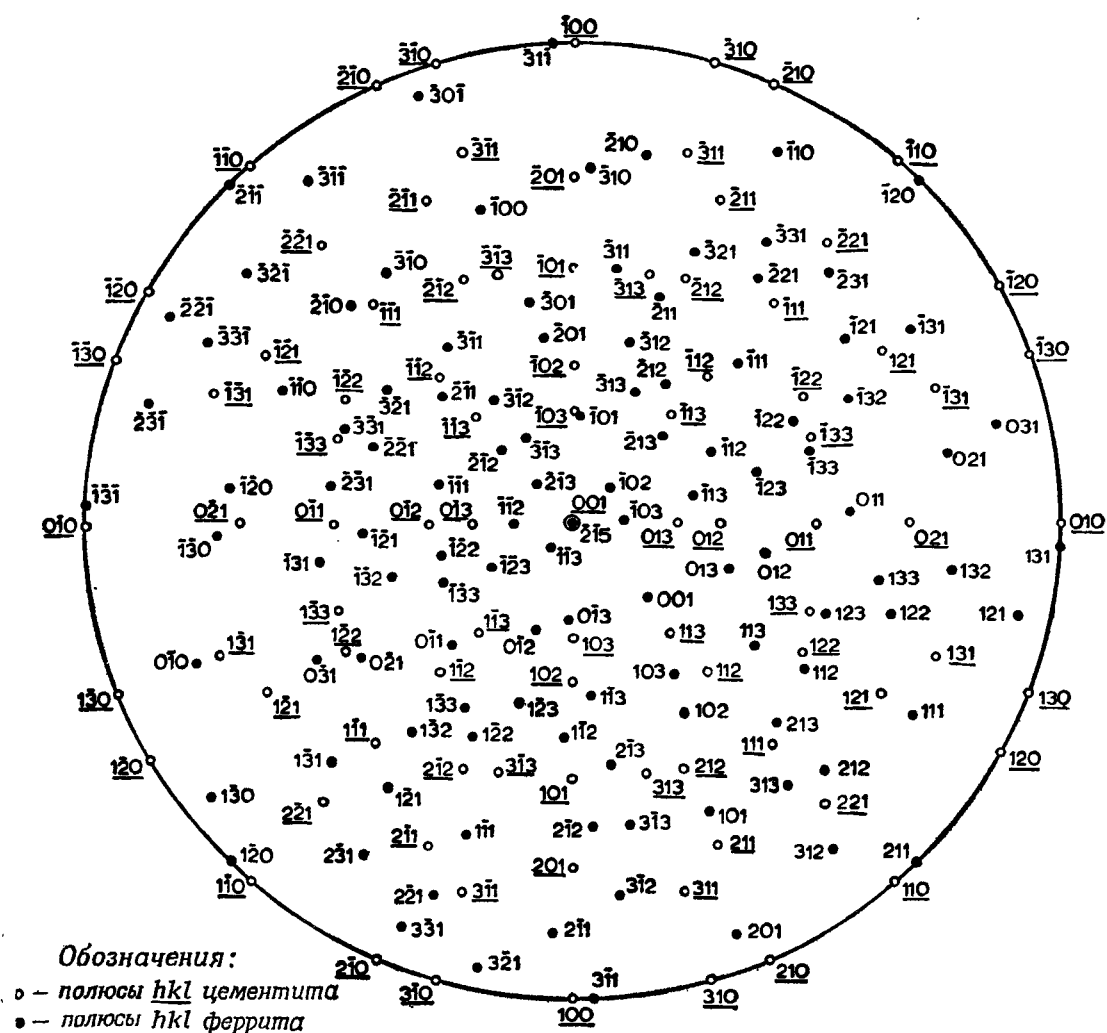
§ 3. МЕЖПЛОСКОСТНЫЕ РАССТОЯНИЯ ЖЕЛЕЗО- МОЛИБДЕНОВОГО КАРБИДА, $M_6C_6 = Fe_2MoC$

Благодаря большим значениям трех параметров орторомбической элементарной ячейки этого карбида [18] имеется большое число межплоскостных расстояний $d \geq 1,00 \text{ \AA}$. Поэтому в табл. 22 приведены только те из них, которые наблюдались с помощью дифракции рентгеновских лучей, хотя в распоряжении авторов имеется более полная таблица. На фиг. 51 показана стереографическая проекция этой фазы на плоскость (100).





Ф и г. 47. Стереографическая проекция цементита, Fe_3C , на плоскость (001).



Ф и г. 49. Стереографическая проекция, представляющая ориентационное соотношение Питча между цементитом и ферритом.

Плоскость (100) цементита параллельна плоскости (311) феррита.

Плоскость (010) цементита параллельна плоскости (131) феррита.

Плоскость (001) цементита параллельна плоскости (215) феррита.

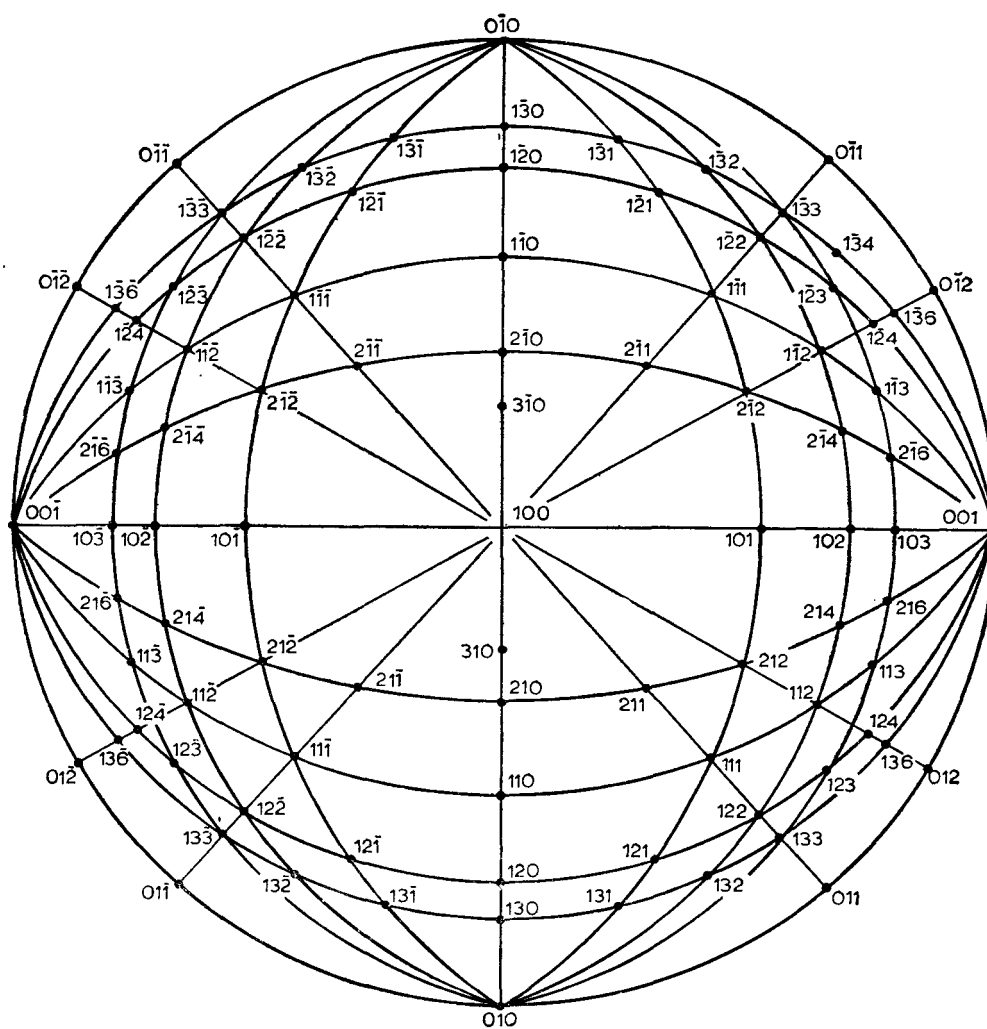
Таблица 21

МЕЖПЛОСКОСТНЫЕ РАССТОЯНИЯ КАРБИДА $M_7C_3 = (Cr, Fe)_7C_3$ (СМ. § 2 ГЛ. 15)

Кристаллическая структура: псевдогексагональная.

Элементарная ячейка: $a_0 = 13,9820 \text{ \AA}$, $c_0 = 4,5065 \text{ \AA}$.

hkl	$d, \text{\AA}$	hkl	$d, \text{\AA}$	hkl	$d, \text{\AA}$	hkl	$d, \text{\AA}$	hkl	$d, \text{\AA}$
00.1	4,5065	0 10.0	1,2109	19.0	1,2693	2 10.0	1,0874	46.0	1,3890
00.2	2,2532	0 10.1	1,1694	19.1	1,2218	2 10.1	1,0571	46.1	1,3274
00.3	1,5022	0 10.2	1,0666	19.2	1,1059	2 10.2	0,9793	46.2	1,1824
00.4	1,1266			19.3	0,9695			46.3	1,0198
		0 11.0	1,1008			2 11.0	0,9987		
01.0	12,1088	0 11.1	1,0694	1 10.0	1,1493	2 11.1	0,9751	47.0	1,2556
01.1	4,2235	0 11.2	0,9891	1 10.1	1,1137			47.1	1,2095
01.2	2,2152			1 10.2	1,0238	33.0	2,3303	47.2	1,0968
01.3	1,4907	0 12.0	1,0091			33.1	2,0700	47.3	0,9634
01.4	1,1218	0 12.1	0,9847	1 11.0	1,0500	33.2	1,6199		
				1 11.1	1,0226	33.3	1,2626	48.0	1,1442
02.0	6,0544	11.0	6,9910	1 11.2	0,9517	33.4	1,0143	48.1	1,1090
02.1	3,6150	11.1	3,7877					48.2	1,0202
02.2	2,1117	11.2	2,1446	1 12.0	0,9664	34.0	1,9907		
02.3	1,4580	11.3	1,4686	22.0	3,4955	34.1	1,8209	49.0	1,0500
02.4	1,1076	11.4	1,1123	22.1	2,7620	34.2	1,4919	49.1	1,0226
				22.2	1,8939	34.3	1,1991	49.2	0,9517
03.0	4,0363	12.0	4,5767	22.3	1,3801	34.4	0,9805		
03.1	3,0066	12.1	3,2111	22.4	1,0723	35.0	1,7298	4 10.0	0,9695
03.2	1,9674	12.2	2,0215			35.1	1,6149	55.0	1,3982
03.3	1,4078	12.3	1,4273	23.0	2,7779	35.2	1,3721	55.1	1,3354
03.4	1,0851	12.4	1,0940	23.1	2,3648	35.3	1,1342	55.2	1,1881
				23.2	1,7500			55.3	1,0235
04.0	3,0272	13.0	3,3584	23.3	1,3214	36.0	1,5256		
04.1	2,5129	13.1	2,6929	23.4	1,0440	36.1	1,4450	56.0	1,2693
04.2	1,8075	13.2	1,8711			36.2	1,2633	56.1	1,2218
04.3	1,3456	13.3	1,3712	24.0	2,2883	36.3	1,0704	56.2	1,1059
04.4	1,0559	13.4	1,0681	24.1	2,0404			56.3	0,9695
				24.2	1,6056	37.0	1,3623		
05.0	2,4218	14.0	2,6423	24.3	1,2558	37.1	1,3041	57.0	1,1598
05.1	2,1324	14.1	2,2794	24.4	1,0108	37.2	1,1658	57.1	1,1232
05.2	1,6496	14.2	1,7145			37.3	1,0091	57.2	1,0312
05.3	1,2765	14.3	1,3059	25.0	1,9390				
05.4	1,0215	14.4	1,0364	25.1	1,7811	38.0	1,2295	58.0	1,0661
				25.2	1,4697	38.1	1,1861	58.1	1,0375
06.0	2,0181	15.0	2,1748	25.3	1,1875	38.2	1,0793	58.2	0,9637
06.1	1,8419	15.1	1,9586	25.4	0,9741	38.3	0,9514		
06.2	1,5033	15.2	1,5648					59.0	0,9854
06.3	1,2050	15.3	1,2360	26.0	1,6792	39.0	1,1195	59.1	0,9627
06.4	0,9837	15.4	1,0004	26.1	1,5735	39.1	1,0864		
				26.2	1,3464	39.2	1,0025	66.0	1,1652
07.0	1,7298	16.0	1,8466	26.3	1,1196			66.1	1,1281
07.1	1,6149	16.1	1,7087			3 10.0	1,0271	66.2	1,0350
07.2	1,3721	16.2	1,4282	27.0	1,4793	3 10.1	1,0014		
07.3	1,1342	16.3	1,1653	27.1	1,4055			67.0	1,0745
		16.4	0,9618	27.2	1,2366	44.0	1,7478	67.1	1,0452
08.0	1,5136			27.3	1,0540	44.1	1,6295	67.2	0,9699
08.1	1,4348	17.0	1,6038			44.2	1,3810		
08.2	1,2564	17.1	1,5110	28.0	1,3212	44.3	1,1392	68.0	0,9953
08.3	1,0662	17.2	1,3066	28.1	1,2678			68.1	0,9719
		17.3	1,0964	28.2	1,1397	45.0	1,5504		
09.0	1,3454			28.3	0,9921	45.1	1,4660	77.0	0,9987
09.1	1,2892	18.0	1,4172			45.2	1,2772	77.1	0,9751
09.2	1,1552	18.1	1,3519	29.0	1,1931	45.3	1,0788		
09.3	1,0022	18.2	1,1997	29.1	1,1534				
		18.3	1,0309	29.2	1,0544				



Ф и г. 51. Стереографическая проекция карбида $M_aC_b = Fe_2MoC$ на плоскость (100).

Таблица 22

МЕЖПЛОСКОСТНЫЕ РАССТОЯНИЯ КАРБИДА $M_dC_b = Fe_2MoC$
(ПО ДАННЫМ РЕНТГЕНОСТРУКТУРНОГО АНАЛИЗА)

Кристаллическая структура: орторомбическая.

Элементарная ячейка: $a_0 = 16,27_6 \text{ \AA}$, $b_0 = 10,03_4 \text{ \AA}$, $c_0 = 11,32_3 \text{ \AA}$.

hkl	$d, \text{\AA}$	hkl	$d, \text{\AA}$	hkl	$d, \text{\AA}$	hkl	$d, \text{\AA}$
002	5,662	342	2,113	343	1,606	952	1,307
020	5,017	043	2,089	254	1,605	428	1,292
012	4,931	234		062	1,604	860	
030	3,345	514	2,064	207	1,587	10 43	1,284
402	3,304	025		840	1,580	727	
420	3,160	125	2,048	227	1,513	861	1,278
322	3,088	315	2,046	805		763	
421	3,044	623	2,017	263	1,503	465	1,277
023	3,016	334	2,007	407		12 03	1,276
231	2,984	050		462	1,492	109	1,254
313	2,960	810	1,994	11 10	1,464	547	
032	2,880	150	1,992	10 30		080	1,245
004	2,831	632	1,975	554	1,463	119	
223	2,828	802	1,915	164	1,434	257	1,244
403	2,767	006	1,887	517		374	
204	2,687	820	1,885	237	1,433	618	1,240
114		633	1,840	070		13 01	
610	2,619	244	1,829	108	1,410	280	1,239
214	2,584	641	1,818	753	1,409	573	
430		534	1,800	455		628	1,217
140	2,479	450		11 22	1,377	129	
503	2,465	822	1,789	617	1,376	319	1,207
024		910	1,780	371		229	
241	2,345	830	1,738	028	1,362	10 53	1,199
531	2,286	605		745		480	
701	2,278	145	1,672	471	1,343	275	1,198
340	2,277	060		736	1,342	482	
622	2,200	643	1,655	12 11	1,335	13 30	1,173
115	2,190	061	1,654	951	1,334	927	1,172
613	2,152	036	1,644	826		067	1,163
				12 12	1,308	383	

§ 4. МЕЖПЛОСКОСТНЫЕ РАССТОЯНИЯ КУБИЧЕСКИХ
КАРБИДОВ, $M_{23}C_6$ и M_6C

В табл. 23 и 24 приведены межплоскостные расстояния вплоть до $d = 1,00 \text{ \AA}$ для двух карбидов $M_{23}C_6$ и M_6C с гранецентрированной кубической решеткой. Чтобы уменьшить до минимума размер таблицы, запрещенные из-за структурного фактора рефлексy опущены. Если появляется

Таблица 23

МЕЖПЛОСКОСТНЫЕ РАССТОЯНИЯ КАРБИДА $M_{23}C_6$
 Кристаллическая структура: гранецентрированная кубическая.
 Элементарная ячейка: $a_0 = 10,6214 \text{ \AA}$.

hkl	$d, \text{ \AA}$	hkl	$d, \text{ \AA}$	hkl	$d, \text{ \AA}$	hkl	$d, \text{ \AA}$
111	6,132	006	1,770	337	1,298	139	1,113
002	5,311	244		028	1,288	448	1,084
022	3,755	026	1,679	446		557	1,068
113	3,203	335	1,620	228	1,252	177	
222	3,066	226	1,601	066		339	1,062
004	2,655	444	1,533	157	1,227	00,10	
133	2,437	117	1,487	555		068	1,042
024	2,375	155		266	1,218	02,10	
224	2,168	046	1,473	048	1,188	268	1,023
333	2,044	246	1,419	119	1,166	159	
115		137	1,383	357		377	1,022
044	1,878	355		248	1,159	22,10	
135	1,795	008	1,328	466	1,132	666	

Таблица 24

МЕЖПЛОСКОСТНЫЕ РАССТОЯНИЯ КАРБИДА M_6C
 Кристаллическая структура: гранецентрированная кубическая
 (решетка типа алмаза).
 Элементарная ячейка: $a_0 = 11,0823 \text{ \AA}$.

hkl	$d, \text{ \AA}$	hkl	$d, \text{ \AA}$	hkl	$d, \text{ \AA}$	hkl	$d, \text{ \AA}$
111	6,398	006	1,847	028	1,344	557	1,114
002	5,541	244		446		177	
022	3,918	026	1,752	228	1,306	339	1,108
113	3,341	335	1,690	066		00,10	
222	3,199	226	1,671	157	1,280	068	1,087
004	2,771	444	1,600	555		02,10	
133	2,542	117	1,552	266	1,271	268	1,071
024	2,478	155		048	1,239	159	
224	2,262	046	1,537	119	1,217	377	1,066
333	2,133	246	1,481	357		22,10	
115		137	1,443	248	1,209	666	1,034
044	1,959	355		466	1,181	359	
135	1,873	008	1,385	139	1,161	04,10	1,029
		337	1,354	448	1,131	468	
						24,10	1,012

необходимость в этих последних для определения упорядоченной модификации какого-нибудь из карбидов, то соответствующие межплоскостные расстояния можно быстро определить с помощью логарифмической линейки. Как можно видеть из табл. 23 и 24, параметры этих двух карбидов очень мало отличаются друг от друга, и, поскольку они могут встречаться вместе, их легко перепутать, если не соблюдать осторожность. Имется возможность различить точечные электронограммы от этих карбидов, поскольку они имеют пространственные группы $Fm\bar{3}m$ и $Fd\bar{3}m$ соответственно. Фиг. 32 показывает, что при определенных ориентировках двойное отражение не будет вызывать появления рефлексов карбида M_6C , для которых $\Sigma h^2 = 4n$, и, следовательно, две электронограммы в этом случае отличаются друг от друга, и их можно различить.

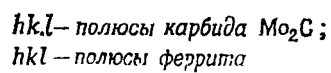
§ 5. МЕЖПЛОСКОСТНЫЕ РАССТОЯНИЯ КАРБИДА МОЛИБДЕНА, Mo_2C

В табл. 25 приведены значения межплоскостных расстояний (вплоть до $d = 0,70 \text{ \AA}$) карбида Mo_2C , имеющего плотно упакованную гексагональную решетку ($c_0/a_0 = 1,573$).

Таблица 25

МЕЖПЛОСКОСТНЫЕ РАССТОЯНИЯ КАРБИДА Mo_2C							
Кристаллическая структура: гексагональная плотно упакованная.							
Элементарная ячейка: $a_0 = 3,0020 \text{ \AA}$, $c_0 = 4,7240 \text{ \AA}$.							
hkl	$d, \text{ \AA}$	hkl	$d, \text{ \AA}$	hkl	$d, \text{ \AA}$	hkl	$d, \text{ \AA}$
00.1	4,724	11.2	1,267	11.4	0,928	02.5	0,764
01.0	2,600	02.1	1,253	12.2	0,907	03.3	0,759
00.2	2,362	00.4	1,181	01.5	0,888	12.4	0,755
01.1	2,278	02.2	1,139	02.4	0,874	01.6	0,754
01.2	1,748	11.3	1,087	03.0	0,867	22.0	0,751
00.3	1,575	01.4	1,075	03.1	0,852	22.1	0,741
11.0	1,501	02.3	1,003	12.3	0,834	13.0	0,721
11.1	1,431	12.0	0,983	03.2	0,814	22.2	0,715
01.3	1,347	12.1	0,962	11.5	0,800	13.1	0,713
02.0	1,300	00.5	0,945	00.6	0,787		

На фиг. 52 представлено постулированное Питчем и Шрадер [55] ориентационное соотношение для гексагонального плотно упакованного ϵ -карбида и объемноцентрированного кубического феррита. То же самое соотношение сохраняется и между карбидом Mo_2C (гексагональным) и ферритом [56].



Плоскость (21.0) Mo_2C параллельна плоскости (100) феррита.
Плоскость (01.0) Mo_2C параллельна плоскости (011) феррита.
Плоскость (00.1) Mo_2C параллельна плоскости (011) феррита.

§ 6. МЕЖПЛОСКОСТНЫЕ РАССТОЯНИЯ КАРБИДА НИОБИЯ, NbC

Карбид ниобия относится к семейству соединений, имеющих гранецентрированную кубическую структуру типа B_1 , и как таковой представляет эту группу соединений. Поскольку значения параметров решетки соединений этой группы находятся в узком интервале от $a_0 \approx 4,10 \text{ \AA}$ до $a_0 \approx 4,60 \text{ \AA}$, то, когда два таких соединения одновременно присутствуют в одном и том же образце, различить их очень трудно. На электронограммах от монокристаллов нельзя обнаружить ряды с густо расположенными рефлексами, так как наибольшее наблюдаемое межплоскостное расстояние в NbC для плоскостей $\{111\}$ равно $2,581 \text{ \AA}$ (табл. 26). Однако, если известна природа дифрагирующей среды, индифицирование проводится очень просто.

Таблица 26

МЕЖПЛОСКОСТНЫЕ РАССТОЯНИЯ КАРБИДА НИОБИЯ, NbC

Кристаллическая структура: гранецентрированная кубическая.
Элементарная ячейка: $a_0 = 4,470 \text{ \AA}$.

hkl	$d, \text{ \AA}$	hkl	$d, \text{ \AA}$	hkl	$d, \text{ \AA}$	hkl	$d, \text{ \AA}$
111	2,581	333	0,860	444	0,645	337	0,546
002	2,235	115		117	0,626	028	0,542
022	1,580	044	0,790	155		446	
113	1,348	135	0,756	046	0,620	228	0,527
222	1,290	006	0,745	246	0,597	066	
004	1,118	244		137	0,582	157	0,516
133	1,026	026	0,707	355		555	
024	1,000	335	0,682	008	0,559	266	0,513
224	0,912	226	0,674				

16. Металлы

§ 1. МЕЖПЛОСКОСТНЫЕ РАССТОЯНИЯ АЛЮМИНИЯ, МЕДИ И γ -ЖЕЛЕЗА

Алюминий, медь и γ -железо имеют гранецентрированную кубическую структуру типа A_1 . Различие параметров решетки для них является весьма показательным для того интервала значений, в котором существует эта структура. Каждый металл рассматривается нами (табл. 27—29) благодаря его широкому использованию в черной и цветной металлургии, а также как эталона.

Таблица 27

МЕЖПЛОСКОСТНЫЕ РАССТОЯНИЯ АЛЮМИНИЯ

Кристаллическая структура: гранецентрированная кубическая.
Элементарная ячейка: $a_0 = 4,0498 \text{ \AA}$.

hkl	$d, \text{ \AA}$	hkl	$d, \text{ \AA}$	hkl	$d, \text{ \AA}$	hkl	$d, \text{ \AA}$
111	2,338	133	0,929	135	0,685	155	0,567
002	2,025	024	0,906	006	0,675	117	
022	1,432	224	0,827	244		046	0,562
113	1,221	333	0,779	026	0,640	246	0,544
222	1,169	115		335	0,618	137	0,527
004	1,012	044	0,716	226	0,611	355	
				444	0,585	008	0,506

Таблица 28

МЕЖПЛОСКОСТНЫЕ РАССТОЯНИЯ МЕДИ

Кристаллическая структура: гранецентрированная кубическая.
Элементарная ячейка: $a_0 = 3,6150 \text{ \AA}$.

hkl	$d, \text{ \AA}$	hkl	$d, \text{ \AA}$	hkl	$d, \text{ \AA}$	hkl	$d, \text{ \AA}$
111	2,087	133	0,829	044	0,639	335	0,551
002	1,808	024	0,808	135	0,610	226	0,545
022	1,278	224	0,738	006	0,603	444	0,522
113	1,090	333	0,696	244		155	0,506
222	1,044	115		026	0,572	117	
004	0,904						

Таблица 29

МЕЖПЛОСКОСТНЫЕ РАССТОЯНИЯ γ -ЖЕЛЕЗА

Кристаллическая структура: грациентрированная кубическая.

Элементарная ячейка: $a_0 = 3,5852 \text{ \AA}$.

hkl	$d, \text{ \AA}$	hkl	$d, \text{ \AA}$	hkl	$d, \text{ \AA}$	hkl	$d, \text{ \AA}$
111	2,070	133	0,823	044	0,634	335	0,547
002	1,793	024	0,802	135	0,606	226	0,541
022	1,268	224	0,732	006	0,598	444	0,518
113	1,081	333	0,690	244		117	0,502
222	1,035	115		026	0,567	155	
004	0,896						

§ 2. МЕЖПЛОСКОСТНЫЕ РАССТОЯНИЯ α -ЖЕЛЕЗА

Феррит (табл. 30) относится к группе металлов с объемноцентрированной кубической структурой типа A_2 . Эта фаза является наиболее общей для низколегированных сталей. При исследовании тонких фольг подобных сталей феррит является полезным «внутренним» эталоном для электронограммы от выделяющейся фазы.

Таблица 30

МЕЖПЛОСКОСТНЫЕ РАССТОЯНИЯ α -ЖЕЛЕЗА

Кристаллическая структура: объемноцентрированная кубическая.

Элементарная ячейка: $a_0 = 2,8664 \text{ \AA}$.

hkl	$d, \text{ \AA}$	hkl	$d, \text{ \AA}$	hkl	$d, \text{ \AA}$	hkl	$d, \text{ \AA}$
011	2,027	013	0,906	114	0,676	233	0,611
002	1,433	222	0,828	033		224	0,585
112	1,170	123	0,766	024	0,641	015	0,562
022	1,013	004	0,717			134	

§ 3. МЕЖПЛОСКОСТНЫЕ РАССТОЯНИЯ α -ТИТАНА

α -титан (табл. 31) имеет плотно упакованную гексагональную структуру типа A_3 . Несмотря на то, что эта структура отличается от структуры Mo_2C типа L_3 , стереографические проекции на фиг. 25 и 26 могут служить приблизительными стереографическими проекциями для обеих фаз.

Таблица 31

МЕЖПЛОСКОСТНЫЕ РАССТОЯНИЯ α -ТИТАНА

Кристаллическая структура: гексагональная плотно упакованная.

Элементарная ячейка: $a_0 = 2,9504 \text{ \AA}$, $c_0 = 4,6833 \text{ \AA}$, $c/a = 1,5873$.

$hk.l$	$d, \text{ \AA}$	$hk.l$	$d, \text{ \AA}$	$hk.l$	$d, \text{ \AA}$	$hk.l$	$d, \text{ \AA}$
00.1	4,683	11.3	1,072	11.5	0,791	12.5	0,672
01.0	2,555	01.4	1,064	00.6	0,781	00.7	0,669
00.2	2,342	02.3	0,989	02.5	0,755	22.3	0,667
01.1	2,243	12.0	0,966	03.3	0,748	02.6	0,666
01.2	1,726	12.1	0,946	01.6	0,747	01.7	0,647
00.3	1,561	00.5	0,937	12.4	0,745	13.3	0,645
11.0	1,475	11.4	0,917	22.0	0,738	04.0	0,639
11.1	1,407	12.2	0,893	22.1	0,729	04.1	0,633
01.3	1,332	01.5	0,879	13.0	0,709	03.5	0,630
02.0	1,278	02.4	0,862	22.2	0,704	22.4	0,624
11.2	1,248	03.0	0,852	13.1	0,701	04.2	0,616
02.1	1,233	03.1	0,838	11.6	0,690	11.7	0,609
00.4	1,171	12.3	0,821	03.4	0,689	12.6	0,607
02.2	1,122	03.2	0,800	13.2	0,678	13.4	0,606

17. Интерметаллиды

§ 1. МЕЖПЛОСКОСТНЫЕ РАССТОЯНИЯ Ni_3Ti

Соединение Ni_3Ti обнаружено в некоторых сплавах на никелевой основе и в аустенитных нержавеющей сталях. Оно является представителем группы соединений с гексагональной структурой типа DO_{24} (табл. 32). Поскольку отношение осей $c/a \approx 1,63$, построения специальной стереографической проекции не требуется.

Таблица 32

МЕЖПЛОСКОСТНЫЕ РАССТОЯНИЯ СОЕДИНЕНИЯ Ni_3Ti

Кристаллическая структура: гексагональная плотно упакованная.
Элементарная ячейка: $a_0 = 5,101_0 \text{ \AA}$, $c_0 = 8,306_7 \text{ \AA}$.

$hk.l$	$d, \text{ \AA}$	$hk.l$	$d, \text{ \AA}$	$hk.l$	$d, \text{ \AA}$	$hk.l$	$d, \text{ \AA}$
00.1	8,307	02.3	1,727	12.4	1,301	04.0	1,104
01.0	4,418	12.0	1,670	03.3	1,300	03.5	1,102
00.2	4,153	00.5	1,661	22.0	1,275	04.1	1,095
01.1	3,900	12.1	1,637	22.1	1,261	22.4	1,087
01.2	3,026	11.4	1,610	13.0	1,225	11.7	1,076
00.3	2,769	01.5	1,555	22.2	1,219	04.2	1,067
11.0	2,551	12.2	1,549	11.6	1,217	12.6	1,066
11.1	2,438	02.4	1,513	13.1	1,212	13.4	1,055
01.3	2,346	03.0	1,473	03.4	1,201	02.7	1,045
02.0	2,209	03.1	1,450	00.7	1,187	00.8	1,038
11.2	2,173	12.3	1,430	12.5	1,178	04.3	1,026
02.1	2,135	11.5	1,392	13.2	1,175	23.0	1,014
00.4	2,077	03.2	1,388	02.6	1,173	22.5	1,012
02.2	1,950	00.6	1,385	22.3	1,158	01.8	1,011
01.4	1,879	02.5	1,323	01.7	1,146	03.6	1,009
11.3	1,876	01.6	1,321	13.3	1,120	23.1	1,006

§ 2. СИГМА-ФАЗЫ; МЕЖПЛОСКОСТНЫЕ РАССТОЯНИЯ σ-ФАЗЫ Fe — Mo

Хорошо известно, что σ-фазы существуют во многих системах сплавов и образуют обширные твердые растворы. Эта фаза имеет тетрагональную структуру типа D8₈. Подобную структуру имеет β-U. Ниже приведена заимствованная из работы Тэйлора и Кейгла [39] табл. 33, показывающая изменение параметров решетки этой фазы в различных системах сплавов.

Таблица 33

	a	c	Отношение осей c/a
σ-Fe—Cr	8,7995	4,5442	0,5164
σ-Fe—Mo	9,188	4,812	0,524
σ-Mo—Re	9,58	4,96	0,52
σ-Pt—Ta	9,95	5,16	0,52
β-U	10,759	5,656	0,526

На фиг. 53 представлена стереографическая проекция для этой фазы, где за основу приняты значения параметров решетки, отвечающие σ-фазе в системе Fe — Mo.

Количество значений межплоскостных расстояний, приведенное в табл. 34, должно быть достаточным для правильной интерпретации σ-фазы Fe — Mo и других подобных фаз.

Таблица 34

МЕЖПЛОСКОСТНЫЕ РАССТОЯНИЯ σ-ФАЗЫ в СИСТЕМЕ Fe — Mo

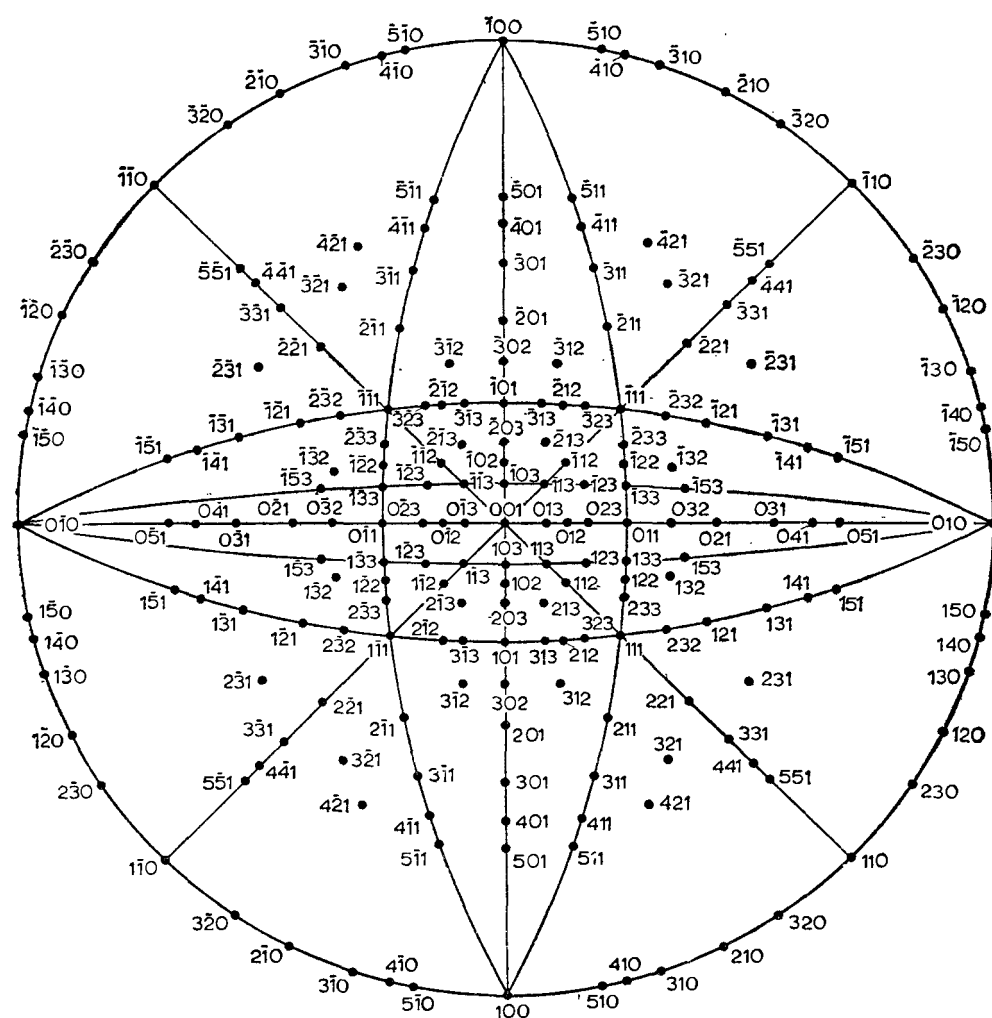
Кристаллическая структура: тетрагональная.

Элементарная ячейка: $a_0 = 9,188_0 \text{ \AA}$, $c_0 = 4,812_0 \text{ \AA}$.

hkl	d, Å	hkl	d, Å	hkl	d, Å	hkl	d, Å
001	4,812	020	4,594	040	2,297	060	1,531
002	2,406	021	3,323	041	2,073	061	1,459
003	1,604	022	2,131	042	1,661	062	1,292
004	0,203	023	1,514	043	1,315	063	1,108
		024	1,164	044	1,066		
010	9,188					070	1,313
011	4,263	030	3,063	050	1,838	071	1,266
012	2,328	031	2,584	051	1,717	072	1,152
013	1,580	032	1,892	052	1,460	073	1,016
014	1,193	033	1,421	053	1,208		
		034	1,120	054	1,007	080	1,149
						081	1,117
						082	1,037

Продолжение табл. 34

hkl	$d, \text{\AA}$	hkl	$d, \text{\AA}$	hkl	$d, \text{\AA}$	hkl	$d, \text{\AA}$
090	1,021	170	1,299	270	1,262	440	1,624
		171	1,254	271	1,221	441	1,539
110	6,497	172	1,143	272	1,118	442	1,346
111	3,867	173	1,010			443	1,141
112	2,256			280	1,114		
113	1,557	180	1,140	281	1,086	450	1,435
114	1,183	181	1,109	282	1,011	451	1,375
		182	1,030			452	1,232
120	4,109			330	2,166	453	1,069
121	3,125	190	1,015	331	1,975		
122	2,076			332	1,610	460	1,274
123	1,494	220	3,248	333	1,289	461	1,232
124	1,155	221	2,692	334	1,052	462	1,126
		222	1,933				
130	2,906	223	1,438	340	1,838	470	1,140
131	2,487	224	1,128	341	1,717	471	1,109
132	1,853			342	1,460	472	1,030
133	1,404	230	2,548	343	1,208		
134	1,112	231	2,252	344	1,007	480	1,027
		232	1,749			481	1,005
140	2,228	233	1,358	350	1,576		
141	2,022	234	1,088	351	1,498	550	1,299
142	1,635			352	1,318	551	1,254
143	1,302	240	2,055	353	1,124	552	1,143
144	1,059	241	1,890			553	1,010
		242	1,562				
150	1,802	243	1,264	360	1,370		
151	1,688	244	1,038	361	1,317	560	1,176
152	1,442			362	1,190	561	1,143
153	1,198	250	1,706	363	1,042	562	1,057
154	1,001	251	1,608				
		252	1,392	370	1,206	570	1,068
160	1,511	253	1,169	371	1,170	571	1,043
161	1,441			372	1,079		
162	1,279	260	1,453			660	1,083
163	1,100	261	1,391	380	1,075	661	1,056
		262	1,244	381	1,050		
		263	1,077				



Ф и г. 53. Стереографическая проекция для тетрагональной σ -фазы в системе Fe—Mo на плоскость (001) с отношением осей $c/a \approx 0,524$.

§ 3. МЕЖПЛОСКОСТНЫЕ РАССТОЯНИЯ χ -ФАЗ

Подобные кубические фазы встречаются в определенных легированных сталях и других сложных системах (табл. 35). Межплоскостные расстояния приведены в табл. 36 для χ -фазы Re—Ta, значение параметра решетки которой, так же как и значения параметров других фаз этой группы соединений со структурой типа A_{12} (структурой типа α -Mn), взяты из работы Тэйлора и Кейгла [39].

Таблица 35

Система или формула	Параметр решетки, Å
$\text{Cr}_6\text{Fe}_{18}\text{Mo}_5$	8,920
Re_3W (~ 60 ат. % Re)	9,588
χ -Nb—Re (~ 63 ат. % Re)	9,670
χ -Re—Ta (~ 30 ат. % Ta)	9,711
χ -Re—Hf (~ 17 ат. % Hf)	9,713

Таблица 36

МЕЖПЛОСКОСТНЫЕ РАССТОЯНИЯ χ -ФАЗЫ Re—Ta

Кристаллическая структура: объемноцентрированная кубическая.
Элементарная ячейка: $a_0 = 9,711$ Å.

hkl	d , Å	hkl	d , Å	hkl	d , Å	hkl	d , Å
011	6,867	035	1,665	127	1,322	057	1,129
002	4,856	334		336		138	
112	3,965	006	1,619	255	1,298	347	1,114
022	3,433	244		246		266	
013	3,071	116	1,575	037	1,275	257	1,100
222	2,803	235		237	1,233	048	1,086
123	2,595	026	1,535	156		019	1,072
004	2,428	145		008	1,214	338	
033	2,289	226	1,464	118		248	1,060
114		136		147	1,195	129	
024	2,171	444	1,402	455		167	1,047
233	2,070	017		028	1,178	556	
224	1,982	055	1,373	446		039	1,024
015	1,905	345		356	1,161	158	
134		046	1,347	066		457	1,002
125	1,773			228	1,145	239	
044	1,717					367	

Приложение

Простой стол для работы со стереографическими проекциями

В § 4 гл. 3, § 1 гл. 4 и в других местах упоминалось об использовании стереографических проекций. Ориентировки, получаемые на электронограммах, могут быть весьма произвольными, и их необходимо привести к стандартной проекции, особенно в том случае, если определяются ориентационные соотношения. Поэтому полезно владеть некоторыми способами нанесения проекций и выполнения поворота от стандартных к экспериментально определяемым ориентировкам и обратно. Оправдывает себя применение кальки, которое дает ряд преимуществ при проведении различных операций на освещенном экране для визуального наблюдения. Следующий шаг состоит в совместном использовании прозрачных стандартных (ключевых) проекций и нанесенных на кальку экспериментально полученных проекций.

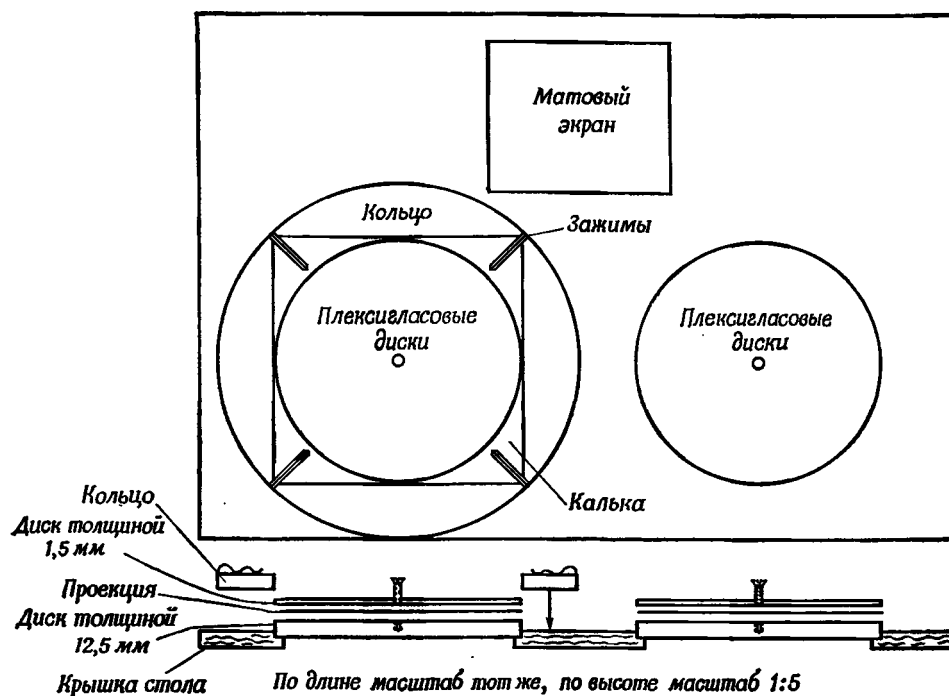
Работе с проекциями может помочь специально сконструированный для этих целей стол. Существуют различные мнения по поводу того, какая конструкция является наиболее удобной. Описываемый ниже стол для работы со стереографическими проекциями был изготовлен авторами [16] из материалов, которые имелись в их лаборатории. Более сложные конструкции, включающие различные приспособления, типичные для чертежных столов, были отвергнуты после того, как было установлено, что показанная на фиг. 54 конструкция (она изображена также на фото 5) может удовлетворить трем основным требованиям, которые состоят в следующем:

- а) обеспечить возможность помещения кальки над двумя различными проекциями, хотя при желании их число может быть увеличено;
- б) обеспечить перенос кальки с помощью имеющегося приспособления с одной проекции на другую с точным взаимным наложением;
- в) обеспечить возможность вращения кальки в обоих положениях.

Основными деталями конструкции являются следующие. В листе покрытой пластиком фанеры размером 100×70 см и толщиной 1,25 см были вырезаны два отверстия диаметром ~ 32 см. С одной стороны листа диаметр этих отверстий был увеличен до 33 см на глубину $\sim 0,6$ см. В каждое из этих кольцеобразных углублений приклеивался прозрачный диск из плексигласа толщиной 12,5 мм и диаметром 33 см. С помощью

завернутого не до упора и проходящего через общий центр винта к каждому толстому диску прикреплялся другой диск из того же материала и того же диаметра, но толщиной $\sim 1,5$ мм.

Масштаб 1:10



Ф и г. 54. Схема (план и боковое сечение) стола для работы со стереографическими проекциями.

Между одной парой дисков помещалась прозрачная стереографическая сетка Вульфа диаметром 30 см, а между другой парой дисков — стандартная проекция исследуемого кристалла. В центре головки каждого винта было сделано небольшое углубление, точно определяющее положение центра круга, что необходимо для вычерчивания окружностей на кальке. Кольцо (с внутренним диаметром 33 см и внешним — 48 см), также сделанное из плексигласа, было изготовлено таким образом, что, будучи помещенным над каждым набором дисков, позволяло последним

совершать вращательное движение на 360° , но препятствовало их боковому смещению. Между кольцом и пластиковым покрытием стола, на которое оно накладывается, трение очень мало. Толщина кольца определялась толщиной набора дисков и стереограммы, выступающих над поверхностью стола, поскольку необходимо, чтобы лист кальки, накладываемый на диски, и кольцо находились по высоте точно на одном уровне. Калька прикреплялась к кольцу с помощью четырех пружинных зажимов. В прямоугольное отверстие, сделанное в столе, помещался небольшой матовый экран. Этот экран был удобен для визуального рассматривания негативов и освещался, так же как и диски, снизу должным образом расположенным источником света.

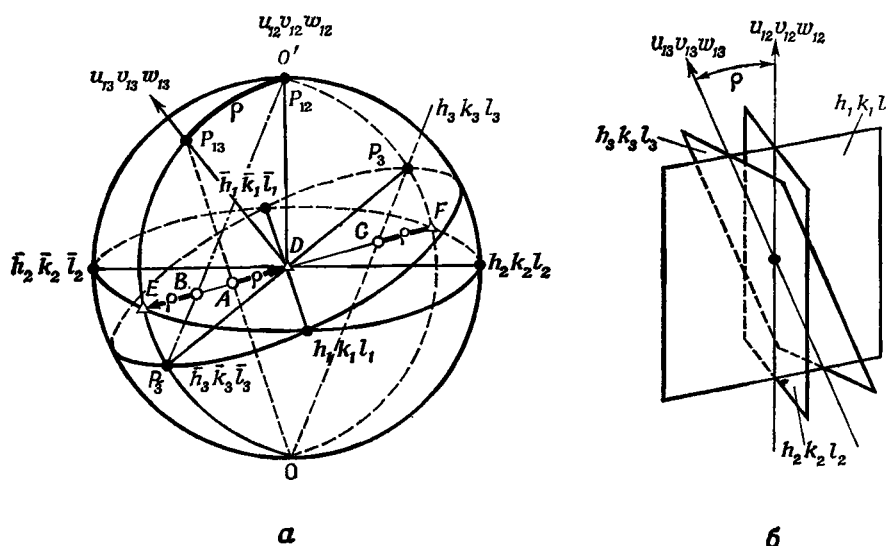
Все рефлексы, принадлежащие зоне, ось которой параллельна падающему пучку электронов, переносятся с электронограммы в соответствующие положения на большом круге в плоскости листа кальки. Эти положения определяются путем отсчета от произвольно выбранной нулевой линии, общей для фотопластинки и листа кальки (обычно в качестве такой линии выбирается горизонталь, проходящая через центр проекции), при использовании масштаба углов, который дает сетка Вульфа; таким образом на кальку наносится соответствующий угол между двумя отражающими плоскостями. Например, отражающие плоскости $(1\bar{1}0)$ и $(11\bar{2})$ зоны $[111]$ кубического кристалла образуют между собой прямой угол. Эти положения можно зафиксировать на сетке. Однако предварительно полюс $(1\bar{1}0)$ можно нанести на проекцию в какое-то положение, составляющее некоторый угол, скажем 40° , с нулевой линией; точка пересечения этой нулевой линии с большим кругом обычно не имеет никакого значения.

Кольцо (вместе с листом кальки) помещается поверх выбранной стандартной проекции. Если исследуемый кристалл имеет ту же ориентировку по отношению к электронному пучку, что и стандартная проекция, то тогда другие полюсы можно сразу же найти путем вращения кольца до тех пор, пока уже нанесенные на кальку полюсы не совпадут с соответствующими полюсами на стандартной проекции, и затем прямо перенести все остальные полюсы с проекции на кальку.

Чаще случается, что стереограмма с требуемой ориентировкой отсутствует. Тогда необходимо получить нужную проекцию путем выбора ближайшей к ней стандартной проекции и вращения последней до тех пор, пока не будет достигнута требуемая ориентировка. Физический смысл этой операции виден из рассмотрения фиг. 55.

Обращаясь к фиг. 55, предположим, что в нашем распоряжении имеется проекция, ось которой $[u_1v_1w_1]$ параллельна падающему пучку. Плоскости $(h_1k_1l_1)$ и $(h_2k_2l_2)$, принадлежащие этой зоне, дают полюсы

на стереограмме в положениях $h_1k_1l_1$, $\bar{h}_1\bar{k}_1\bar{l}_1$, $h_2k_2l_2$ и $\bar{h}_2\bar{k}_2\bar{l}_2$, т. е. на показанном на схеме экваториальном большом круге. Если, однако, осью зоны электронограммы является направление $[u_{13}v_{13}w_{13}]$, то для получения стереографической проекции такой ориентировки направление $[u_{13}v_{13}w_{13}]$ необходимо перевести путем вращения в направление



Ф и г. 55. Поворот стереографической проекции и соответствующий эффект в пространстве кристаллической решетки.

а — стереографическая проекция; б — пространство кристаллической решетки.

$[u_{12}v_{12}w_{12}]$. Большой круг, перпендикулярный направлению $[u_{13}v_{13}w_{13}]$, определяется полюсами $(h_1k_1l_1)$, $(\bar{h}_1\bar{k}_1\bar{l}_1)$, $(h_3k_3l_3)$ и $(\bar{h}_3\bar{k}_3\bar{l}_3)$ и при таком вращении переходит в экваториальный большой круг. В этом примере плоскость $(h_1k_1l_1)$ является общей для обеих зон, так что простейший путь получения новой проекции состоит в повороте старой на угол ρ относительно линии, соединяющей полюсы $(h_1k_1l_1)$ и $(\bar{h}_1\bar{k}_1\bar{l}_1)$.

Стереографическая проекция получается путем проведения линий между полюсами, такими, как P_{13} или P_3 (которые находятся в точках пересечения сферы отражения с нормальными к отражающим плоскостям), и точкой O или O' (в зависимости от того, расположены эти полюсы ниже или выше экваториальной плоскости) и затем фиксации точек пересечения этих линий с экваториальной плоскостью. Таким образом, плоскости

$(h_3k_3l_3)$, $(\bar{h}_3\bar{k}_3\bar{l}_3)$ и плоскость $(h_{13}k_{13}l_{13})$ (перпендикулярная направлению $[u_{13}v_{13}w_{13}]$ в кубических и некоторых других кристаллических системах) будут давать полюсы на экваториальной плоскости, перпендикулярной направлению $[u_{12}v_{12}w_{12}]$ в точках C , B и A соответственно. При повороте на угол ρ эти полюсы переместятся в точки F , E и D соответственно, и подобным же образом изменится положение любых других точек.

Преимущество использования вращающегося кольца заключается в том, что оно позволяет легко определить минимальную требуемую величину вращения и произвести этот поворот. Таким образом, можно быстро получить стереографическую проекцию на любую плоскость любой известной кристаллической структуры.

При определении ориентационного соотношения можно использовать одну и ту же стандартную стереографическую проекцию для исходной и конечной фаз, если эти фазы имеют одинаковую кристаллическую структуру; в противном случае стандартная проекция должна быть заменена, и тогда для перехода к проекции исходной фазы необходимо повторить описанную выше операцию.

Если объем работы оправдывает это, можно установить третью пару плексигласовых дисков для второй проекции, облегчая таким образом проведение последней операции. Можно также добавить и четвертую пару дисков, поместив в нее полярную сетку.

Чтобы свести к минимуму число отверстий, в которые помещаются плексигласовые диски, последние можно закрепить в кольцеобразных углублениях с помощью крепежных шпилек. При таком способе закрепления одно отверстие можно использовать для проекций, а другое — для полярной и экваториальной сеток. Тогда минимальное число используемых отверстий равно двум.

ЛИТЕРАТУРА ¹⁾

1. Пинскер З. Г., Дифракция электронов, М.—Л., 1949.
2. Barrett C. S., Structure of Metals, Metallurgy and Metallurgical Engineering Series, London, 2nd edition, 1953. (Имеется перевод 1-го изд.: Ч. Барретт, Структура металлов, М., 1948.)
3. Taylor A., X-ray Metallography, New York, 1961. (Имеется перевод: А. Тэйлор, Рентгеновская металлография, М., 1965.)
4. Phillips F. C., An Introduction to Crystallography, London, 3rd ed., 1963.
5. International Tables for X-ray Crystallography, Birmingham, Vol. I, 1952; Vol. II, 1959; Vol. III, 1962.
6. Keown S. R., Pickering F. B., Iron and Steel, London, 38, 600 (1965).
7. Agar A. W., Brit. Journ. Appl. Phys., 11, 185 (1960).
8. Phillips R., Brit. Journ. Appl. Phys., 11, 504 (1960).
9. Armitage W. K., MacConaill A., Journ. Sci. Instr., 41, 401 (1964).
10. Anderson R. H., Halliday J. S., Techniques for Electron Microscopy, ed. D. Kay, 2nd ed., 1965.
11. Richards G. K., Williamson G. K., Journ. Sci. Instr., 41, 174 (1964).
12. Howie A., Proc. Roy. Soc., 271A, 268 (1963).
13. Sturkey L., Frevel L. K., Phys. Rev., 68, 56 (1945).
14. Bendler H. M., Proceedings of Fifth International Congress for Electron Microscopy, Philadelphia, 1962.
15. Index to the Powder Diffraction File (American Society for Testing and Materials, Philadelphia, U.S.A.).
16. Dyson D. J., Zs. Kristallogr., 122, 307 (1965).
17. Azaroff L. V., Buerger M. J., The Powder Method in X-ray Crystallography, New York, 1958.
18. Henry M. F. N., Lipson H., Wooster W. A., The Interpretation of X-ray Diffraction Photographs, London, 1951.
19. Ito T., Nature, 164, 755 (1949).
20. Beattie H. J., Symposium on the Advances in Electron Metallography and Electron Probe Microanalysis, A.S.T.M. Special Technical Publication, № 317, 1962, p. 175.
21. Dyson D. J., Andrews K. W., Journ. I.S.I., 202, 325 (1964).
22. Geisler A. H., Hill J. K., Acta Cryst., 1, 238 (1948).
23. Cochrane W., Proc. Phys. Soc., 48, 723 (1936).
24. Tekin E., Ph. D. Thesis, University of Leeds, 1964.
25. Honjo G., Koderu S., Kitamura N., Journ. Phys. Soc. Jap., 19, 351 (1964).
26. Fujime S., Watanabe D., Ogawa S., Journ. Phys. Soc. Jap., 19, 711 (1964).
27. Johnson W., Andrews K. W., Brit. Journ. Appl. Phys., 6, 92 (1955).
28. Kelly P. M., Trans. A.I.M.E., 233, 264 (1965).
29. Meieran E. S., Richman H. M., Trans. A.I.M.E., 227, 1044 (1963).

¹⁾ Литература, отмеченная звездочкой, добавлена переводчиком.—Прим. ред.

30. Johari O., Thomas G., Trans. A.I.M.E., 230, 597 (1964).
31. Marcinkowski M. J., Zwell L., Acta Met., 11, 373 (1963).
32. Glossop A. B., Pashley D. W., Proc. Roy. Soc., 250A, 132 (1959).
33. Howie A., Whelan M. J., Proc. Roy. Soc., 263A, 217 (1961); 267A, 206 (1962).
34. Groves G. W., Whelan M. J., Phil. Mag., 7, 1603 (1962).
35. von Heimendahl M., Bell W., Thomas G., Journ. Appl. Phys., 35, 5, 3614 (1964).
36. Thomas G., Thin Films, A.S.M., Cleveland, Ohio, 1964, p. 227.
37. Donnay J. H., Donnay G., Cox E. G., Kennard O., King M. V., Crystal Data Determination Tables, A.C.A. Monograph № 5, 2nd ed., 1963.
38. Pearson W. B., A Handbook of Lattice Spacings and Structures of Metals and Alloys, London, 1958, 1967.
39. Taylor A., Kagle B. J., Crystallographic Data on Metal and Alloy Structures, New York, 1963.
40. Massalski T. B., King H. W., Journ. Inst. Met., 89, 169 (1961).
41. King H. W., Massalski T. B., Journ. Inst. Met., 90, 486 (1962).
42. International Union of Crystallography World List of Crystallographic Computer Programs, 1962.
43. Menzer G., Zs. Kristallogr., 99A, 378 (1938).
44. Kurdjumov G., Sachs G., Zs. Phys., 64, 325 (1930).
45. Nishiyama Z., Scien. Rep., Tokyo University, 23, 638 (1934).
46. Wassermann G., Arch. für das Eisenhutt., 16, 647 (1933).
47. Bain E. C., Trans. A.I.M.E., 70, 25 (1924).
48. Wagner J. B., Lawless K. R., Gwathmey A. T., Trans. A.I.M.E., 221, 257 (1961).
49. Baker R. G., Nutting J., I.S.I. Special Report, 1959, p. 64.
50. Lipson H., Petch N. J., Journ. I.S.I., 142, 95 (1940).
51. Hume-Rothery W., Raynor G. V., Little A. T., Journ. I.S.I., 145, 143 (1942).
52. Andrews K. W., Dyson D. J., Iron and Steel, London, 40, 40, 93 (1967).
53. Бараряцкий Ю. А., ДАН СССР, 73, 1161 (1950).
54. Pitsch W., Acta Met., 10, 79 (1962).
55. Pitsch W., Schrader A., Arch. für das Eisenhutt., 29, 715 (1958).
56. Dyson D. J., Keown S. R., Raynor D., Whiteman J. A., Acta Met., 14, 867 (1966).
- 57*. Вилпиков Л. Я., Панкова М. И., Утевский Л. М., Зав. лаб., № 6, 641 (1970).
- 58*. Otte H. M., Dash J., Schaake H. F., Phys. Stat. Sol., 5, 527 (1964).

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Алюминий 238
Атомного рассеяния фактор 94
- Бериллий 140
Брэгга закон 27—29, 66
- Внутренний потенциал 47
- Габитусной плоскости определение 81—84
Гадолиний 140
Гафний 140
Гексагональная кристаллическая система 71, 130—150, 183, 184
— — — стереографические проекции 145—149
— — — углы между плоскостями 131, 132, 134—140
— — — формулы 64, 65
Геометрические эффекты 106—117
Гипье — Престона зоны 87, 88, 93
- Двойникование 88—92
— кубические кристаллы 186—193
— положение двойниковых рефлексов в кубических кристаллах 189, 190
— процедура индицирования электронограмм от двойников 91
Двойное отражение 98—101
— — влияние на микродифракционные картины 100, 182, 183
Двойные ячейки, причины возникновения 95—97
Дефекты упаковки 87
Диспрозий 140
Длина волны электронов 27
— камеры 41, 44, 67, 68
Домены 87, 88, 93
- Железо α -Fe, феррит 239
— γ -Fe, аустенит 238, 239
- Зоны ось 36, 37, 61, 79, 85
— уравнение 38, 61, 64
— — для лауэ-зон 65—68, 75, 76
- Идентификация неизвестных структур 59, 68—72, 74
Изгиб образца 65, 115—117
Индицирование электрограмм, монокристаллические образцы 59—72
— — — рекомендуемая процедура 72, 73
— — «несовершенные» электрограммы 64, 65
— — полукристаллические образцы 57—59
— — — рекомендуемая процедура 59
Интенсивность, интерференционная функция 86
— структурный фактор 93—95
Интерметаллиды 97, 241—245
— NiAl, Ni₂AlTi, NiTi 97
— Ni₃Ti 241
— сигма-фазы 242—244
— χ -фазы 245
Иттербий 140
- Кадмий 140
Карбид молибдена, Mo₂C 235, 236
— ниобия, NbC 237
— хрома, M₇C₃ 225, 230, 231
Карбиды 212—237
— железо-молибденовые M_aC_b 225, 233
— хромо-молибденовые M₂₃C₆, M₈C 233—235
— цементит, Fe₃C 212—229

- Кикучи-линии 102—105
 Колец дифракционных диаметр 41
 — — — влияние формы пятен 50—54
 Ковечной длины волны влияние 110
 Кристаллическая решетка, обратная решетка и стереографическая проекция, связь между ними 31—38
 Кубическая кристаллическая система 69, 70, 151—182
 — — — возможные индексы 152
 — — — двойное пикирование 88—90, 186—193
 — — — стереографические проекции 153—155
 — — — углы между плоскостями 156—179
 — — — формулы 64, 65
 — — — эталонные электрограммы 181, 182
- Лауэ-зоны 65—68, 75, 76
 — порядки дифракции 27, 28
 — условия 27, 28, 66, 75, 76
 — эффект наличия 113—115
- Магний 140
 Мартенситное превращение 194
 Медь 238
 Межплоскостные расстояния и параметры решеток, алюминий 238
 — — — — — вычисление 123
 — — — — — α -железо 239
 — — — — — γ -железо 239
 — — — — — σ -железо-молибденовая фаза 242, 243
 — — — — — карбид железо-молибденовый M_7C_3 225, 233
 — — — — — молибдена, Mo_2C 235
 — — — — — ниобия, NbC 237
 — — — — — хрома, M_7C_3 225, 230
 — — — — — хромо-молибденовый $M_{23}C_6$, M_6C 234
 — — — — — медь 238
 — — — — — Ni_3Ti (гексагональный) 241
 — — — — — χ -рений-тапталовая фаза 245
 — — — — — α -титан 239, 240
 — — — — — цементит, Fe_3C 213
- Металл алюминий 238
 — бериллий 140
 — гадолиний 140
 — гафний 238
 — диспрозий 140
 — α -железо 239
 — γ -железо 239
 — иттербий 140
 — кадмий 140
 — магний 140
 — медь 238
 — β -олово 126
 — α -титан 239, 240
 — цинк 140
 — цирконий 140
 Металлы 238—240
 Микродифракция 39, 40
 Миллеровские индексы 28, 29
 Многоточечные электрограммы 75, 76
 Множественные ячейки, причины возникновения 95—97
 Молибдена карбиды M_6C_6 (Fe_2MoC) 225, 233
 — — Mo_2C 235, 236
 — — M_6C 233—235
 Моноклинная кристаллическая система, формулы 64, 65
 Муаровых полос эффекты 83
- Наклон образца 65, 66, 106—110
 Направления роста определение 81—83
 Напряжения флуктуации, влияние на постоянную прибора 43—46
 Неизвестные структуры 68—72
 — — процедура индентирования электрограммы 74
 Неупругое рассеяние 47, 102
- Обратная решетка 31
 — — узлы решетки, расстояние между ними 64, 65
 — — кристаллическая решетка, стереографическая проекция и связь между ними 31—38
 Олово, β -Sn 126
 — окисел олова, SnO_2 126
 Ориентационного соотношения определение 79, 80
 — — — процедура 81

- Орторомбическая кристаллическая система 72, 185
 — — — формулы 64, 65
 Ошибки при анализе электронограмм из-за геометрических эффектов 106—117
 — — — — инструментальных изменений 43—36
 — — — — — неточностей измерения 48—50
 — — — — — физических факторов 46, 47
 — — — — — формы пятен 50—74
 Постоянная прибора 41, 43, 68
 — — — инструментальные измерения и их влияние 43—46
 — — — точность измерения и ее влияние 48—50
 — — — процедура калибровки 55, 56
 — — — точность определения 43
 — — — физические факторы и их влияние 46, 47
 Проекция см. Стереографическая проекция
 Процедура индирования «несовершенных» электронограмм 64, 65
 — — — электронограмм от двойников 91
 — — — — монокристалла 72—74
 — — — — поликристалла 59
 — — — калибровки постоянной прибора 55, 56
 — — — определения габитусной плоскости 85
 — — — направления роста 85
 — — — ориентационного соотношения 81
 Разориентировка зерен 115—117
 Разрешение дифракционной картины 58
 Решетки вектор 66, 67, 123
 — — — изгиб и искривление 115—117
 — — — параметры 27, 28, 31—34, 123; см. также Межплоскостные расстояния
 Ромбоэдрическая кристаллическая система 130—133, 140, 141
 — — — углы для построения стереографических проекций 131, 132
 — — — формулы 64, 65
 Сверхструктуры 92—97
 Свинец, окисел Pb_3O_4 126
 Сетка Вульфа 62
 Сигма-фазы 242—244
 Систематические погасания 76—78
 Следовой анализ 81—86
 — — — процедура 85
 Стереографическая проекция 34—36
 — — — анализ следов 82, 83
 — — — гексагональные кристаллы ($c/a = 1,633$) 146—149
 — — — индирование электронограмм 62, 63
 — — — — от двойников 88, 89, 130, 131
 — — — кубические кристаллы 153—155
 — — — M_2C_2 232
 — — — M_2C_3 231
 — — — Mo_2C с ферритом 236
 — — — обратная и кристаллическая решетки, связь с ними 31
 — — — определение ориентационного соотношения 79, 80
 — — — σ -фаза 244
 — — — соотношения между объемноцентрированными и графическими кубическими материалами 204—206
 — — — цементит 226, 227
 — — — с ферритом 228, 229
 Стол для работы со стереографическими проекциями 246—250
 Структурный фактор 93, 94
 Теллура двуокись, TcO_2 126
 Тетрагональная кристаллическая система 70, 71, 124—129, 185
 — — — углы между плоскостями 125, 127—129
 — — — формулы 64, 65
 Толщина фольги 75, 76, 87
 Точность измерений на электронограммах 41—56
 — — — — инструментальные изменения и их влияние 43—46
 — — — — постоянная прибора 43
 — — — — рекомендуемая процедура для получения точных результатов 56
 — — — — физические факторы и их влияние 46, 47
 — — — — форма пятен и ее влияние 50—54
 — — — — соответствия микрокартины и микродифракции 42, 43

- Триклинная кристаллическая система, формулы 64, 65
 Тяжи на электрограмме, образование 86—88, 109, 110
- Углы между направлениями, вычисление 64, 65
 — — — для цементита, Fe_3C 224, 225
 — — — плоскостями, вычисление 64, 65
 — — — для гексагональных кристаллов 130—141
 — — — — кубических кристаллов 151—180
 — — — — тетрагональных кристаллов 124—129
 — — — — цементита, Fe_3C 212, 214—223
- Упорядочение 92—97
 Упругое рассеяние электронов 47
- Фактор повторяемости для плоскостей решетки 57, 61, 80
 Форма пятен и размер образца 50—54, 86—88, 110—113
 Формулы для определения межплоскостных расстояний 64, 65
 — — — углов между направлениями 64, 65
 — — — — — плоскостями 64, 65
 Формы выделений 81—86
- Х-фазы 245
 Хрома карбид M_7C_3 225, 230, 231
 — — — M_{23}C_6 233—235
- Цементит, Fe_3C 212
 — — — межплоскостные расстояния 213
 — — — стереографические проекции 226—229
 — — — углы между направлениями 224
 — — — — — плоскостями 214—223
- Центрированные решетки 76—78
 Цинк 140
 Цирконий 140
- Эвальда сфера 29, 59, 76
 Экстра-рефлексы, причины появления 93—95
 Электрограммы, влияние изгиба и искривления решетки 115—117
 — — — наклона образца 65, 66, 106—110
 — — — индифференцирование 39—41, 57—74
 — — — от монокристаллов 29—31, 39—41, 59—72
 — — — индифференцирование 72—74
 — — — поликристаллов 29, 30, 39—41, 57—59
 — — — приемы индифференцирования 56, 59, 72—74
 — — — формирование 29, 30
 — — — эталонные 181—185
- Электроны, волновая природа 27
 — — — длина волны 27
 Эталонные электрограммы 181—185

К. ЭНДРЮС, Д. ДАЙСОН, С. КИОУН

Электрограммы и их интерпретация

Редактор *Е. И. Майкова*
 Художник *Н. А. Фильчагина*
 Художественный редактор *П. Ф. Некунда*
 Технический редактор *В. П. Сизова*
 Корректор *Т. П. Пашковская*

Сдано в набор 21/VIII 1970 г. Подписано к печати 26/I 1971 г. Бумага № 1 70 × 90^{1/16} = 8,35 бум. л. 19,52 печ. усл. л., в т/ч. 3 вкл. Уч.-изд. л. 16,42. Изд. № 2/5586. Цена 2 р. Зак. 440

ИЗДАТЕЛЬСТВО «МИР»
 Москва, 1-й Рижский пер., 2

Московская типография № 16 Главполиграфпрома Комитета по печати
 при Совете Министров СССР
 Москва, Трехпрудный пер., 9

Система	Межплоскостное расстояние для плоскостей (hkl)	Угол ϕ между $(h_1k_1l_1)$ и $(h_2k_2l_2)$	Угол ρ между $[u_1v_1w_1]$ и $[u_2v_2w_2]$
Кубическая	$\frac{1}{d^2} = \frac{1}{a^2} (h^2 + k^2 + l^2)$	$\cos \phi = \frac{h_1h_2 + k_1k_2 + l_1l_2}{\sqrt{(h_1^2 + k_1^2 + l_1^2)(h_2^2 + k_2^2 + l_2^2)}}$	$\cos \rho = \frac{u_1u_2 + v_1v_2 + w_1w_2}{\sqrt{(u_1^2 + v_1^2 + w_1^2)(u_2^2 + v_2^2 + w_2^2)}}$
Тетрагональная	$\frac{1}{d^2} = \frac{1}{a^2} (h^2 + k^2) + \frac{1}{c^2} l^2$	$\cos \phi = \frac{\frac{1}{a^2} (h_1h_2 + k_1k_2) + \frac{1}{c^2} l_1l_2}{\sqrt{\left[\frac{1}{a^2} (h_1^2 + k_1^2) + \frac{1}{c^2} l_1^2\right] \left[\frac{1}{a^2} (h_2^2 + k_2^2) + \frac{1}{c^2} l_2^2\right]}}$	$\cos \rho = \frac{a^2 (u_1u_2 + v_1v_2) + c^2 w_1w_2}{\sqrt{[a^2 (u_1^2 + v_1^2) + c^2 w_1^2] [a^2 (u_2^2 + v_2^2) + c^2 w_2^2]}}$
Ромбоэдрическая	$\frac{1}{d^2} = \frac{1}{a^2} h^2 + \frac{1}{b^2} k^2 + \frac{1}{c^2} l^2$	$\cos \phi = \frac{\frac{1}{a^2} h_1h_2 + \frac{1}{b^2} k_1k_2 + \frac{1}{c^2} l_1l_2}{\sqrt{\left(\frac{1}{a^2} h_1^2 + \frac{1}{b^2} k_1^2 + \frac{1}{c^2} l_1^2\right) \left(\frac{1}{a^2} h_2^2 + \frac{1}{b^2} k_2^2 + \frac{1}{c^2} l_2^2\right)}}$	$\cos \rho = \frac{a^2 u_1u_2 + b^2 v_1v_2 + c^2 w_1w_2}{\sqrt{(a^2 u_1^2 + b^2 v_1^2 + c^2 w_1^2) (a^2 u_2^2 + b^2 v_2^2 + c^2 w_2^2)}}$
Гексагональная	$\frac{1}{d^2} = \frac{4}{3a^2} (h^2 + hk + k^2) + \frac{1}{c^2} l^2$	$\cos \phi = \frac{h_1h_2 + k_1k_2 + \frac{1}{2} (h_1k_2 + k_1h_2) + \frac{3}{4} \frac{a^2}{c^2} l_1l_2}{\sqrt{\left(h_1^2 + k_1^2 + h_1k_1 + \frac{3}{4} \frac{a^2}{c^2} l_1^2\right) \left(h_2^2 + k_2^2 + h_2k_2 + \frac{3}{4} \frac{a^2}{c^2} l_2^2\right)}}$	$\cos \rho = \frac{u_1u_2 + v_1v_2 - \frac{1}{2} (u_1v_2 + v_1u_2) + \frac{4}{3} \frac{a^2}{c^2} w_1w_2}{\sqrt{\left(u_1^2 + v_1^2 - u_1v_1 + \frac{c^2}{a^2} w_1^2\right) \left(u_2^2 + v_2^2 - u_2v_2 + \frac{c^2}{a^2} w_2^2\right)}}$
Тригональная	$\frac{1}{d^2} = \frac{1}{a^2} \left\{ \frac{(1 + \cos \alpha) \left[(h^2 + k^2 + l^2) - \left(1 - \frac{1}{2} \cos \alpha\right) (hk + kl + lh) \right]}{(1 + \cos \alpha - 2 \cos^2 \alpha)} \right\}$	При переходе к соответствующим гексагональным индексам (см. стр. 133) можно использовать две приведенные формулы:	
Тригональная $\alpha \neq 90^\circ$	$\frac{1}{d^2} = \frac{1}{a^2} \left(\frac{h^2}{\sin^2 \beta} \right) + \frac{1}{b^2} k^2 + \frac{1}{c^2} \left(\frac{l^2}{\sin^2 \beta} \right) - \frac{2hl \cos \beta}{ac \sin^2 \beta}$	$\cos \phi = \frac{\frac{1}{a^2} h_1h_2 + \frac{1}{b^2} k_1k_2 \sin^2 \beta + \frac{1}{c^2} l_1l_2 - \frac{1}{ac} (l_1h_2 + l_2h_1) \cos \beta}{\sqrt{\left[\left(\frac{1}{a^2} h_1^2 + \frac{1}{b^2} k_1^2 \sin^2 \beta + \frac{1}{c^2} l_1^2 - \frac{2h_1l_1}{ac} \cos \beta \right) \times \left(\frac{1}{a^2} h_2^2 + \frac{1}{b^2} k_2^2 \sin^2 \beta + \frac{1}{c^2} l_2^2 - \frac{2h_2l_2}{ac} \cos \beta \right) \right]}}$	$\cos \rho = \frac{a^2 u_1u_2 + b^2 v_1v_2 + c^2 w_1w_2 + ac (w_1u_2 + u_1w_2) \cos \beta}{\sqrt{\left[(a^2 u_1^2 + b^2 v_1^2 + c^2 w_1^2 + 2acu_1w_1 \cos \beta) \times (a^2 u_2^2 + b^2 v_2^2 + c^2 w_2^2 + 2acu_2w_2 \cos \beta) \right]}}$
Где	$V^2 = a^2 b^2 c^2 (1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta - \cos^2 \gamma + 2 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma)$	$\cos \phi = \frac{F}{A_{h_1k_1l_1} A_{h_2k_2l_2}},$	$\cos \rho = \frac{L}{I_{u_1v_1w_1} I_{u_2v_2w_2}},$
и	$s_{11} = b^2 c^2 \sin^2 \alpha$ $s_{22} = a^2 c^2 \sin^2 \beta$ $s_{33} = a^2 b^2 \sin^2 \gamma$ $s_{12} = abc^2 (\cos \alpha \cos \beta - \cos \gamma)$ $s_{23} = a^2 bc (\cos \beta \cos \gamma - \cos \alpha)$ $s_{31} = ab^2 c (\cos \gamma \cos \alpha - \cos \beta)$	$F = h_1h_2b^2c^2 \sin^2 \alpha + k_1k_2a^2c^2 \sin^2 \beta + l_1l_2a^2b^2 \sin^2 \gamma +$ $+ abc^2 (\cos \alpha \cos \beta - \cos \gamma) (k_1h_2 + h_1k_2) +$ $+ ab^2c (\cos \gamma \cos \alpha - \cos \beta) (h_1l_2 + l_1h_2) +$ $+ a^2bc (\cos \beta \cos \gamma - \cos \alpha) (k_1l_2 + l_1k_2)$	$L = a^2u_1u_2 + b^2v_1v_2 + c^2w_1w_2 + bc (v_1w_2 + w_1v_2) +$ $+ ac (w_1u_2 + u_1w_2) \cos \beta + ab (u_1v_2 + v_1u_2) \cos \gamma$
		$A_{hkl} = \sqrt{h^2 b^2 c^2 \sin^2 \alpha + k^2 a^2 c^2 \sin^2 \beta + l^2 a^2 b^2 \sin^2 \gamma +$ $+ 2hkabc^2 (\cos \alpha \cos \beta - \cos \gamma) +$ $+ 2hlab^2c (\cos \gamma \cos \alpha - \cos \beta) +$ $+ 2kla^2bc (\cos \beta \cos \gamma - \cos \alpha)}$	$I_{uvw} = \sqrt{a^2 u^2 + b^2 v^2 + c^2 w^2 +$ $+ 2bcvw \cos \alpha + 2cauw \cos \beta +$ $+ 2abuv \cos \gamma}$

1/4—1/10

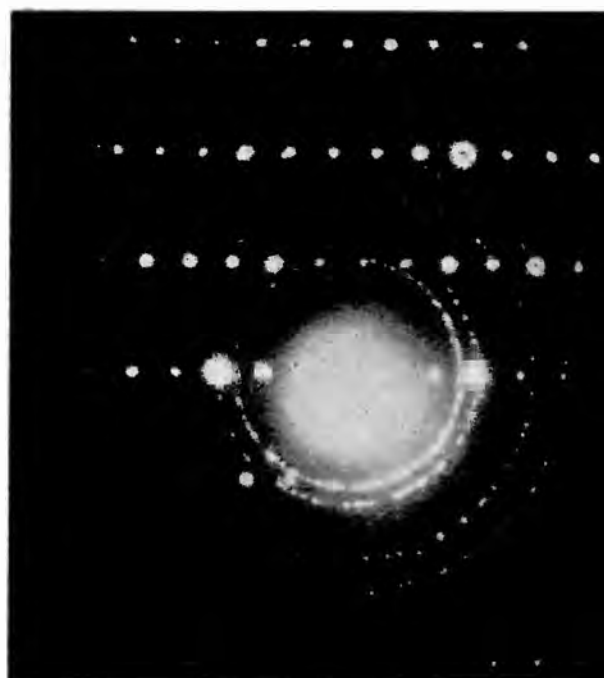


Фото 1.
Эталонная кольцевая электронограмма алюминия
и точечная электронограмма карбида,
снятые на одну фотопластинку.

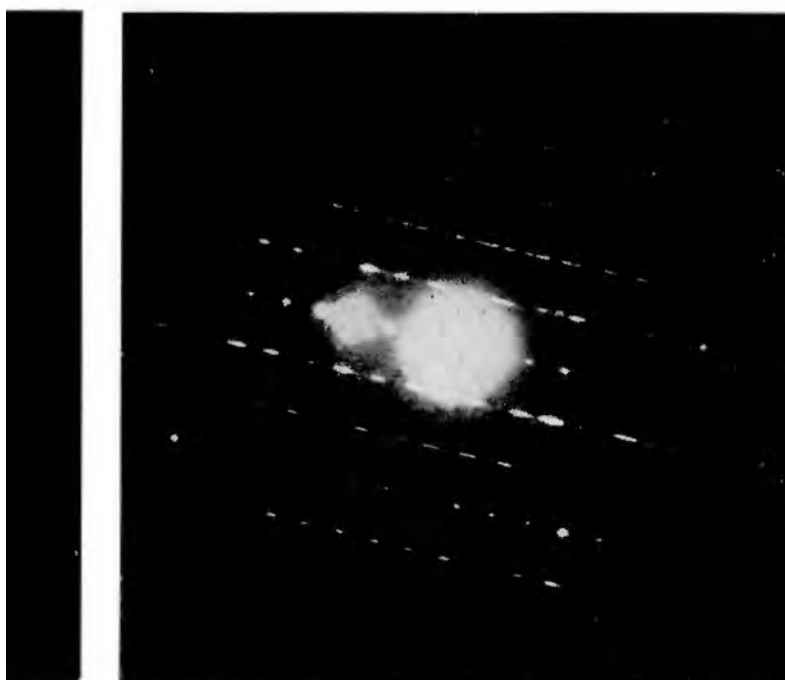
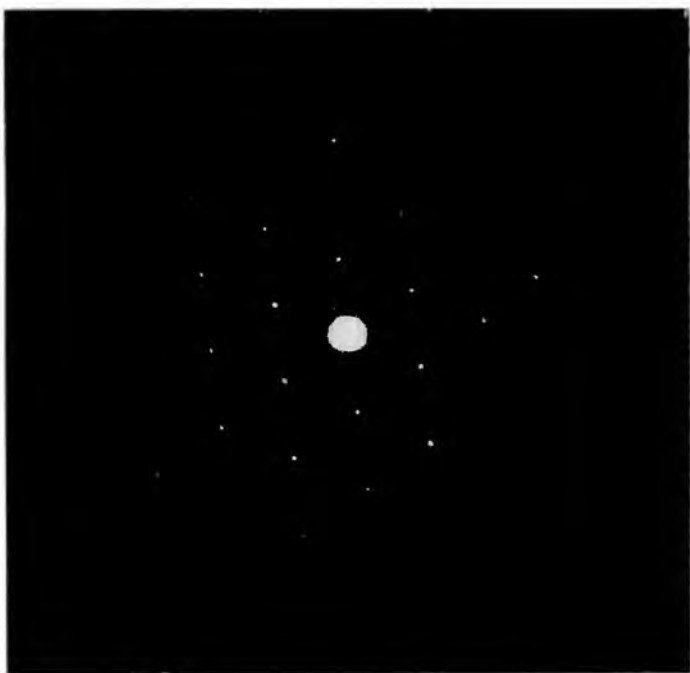


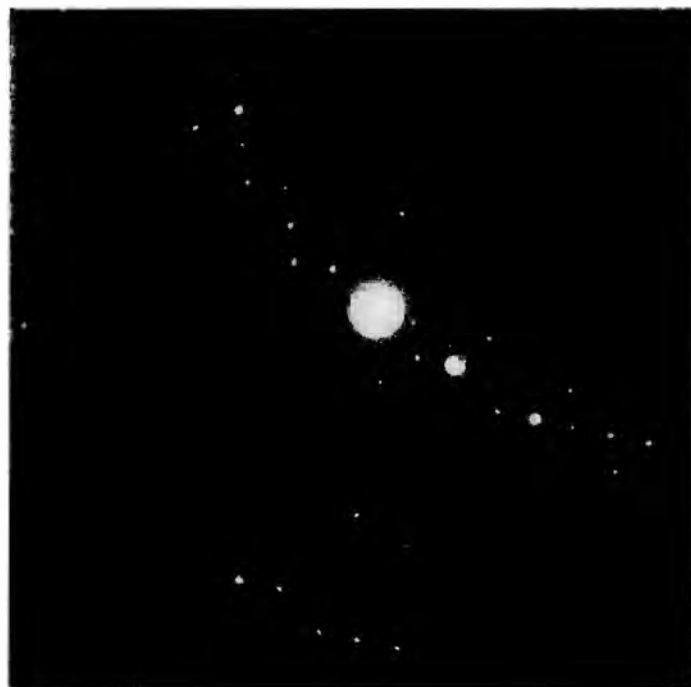
Фото 2.
Тяжи на электронограмме, связанные
с дефектами упаковки
в кристаллической решетке.



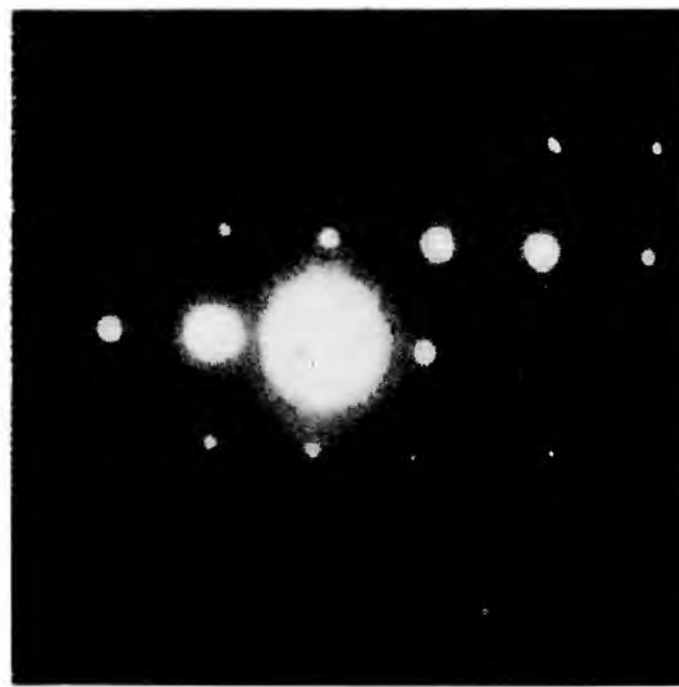
a



b



a



б

Фото 3.
Электронogramмы, иллюстрирующие эффекты отклонения падающего пучка от оси сильной зоны и образование лауз-зон.
a — незначительный наклон; *б* — наклон $\sim 1,5^\circ$; *в* — наклон $\sim 5^\circ$; *г* — наклон $\sim 6^\circ$.



Фото 4. Электронограмма от карбида MnC .

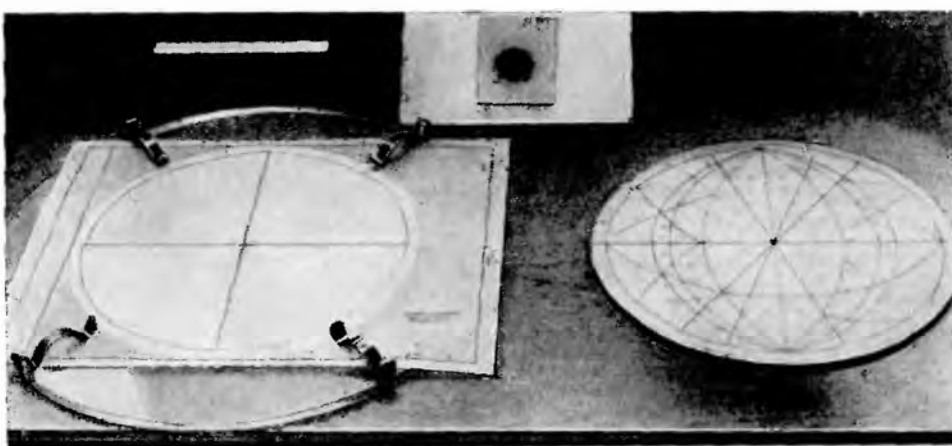


Фото 5.
Стол для работы со стереографическими проекциями.